

جامعة الجزائر 02
كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية
قسم الفلسفة

منطق الأصناف وأصوله الأرسطية

مذكرة مقدمة لنيل درجة الماجستير في الفلسفة

إشراف:
الأستاذ الدكتور أحمد موساوي

إعداد الطالب:
لصفر محمد

السنة الجامعية 2014-2015

جامعة الجزائر 02
كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية
قسم الفلسفة

منطق الأصناف وأصوله الأرسطية

مذكرة مقدمة لنيل درجة الماجستير في الفلسفة

قائمة أعضاء لجنة المناقشة:

رئيسا.

ا.د لخضر شريط

مقررا.

ا.د احمد موساوي

عضوا.

د.فريد زيداني

عضوا.

د.أمال موهوب

إعداد الطالب:

لصفر محمد

السنة الجامعية 2014-2015

الأهداء

إلى الوالدين الفاضلين. إخوتي الأعزاء
عائلي إلى كل الأساتذة الأفاضل الذين
تلقيت عنهم العلم.

إلى كل زملائي في ثانوية دريوش
إداريين وأساتذة اهدي هذا العمل.

كلمة شكر

لا يسعني إلا أن أقدم الشكر الجزيل لأستاذي
المشرف الأستاذ الدكتور: احمد موساوي على كل
مساعداته وتوجيهاته.

كما أوجه شكري إلى كل باحث عن الصدق
والحقيقة.

المقدمة

مقدمة :

لم يعد المنطق في الفترة الحديثة والمعاصرة مرتبط بقضايا الفلسفة، بل أصبح مرجعا أساسيا للرياضة المعاصرة، وكان ذلك نتيجة لخاصية الدقة التي تميز بها. ولقد تغيرت لغة المنطق بمقتضى ذلك من الألفاظ والعبارات اللغوية إلى الرموز مثلما هو الحال في علم الرياضيات، ويعد لايبنتز (Leibniz) (1646-1716) من أوائل المفكرين الذين اكدوا على ضرورة تطوير المنطق، وتم ذلك من خلال إنشاء لغة عالمية قائمة على الرموز بدل ألفاظ اللغة واعتبر ذلك أساسا لبناء انساق علمية، وباعتبار أن لايبنتز من المعجبين بالمنطق الأرسطي، فقد شدد على ضرورة العودة إلى المنطق وتأسيسه من جديد على شكل رياضيات كلية¹، كما دعى إلى ترجمة قضاياها إلى معادلات على نموذج علم الجبر. لكن بالرغم من اعتبار كانط (kant) (1724-1804) في مقدمة كتابه: "نقد العقل الخالص" بان المنطق ولد كاملا مع أرسطو²، إلى أن انبعثه في شكل جديد وجنوحه إلى الصورية وصلته بالرياضيات هو الذي استثار بعض الباحثين في المنطق إلى محاولة اختزال دور المنطق الأرسطي ويظهر ذلك بشكل جلي في مختلف التصنيفات التي قسمت المنطق إلى قديم وحديث على غرار تصنيف كارناب في كتابه : المنطق القديم والحديث، وأدى ذلك كله إلى اعتبار القياس الأرسطي ما هو إلا: "مصادرة على المطلوب"، وباعتبار أن هذا الحكم هو قديم ارتبط بفلسفة ديكارت René Descartes (1596-1650)، فان طبيعة التحليل تقضي بنا إلى معرفة أسبابه ودوافعه نجملها في:

- ثورة ديكارت على الفلسفة المدرسية التي كانت تعتمد أساسا على المنطق الأرسطي.

- تطور العلم في صورته الحديثة واستقلاله عن الفلسفة.

¹- Couturat, (Louis), La logique de Leibniz, Félix Alcan éditeur, paris, 1901, p283

² - Kant(E), Critique de la raison pure, Traduction et présentation par: Alain Renaut , 2édition. G F flammariion, 2001, p73

- حاجة الواقع العلمي المعاصر إلى فلسفة علمية ذات طابع نقدي تقوم أساسا على دوافع منطقية ورياضية .

لكن إذا كان المنطق الأرسطي عقيم وفق الحكم السابق، فما هي الأسس التي قام عليها المنطق الرياضي؟ وهل يمكن أن نتحدث عن منطق جديد يختلف جذريا عن المنطق الأرسطي؟- إن الإجابة عن هذا التساؤل تفضي بنا إلى الحكم التالي: وهو أن المنطق الرياضي لم ينشأ مختلفا تماما عن المنطق الأرسطي، وإنما هو منطق صوري في ثوب جديد، وقد دافع عن هذا الحكم "يان لوكاسيفتش" 1958-1878 «Lukasiewicz.J» في كتابه نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ومقال له كتبه سنة 1939 عن القياس الأرسطي، ولعل العامل الأساسي الذي أدى إلى إلقاء الضوء عن القياس الأرسطي هو اعتباره صورة من صور التفكير البرهاني، وعليه فإن التسليم بعلاقة المنطق الأرسطي بالرياضي تجعلنا نقر بفساد الحكم السابق " المنطق عقيم" إذا ارتبط بمحددات سيكولوجية أخلاقية، لأننا لا نستطيع تبرير حكم منطقي بحكم سيكولوجي، أما إذا تم تبريره من زاوية منطقية، فإن ذلك يؤدي إلى الوقوع في الدور. وعليه فإذا كان المنطق الرياضي كما يرى لوكاسيفتش في نسقه العام ملتزم بالصورية، فإن بداية التأسيس لذلك كان ببناء نظرية الأصناف، وإذا اعتبرنا أن أرسطو لم يستخدم كلمة صنف بمفهومها الحديث في بناء نظرية القياس إلا أن معناها نجد له مقابلا في الحدود عنده، ومنه نتساءل :- هل يمكن أن ينطبق مفهوم الصنف في شكله المعاصر على فكرة الحد الكلي كما عرفه أرسطو؟ لقد أجاب عن هذا السؤال بعض الباحثين في المنطق المعاصر على غرار الفريد تارسكي (1983-1902) Alfred Tarski في كتابه: "مقدمة للمنطق وللمنهج البحث في العلوم الاستدلالية"، حينما أكد على مشروعية الربط بين نظرية الأصناف¹ ونظرية الحدود الأرسطية، على الرغم من اعترافه في مقدمة الطبعة الثانية من

¹ -« The most important laws of traditional logic are Those of the categorical syllogism they correspond precisely laws of theory of classes ... " Tarski(Alfred), Introduction to logic and to methodology of the deductive sciences, Oxford university press , New York, 4 edition, 1994, p71

نفس الكتاب بالدور البسيط والمحدود الذي يلعبه المنطق الارسطو طاليسي في المنطق الحديث والمعاصر. أما فيما يخص علاقة الرياضيات بالمنطق فقد عبر المنطقي جورج بول (Boole.G 1815-1864) عن ذلك من بعد لايبنتز في كتابه: "التحليل الرياضي للمنطق، واستطاع بول بمقتضى ذلك وضع قواعد خاصة بجبر الأصناف محاولاً تطبيق البعض منها على القياس عند أرسطو (Aristote 384-322)، ما يجعل منه مؤسس المنطق الرياضي بعد لايبنتز.

إلى جانب هذا الطرح فقد عمل رسل (Russell 1872-1970) فيما بعد على تطوير نظرية الأصناف وبنائها على أساس رياضي منطقي، وإذا كان الجانب الرياضي مبني على مفهوم العدد، فإن الجانب المنطقي ارتبط بالمفارقات المنطقية¹، ومادام أن المفارقات ترتبط بطبيعة المنطق، بل أن ظهورها زاد المنطق خصوصية كما عبر عن ذلك بوانكري فان جذورها ترجع إلى المنطق الأرسطي، فيما يصطلح عليه بالمغالطات المنطقية... الخ.

وبناء على ما سبق ومن خلال استعراضنا للنقاط السابقة الذكر يتضح بجلاء الصلة بين منطق الأصناف والمنطق الأرسطي، كما يتبين أهمية منطق الأصناف من خلال استخداماته في الرياضيات، وبلا شك فإن ذلك هو الذي أدى بنا إلى تناول موضوع: "منطق الأصناف وأصوله الأرسطية" - كما يرجع سبب اختيارنا لهذا الموضوع هو ميلنا الشخصي نحو هذا النوع من الدراسات المنطقية وشعورنا بأهمية هذا المجال المعرفي كموضوع يتطلب البحث والدراسة، خاصة إذا علمنا أن هذا الموضوع لم يعالج بصفة مستقلة في البحوث الأكاديمية، ولهذا فإن إعادة النظر الجذري "لـمنطق الأصناف" تضطرننا إلى التوقف عند دوره في المنطق الحديث، ومحاولة ربط ذلك بأصوله في المنطق الأرسطي، وتستهدف الدراسة الإجابة عن الإشكالية التالية: - إذا اعتبرنا أن المنطق الأرسطي هو "منطق حدود" على خلاف المنطق الرواقي "منطق قضايا": - فهل يمكن أن تنطبق نظرية الأصناف المعاصرة على الحدود كما عرفها أرسطو؟

¹ - د فهمي زيدان (محمود)، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، بدون طبعة، 1979، ص 168

و تندرج تحت هذه الإشكالية مجموعة من الإشكالات الجزئية:

(1) هل يمكن أن يطابق تقابل الحدود الموجبة والسالبة في منطق أرسطو تقابل

الصنف والصنف المتم له في المنطق الحديث ؟

(2) هل يمكن أن يعادل مفهوم الجنس عند أرسطو الصنف الشامل بمفهومه

الحديث والمعاصر؟

(3) هل يمكن إرجاع العمليات الحسابية "الضرب-الجمع" التي قام عليها جبر

المنطق البولي إلى أصول أرسطية خالصة؟

(4) هل استطاع المنطق المعاصر إعطاء تفسير جديد فيما يخص حساب الأصناف

بعيدا عن حدود الطرح الأرسطي؟.

الفرضيات:

ولمعالجة هذا الموضوع من مختلف جوانبه - وكحاولة منا للإجابة عن التساؤلات السابقة تم وضع الفروض الآتية، على اعتبار أنها تمثل إجابة مؤقتة يمكن أن نثبت صحتها أو كذبها من خلال عرضنا للفصول الأربعة التي ستعالجها الدراسة :

(1) هناك علاقة دالة بين نظرية القياس الأرسطية "فكرة الحد" ونظرية الأصناف

المعاصرة، ومن ثمة التأكيد على مساهمة نظرية القياس الأرسطية في بروز نظرية الأصناف في شكلها المعاصر.

(2) ليست هناك علاقة دالة بين نظرية القياس الأرسطية ونظرية الأصناف

المعاصرة، باعتبار أن المنطق الصوري الحديث تجاوز في حساب الأصناف حدود البحث الأرسطي في مبحث الحدود.

(3) مفهوم الصنف كما هو منظور إليه في المنطق المعاصر يستوجب حصر المجال

المعرفي، بما يستلزم التطابق مع فكرة الحد الأرسطية.

وللتحقق من صحة هذه الفرضيات استوجب الأمر تقسيمها إلى فصول على أن لا تكون الإجابة عن هذا الفرض أو ذلك في فصل محدد، مع ضرورة تركنا لإمكانية التلازم بين نظرية الأصناف والحدود من عدمها إلى الخاتمة التي خصصناها لهذه الدراسة، باعتبار أن عرض النتائج يتم عادة في الخاتمة.

قمنا بتقسيم الدراسة إلى أربعة فصول :

الفصل الأول: عنوانه : "علاقة الحدود بالأصناف" حاولنا من خلاله تعريف الصنف عن طريق دالة القضية، مع الإشارة ولو بصورة سريعة إلى الاختلاف في تحديد معناه من زاوية المفهوم والماصدق، مع تقديم تعريف دقيق للاحتواء والانتماء والمجموعة مع الإشارة إلى بعض أصناف الصنف، كما نحاول في هذا الفصل تبيان العلاقة بين الحد الذي يمثل جوهر نظرية القياس الأرسطية والصنف كما هو منظور إليه في المنطق المعاصر، فباعتبار أن هناك تقابل بين الحدود الموجبة والسالبة على أساس أن احدهما هو متمم للآخر حاولنا مقابلة ذلك بالصنف والصنف المتمم له كما هو منظور إليه في المنطق المعاصر، ولأن الصنف الشامل يعني اتحاد الأصناف الفرعية والأفراد، بل هو صنف كل شيء كما عبر ذلك رسل فسنحاول مقابلة ذلك بالجنس عند أرسطو Aristote، على اعتبار أن مفهوم الجنس مفهوم شامل للأنواع التي تندرج تحته مع اعتبار النوع ما هو إلا صنف فرعي .

الفصل الثاني: عنوانه : " التطور التاريخي لمنطق الأصناف " حاولنا من خلاله تبيان علاقة المنطق الأرسطي بمنطق الأصناف من الناحية التاريخية، ولأن بعض الباحثين في المنطق الصوري الحديث حاولوا ترجمة القياس الأرسطي إلى أصناف وبالأخص محاولة فن Venn (1834-1923)، كان من الضروري مع عرض الكيفية التي تم من خلالها ترجمة القياس إلى دوائر فن.

الفصل الثالث: عنوانه : "منطق الأصناف في المنطق الحديث" نحاول في هذا الفصل مناقشة العمليات المنطقية التي قام عليها حساب الأصناف" الجمع، الضرب القسمة... الخ"، ومن ثمة تبيان دور المنطق الأرسطي في هذا المجال، من خلال مناقشة نظرية الأصناف عند جورج بول (Boole.G) (1815-1864)، أما في القسم الثاني فيتم فيه عرض نظرية حساب الأصناف عند رسل (1870-1972) و هوايتهد (1861-1948). مع الإشارة إلى علاقة الصنف بالرمز الناقص والصنف بالعدد عند رسل و هوايتهد. **الفصل الرابع:** عنوانه : " مفارقات نظرية الاصناف" نحاول أن نناقش فيه أهم المفارقات المرتبطة بمنطق الأصناف كمفارقة كانتور Cantor ومفارقة رسل Russell وعرض الكيفية التي تم بها حل هذه المفارقات "نظرية الأنماط عند رسل"، ولأن نظرية الأنماط المنطقية تعرضت لانتقادات واسعة من طرف كوين وفجنشتاين (1889-1951) كان من الضروري عرض أهم المواقف الفلسفية من هذه النظرية. وسنحاول في نهاية كل فصل عرض مختلف النتائج أثناء تبيان علاقة القياس الأرسطي بنظرية الأصناف، مع تركنا للنتائج العامة في خاتمة هذه الدراسة.

لعل انسب منهج يمكن من خلاله معالجة موضوع: "منطق الأصناف وأصوله الأرسطية" هو المنهج التحليلي النقدي عندما نلتزم بمناقشة المشكلات المختلفة التي يثيرها الموضوع، مع استعمال المنهج التاريخي المقارن عند العودة إلى قضايا المنطق الأرسطي " الحدود" ومقارنتها بمبادئ نظرية "الأصناف المعاصرة" .

ولكن بلوغ تلك الغاية بإتباع ذلك المنهج لم يكن أمرا ميسورا في جميع مراحل هذا البحث ذلك لان المقارنة بين الصنف والحد تعد في حد ذاتها عملية معقدة، لان اغلب المراجع التي توفرت لدينا لم تتطرق إلى المسألة من الزاوية التي عالجنا بها الموضوع، على اعتبار أن اغلب المراجع عالجت نظرية الأصناف كمبحث مستقل عن المنطق الأرسطي.

الفصل الأول

علاقة الحدود بالاصناف

1- علاقة الحدود بالأصناف: إن الدارس لفلسفة المنطق عموماً يجد نفسه مضطراً لمعرفة بعض المفاهيم الأساسية في هذا الميدان، ومن بين المفاهيم التي يستوجب عليه دراستها وضبط تعريف دقيق لها لدينا مفهوم الصنف⁽¹⁾، وإذا كان هذا المصطلح حديثاً ارتبط بالمنطق المعاصر⁽²⁾، إلا أن الاختلاف في تحديد معناه من ناحية المفهوم والماصدق يبين أن جذوره ضاربة في المنطق التقليدي، على أساس أن المنطق التقليدي⁽³⁾ قد عرف هذا النوع من الاختلاف في تحديد المواضيع المتعلقة به، ولهذا سنقوم في هذا الفصل بتحديد مفهوم الصنف عن طريق دالة القضية مع الإشارة ولو بصورة سريعة إلى الاختلاف حول مفهوم الصنف من زاوية المفهوم والماصدق. ولأن مفهوم الصنف يرتبط ببعض المفاهيم الأساسية كعلاقة الاحتواء والانتماء، حاولنا ضبط تعريف دقيق للاحتواء والانتماء والمجموعة، وكان الهدف من ذلك تجاوز الخلط الذي يمكن أن يقع فيه الباحث في ميدان المنطق الرياضي⁽⁴⁾ بين الصنف والمفاهيم المتعلقة به، والفكرة الهامة التي يريد الباحث توضيحها في القسم الثاني من هذا الفصل تبيان علاقة فكرة الحد الأرسطية بفكرة الصنف، فعلى الرغم من أن بعض الباحثين في ميدان المنطق المعاصر مازال يسلم بانظرية القياس انتفت بظهور المنطق المعاصر، إلا أن دراسة منطق الأصناف بينت دورها الرائد في هذا المجال.

¹ - يستعمل برتراند رسل في كتابه: "أصول الرياضيات" لفظ "الفصل" أو لفظ "Class"، بينما يستعمل زكي نجيب محمود في كتابه المنطق الوضعي لفظ الفئة، وتستعمل مراجع أخرى لفظ الصنف، ويبدو أن مصدر هذا الاختلاف مرده أساساً إلى الترجمة، وفضلنا نحن استعمال لفظ الصنف، لتجاوز الغموض الذي يمكن أن يطرح أثناء تناول مثل هذه المواضيع على أساس أن مصطلح الصنف هو أوضح من لفظ الفئة والفصل، أنظر في ذلك: بيسون (أ.هـ)، أوكونر (ج)، مقدمة في المنطق الرمزي، ترجمة: الدكتور عبد الفتاح الديدي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، مصر، بدون طبعة، 1987، ص 17.

² - موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، معهد المناهج، الجزائر، 2007، ص: 13.

³ - المنطق التقليدي: يقصد به الأرسطي - الميغاري الرواقي.

⁴ - إن هذا التعبير يتفق مع ما سلم به بوخنسكي « Bouchenski » على اعتبار أنه يرفض استخدام مصطلح المنطق الرمزي ويفضل استخدام مصطلح المنطق الرياضي قياساً بعلم الجبر، فالبرغم من أنه استخدم الرموز إلا أنه لا يوصف بالجبر الرمزي ويتفق ذلك مع ما سلم به رسل في كتابه "أصول الرياضيات" على أن هذه الصفة عرضية، ولهذا فإن المنطق بحسب بيانو يقوم إضافة إلى استخدام الرموز بدراسة خواص عمليات المنطق .

1.1- مفاهيم أساسية "نظرية الأصناف":

1.1.1- مفهوم الصنف: في مقابل الأشياء المفردة فقد يستعمل الرياضي والمنطقي

ألفاظ كلية¹ مثل صنف الناس صنف الكائنات الحية، صنف الحيوانات... للدلالة على تمييز صنف عن الآخر أو احتواء صنف في آخر، والواقع أن الصنف يمكن تحليله إلى ما هو أبسط منه الأعضاء المكونة لصنف ما، لأن كل لفظ من هذه الألفاظ الكلية يمكن تعريفه بأسماء الأفراد المندرجة تحته، ولعل أبسط معالجة وفق ذلك للصنف ينبغي أن تتم من زاويتين مختلفتين إحداهما رياضية منطوية وأخرى فلسفية، فعلى الصعيد الفلسفي يتحدد مفهومه عن طريق المفهوم أما من الجانب الرياضي فيتحدد عن طريق الماصدق ونتيجة لذلك فقد اعتبر رسل Russell (1872-1970) أن تحديد مفهوم الصنف هو أصعب ما يعترض الفلسفة الرياضية برمتها ومن أعقد المشاكل التي طرحتها"⁽²⁾.

ويشير ر. بلانشي Blanché.R في كتابه "العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري" أن أصل هذا الخلاف هو قديم ارتبط أساسا بقضايا المنطق التقليدي"⁽³⁾، فإذا كان أرسطو (384ق.م-322ق.م) يقف عند حد وسط بين التعريف المفهومي "الفهم" والتعريف الماصدقي، فإن المهتمين بالمنطق التقليدي على وجه العموم انقسموا إزاء ذلك إلى قسمين قسم يؤمن بالمفهوم وقسم آخر بالماصدق، وانتقل هذا الانقسام إلى المنطق الصوري الحديث وقضاياها وأصبحت نوع المعالجة تتم من زاويتين زاوية رياضية والأخرى فلسفية، هذا الطرح يعكس لنا نوع التقارب في طرح المسائل المنطقية سواء عند التقليديين أو المعاصرين، وان حدث ذلك من وجهات نظر مختلفة في الفترة المعاصرة

¹ يمكن القول بأن الألفاظ الدالة كما عبر عن ذلك الفرابي مفردة تدل على معاني مفردة، ومنها مركبة تدل على معاني مفردة أو مركبة أنظر في ذلك: الفرابي (أبو نصر)، كتاب في المنطق "العبارة"، تحقيق دم. سليم سالم، الهيئة المصرية العامة للكتاب، مصر، بدون طبعة، 1967، ص 07.

² رسل (برتراند)، "أصول الرياضيات"، الجزء الأول، ترجمة محمد مرسي، أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف القاهرة (مصر)، الطبعة الثانية، 1960، ص 121.

³ بلانشي (روبير)، العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري، تر: محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة: (مصر)، 2010 ص 23.

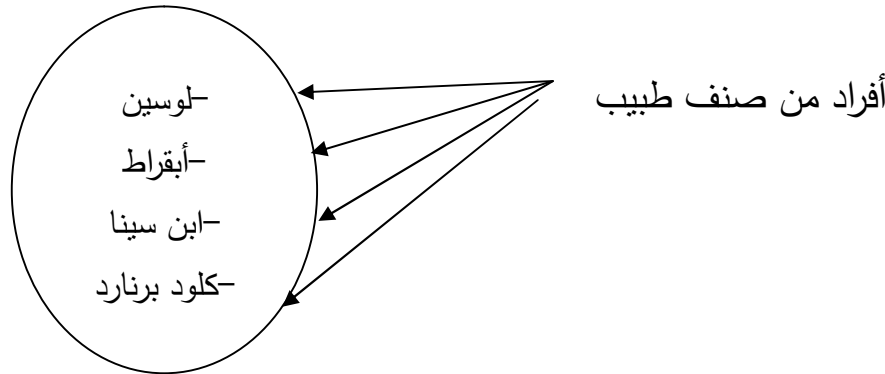
وفق نظرة جديدة يقول رسل (Russell) (1872-1970) في ذلك: "قد جرت العادة في كتب المنطق التمييز بين وجهتين من النظر هما الماصدق والمفهوم، أما الفلاسفة فقد تعودوا اعتبار المفهوم أكثر أساسيا، على حين جرى العرف بأن الرياضية تبحث بوجه خاص في الماصدق"¹، وقد يتضح لنا من خلال ذلك أن التعريف بالمفهوم هو تعريف فلسفي محض مادام أن الفلاسفة في تفكيرهم يستندون إلى البحث عن المعاني الكلية "لا علم إلا بالكليات"، هذا التصور يندرج تحتها صنف عند الرياضي لأن ما يهمه لا يعني بالأساس البحث عن الخصائص المشتركة بين أعضاء الصنف، وإنما يعتمد على أساس معرفة قائمة الأعضاء التي يندرج تحتها صنف هي التي تشترك في صفة العقل والجسم مثلا، ومن ثمة يصبح التعريف بالماصدق هو أقرب إلى تفكير الرياضي أكثر من التعريف بالمفهوم، وقبل تحديد مفهوم دقيق للصنف كان من الأجدر الاطلاع على وجهات النظر المختلفة في تحديد مفهوم الصنف والأسس التي تم اعتمادها لهذا التحديد. فإذا سلمنا بأن التعريف بالمفهوم هو قائم بالأساس على تعداد الخصائص المشتركة للأعضاء التي تندرج تحتها على صيغة: (س) يملك الخاصية "أ" ويستخدم س(م س) لتمثيل صنف كل الأفراد الذين يملكون الخاصية المشتركة للأعضاء التي تندرج تحتها، فإن التعريف المفهومي في هذه الحالة يمكن أن ينطبق على مفهوم الصنف الفارغ، لأن تعريفه عن طريق الماصدق كما أكد الألكسندر⁽²⁾ ينتج عنه نوع من الغموض فإذا قلنا مثلا: "س حصان مجنح"، ففي هذه الحالة لا وجود لأعضاء تحمل صفة: "الحصان المجنح". ويمكن أن نعبر عن ذلك بالصيغة الرمزية التالية: أ = صفر، ويعني ذلك أن الصنف الفارغ يتطابق مع الصنف المكمل للصنف الشامل، وإذا كان المنطق الصوري الحديث يميل إلى التعريف الماصدقي، فإن هذا التعريف بحسب رسل Russell للأصناف هو مستحيل في اللانهاية لأننا ببساطة لا نستطيع إحصاء الأفراد المنتمية لصنف معين.

¹ رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق، ص 121.

² -Alexander (p), In introduction to logic, George Allen and unwin, London, N.D, p 155.

لكن من جهة أخرى إذا اعتبرنا بأن المنطق المعاصر يجنح إلى الصورية فإن ذلك لا يتحقق بحسب بلانشي Blanché إلا من خلال التصور الماصدقي، وقد تبنى هذا الطرح كوتيراه¹ Couturat louis في كتابه: "منطق لايبنتز" على اعتبار أن تبني الدقة في معالجة قضايا الصنف الأساسية معالجة رياضية ينعكس من خلال تعداد حدوده يقول كوتيراه " إن المنطق الحسابي أي باختصار المنطق الصحيح الدقيق لا يمكن تأسيسه على الاعتبار الغامض والمبهم، ولم يتيسر له أن يتأسس إلا مع بول Boole لأنه أقامه على اعتبار الماصدق فقط الذي يصلح لمعالجة رياضية"².

وإذا أقمنا تعريف الصنف على التعريف الماصدقي، فإن هذا المفهوم يقترب من المجموعة لأن ضبط عناصر الصنف في النهاية يصبح مقبولا من الناحية الواقعية، فإذا قلنا مثلا قسم المفكرين فإن ذلك يعني إعداد قائمة طويلة لا تنتهي منها، أما إذا قلنا قسم المفكرين الجزائريين الذين عايشوا مرحلة الاستعمار فإن ذلك يعني حصرهم في مجموعة، وهنا يتيسر تعريف الصنف بتعداد حدوده، ويصبح مفهوم الصنف وفق ذلك ينطبق على الصنف ذات العضو الواحد، ذلك لأنه يوجد في بعض المرات فرد يحمل خصائص فريدة لا تحملها الأفراد المندرجة تحتها، مثل قولنا: "س هو مؤلف كتاب كليلة ودمنة"، وهنا يتسنى لنا القول بأن التعريف الذي يمكن أن يقدم للصنف على أساس اشتراك الأعضاء في خواص معينة هو باطل، ومن ثمة يفقد التعريف بالمفهوم قيمته في مجال فلسفة الرياضة"³



¹-كوتيراه لويس " Couturat Louis" منطقي ورياضي فرنسي من أهم مؤلفاته: منطق لايبنتز، الجبر والمنطق .

²-بلاشي (روبير) ، " العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري"، مرجع سابق، ص24.

³- رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق ص122.

لكن هل يمكن أن نأخذ في مجال المنطق بالتعريف المفهومي للصنف وحده؟ أو بالتعريف الماصدقي؟ أم أنه يجب الأخذ بالتعريف المفهومي والماصدقي في تحديد معنى الصنف؟.

لقد اعتبر بوشنسكي Bouchenski أن موقف رسل إزاء هذا الاختلاف يمكن أن ندرجه ضمن اتجاه ثالث⁽¹⁾ يحاول الوقوف موقفا وسطا بين الموقفين السابقين، على اعتبار أن رسل Russell يرى بأن التعريف بالمفهوم والماصدق يلتقيان من الناحية المنطقية لا غير.

لأن التسليم بالتعريف الماصدقي عند رسل Russell في مجال النهاية لا يعني على الإطلاق أنه لم يولي أهمية للتعريف بالمفهوم على أساس أنه ضروري، لأن التعريف بالمفهوم للصنف يضيف عليه وحدته بتعداد الخواص المشتركة بينها، وينطبق ذلك على نوع الأصناف التي يستحيل إحصاء عدد أفرادها⁽²⁾، فإذا اعتبرنا مثلا أن هناك صنف للحيوانات العاشبة فانه على هذا المستوى لا نستطيع أن نحدد صنف الحيوانات العاشبة ولا عدد أعضائها، ومن هنا يتضح أن التعريف بالماصدق هو غير ضروري لمعرفة كم حددنا من قبل صنف الحيوانات العاشبة، وإزاء ذلك فقد انتقد رسل Russell الاتجاه الذي تبناه كوتيرام Couturat، حينما قرر أن المنطق لا ينبغي أن يقوم إلا على أساس الماصدق، ومنه يتضح بحسب موقف رسل أن تعريف الصنف لا يتوقف على جانب واحد لأنه يؤمن بأن هناك مواضيع متوسطة بين المفهوم الخالص والماصدق الخالص وفي هذه المواضيع يقوم المنطق الرمزي⁽³⁾، فلا نستطيع أن ننظر إلى الصنف نظرة ماصدقية خالصة ولا مفهومية خالصة، وعلى ضوء ذلك فان رسل يفرق بين الصنف

¹ - « For class logic it self there are two bases possible an extensional and an intensional Russell but not all logicians mentione “ Bochenski.(J.M), A history of formal logic, Translated and edited by Ivo Thomas- University of notre dame press, 1961,p362

² - Russell(B),Introduction to mathematical philosophy ,George Allen, London, second edition,1920; p30

نقلا عن كتاب :مقدمة في المنطق الرمزي :لمحمد مهران، دار الثقافة للطباعة والنشر، مصر، 1978،

³ - رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق ص121

وتصور الصنف، ويخلص إلا أنه بالإمكان تعريف الصنف على أنه محمول، فالقضية "سقراط واحد من البشر" هي القضية التي يمكن أن تشمل على الصنف.. لكن إذا كان التعريف بالمفهوم عند رسل Russell يرتبط بالرموز الناقصة والتعريف بالماصدق بدالة القضية. _ فكيف يتم تحديد مفهوم الصنف عن طريق دالة القضية؟

الصنف ودالة القضية:فكرة الدالة هي مستوحاة من الرياضيات ويعد فريجه F.G Frege (1848-1925) أول من أدخل معناها في المنطق وكان ذلك كأساس لوضع أصول نظرية المحمول، كما بحث بيانو عن تعريف لدالة القضية من خلال اشتقاق الرياضيات من مبادئ منطقية.

وإذا اعتبرنا أن مفهوم الصنف من المفاهيم المنطقية الذي يعني باشتراك خصائص معينة، فإن الممارسة الواقعية له وفق النموذج الرياضي لا تتحدد إلا بتعداد حدوده مما يعني التعامل مع الأعضاء الذين يصدق عليهم مفهوم الصنف، وبمأن الصنف هو المجموع الكلي للأعضاء الذين يحققون صدق¹ دالة قضية معينة، فإن كل صنف كما أكد ذلك رسل Russell تحده دالة القضية التي تصدق على أعضائه وتكون كاذبة على غيرهم⁽²⁾، ومنه فمفهوم الصنف هو مجموع الحجج التي تحقق صدق قضية معينة، فإذا قلنا مثلاً: "س إنسان" دالة قضية فإن دالة القضية تتحول في هذه الحالة إلى قضية صادقة عندما يحل محل المتغير س حد ينتمي إلى الجنس البشري "سقراط مثلاً"، لأنه يحمل خاصية من خصائصه، ويمكن أن يحدث ذلك مع جميع الحدود التي تحمل معنى إنسان مثل: "المتنبي" "الفرابي"، "الغزالي"، مما ينتج عنه وجود مجموعة من القضايا متفقة في بناءها المنطقي وتختلف في نوع الحدود باعتبار أن تعداد الحدود يحقق لنا صنفاً، ولا يشترط على الإطلاق عدداً معيناً من الحدود التي تحل محل المتغير بل يلزم على الأقل

¹ -إن عبارة قيمة الصدق Truth value هي من وضع فريجه وقيمة الصدق هي الحكم على دالة ما بالصدق إذا كانت صادقة وبالكذب إذا كانت كاذبة: رسل (برتراند)، مقدمة في الفلسفة الرياضية، تر: محمد مرسي و فؤاد الاهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، 1980، ص160.

² -رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1 مرجع سابق، ص54

حد واحد لكي تتحول دالة القضية إلى قضية صادقة، على اعتبار أن هناك صنف ذات عضو واحد.

فإذا رمزنا وفق المثال السابق لسقراط بالرمز (س) ولـ: إنسان بالرمز: (أ) واعتبرنا الصيغة م (س) دالة قضية يصبح التعبير الرمزي عن علاقة الصنف بدالة القضية على النحو التالي $\exists \text{ ن} = \text{ت م (س)}$ (1)

أما في حالة وضع مكان المتغير س حدود من نوع آخر كأن نقول: "فرس"، "الدار البيضاء"، "الحجر... الخ"، فإن دالة القضية تتحول إلى قضية كاذبة لأن كلمة " فرس - الدار البيضاء..، لا تدخل في الحدود التي تعبر عن صنف الناس أي "س لا ينتمي إلى ن". لكن إذا كانت دالة القضية " س إنسان" أو "س عالم" تصدق في بعض الأحيان وتكذب في أحيان أخرى قياساً بنوع الحجج التي توضع مكان المتغير - فهل يصدق هذا التعريف على جميع دوال القضايا؟.

يعتبر رسل بأن هناك نوعاً آخر من دوال القضايا على خلاف الدالة السابقة هي صادقة لجميع قيم س على الدوام (2)، مهما كان نوع الحدود التي تحل محل المتغيرات والتي تكون في شكل صيغة لزوم على النحو التالي: "إذا كان س عالم فإن س عبقرى". وإذا افترضنا أن في دالة القضية يتم استبدال الثابت بالمتغير، فإن الصنف في هذه الحالة ليس تعبير عن قيم المتغير التي تصدق لها دالة القضية.

ومن ناحية أخرى يمكننا القول بأن الغرض الأساسي من تحديد مفهوم الصنف عن طريق دالة القضية هو الكشف عن مفهوم الصنف الفارغ، ففي حالة عدم وجود أعضاء تحقق صدق دالة فإن الصنف المراد تحويله عن طريقة دالة القضية كما يؤكد رسل يكون

¹-موساوي (احمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق ص 16

²- رسل (برتراند) ، فلسفتي كيف تطورت، ترجمة عبد الرشيد الصادق، راجعه الدكتور: زكي نجيب محمود ،مكتبة الأنجلو المصرية ، مصر، ط1 ، 1960، ص 97.

الصنف الفارغ⁽¹⁾، فإذا قلنا مثلاً س حصان مجنح² فإنه في هذه الحالة لا وجود لأعضاء تحل محل المتغير "س" لتتحقق صدق الدالة، وبالمثل فإذا قلنا "س من سكان الزهرة"، فإن لا وجود لأعضاء في الواقع يصدق عليهم مفهوم الصنف، مادام وجود الصنف في هذه الحالة هو وجود غير واقعي وبذلك يكون صنف "حصان مجنح صنف فارغ" ، وبناء على ما سبق يمكن القول أن تحديد مفهوم الصنف عن طريق دالة القضية يكون تارة بالمفهوم وتارة أخرى بالماصدق، فإذا قمنا بتأويل الصيغة السابقة م (س) على النحو التالي س (سقراط)، م يملك الخاصية أ (الإنسانية) نقول أن تعريف الصنف كان من ناحية المفهوم.

أما إذا قمنا بتأويلها على أنها تعني: س (سقراط) عضو في الجنس البشري فإن تعريف الصنف يتم في هذه الحالة من ناحية الماصدق، غير أن التعريف بالماصدق يكون أشمل من التعريف بالمفهوم خاصة إذا تم ربط ذلك بالممارسة العملية للأصناف يقول رسل Russell في ذلك: "إذا لم تكن الدالة ماصدقية يمكن اعتبارها إذن دالة مفهومية، إذ أن جميع الناس فانون اعتبر أنها دالة مفهومية "س إنسان" أو "س فان"، ...وهكذا في حين أن الدالة الماصدقية لدالة تا(س) تعبر عن ضرورة عملية لدوال الصنف التي تحددها "س" في حين لا يمكن اعتبار الدوال المفهومية كذلك"⁽³⁾.

ويختلف ريشنباخ^{Reicherbach} " مع رسل في هذه النقطة عندما يعتبر أن التعريف المفهومي للصنف عن طريق دالة القضية يعد مميزاً"⁽⁴⁾.

وإذا كان لزاماً علينا القول بأن مفهوم الصنف يكون واضحاً عندما يتم تعريفه عن طريق دالة القضية، فإن ذلك ناتج عن أن الصنف يحمل الخصائص التي تحملها دالة

¹ - رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1 مرجع سابق، ص ص 54-55

² - مثال يستعمله رسل في كتابه: "فلسفتي كيف تطورت"، لتبيان أن الصنف الفارغ لا حدود له في الواقع.

³ - Russell(B), Introduction to mathematical philosophy, p187

⁴ - Reicherbach(H), Elements of symbolic logic, The free press, New York 1966, p 193.

القضية، فإذا سلمنا بالتكافؤ بين دالتين من الناحية الصورية فإن ذلك يعني أن الصنفان في هوية واحدة¹.

فمثلاً إذا قلنا أن الصنفان: "الكائنات الناطقة" و"الكائنات الحية" في هوية واحدة، لأن دالتا القضية "س كائن حي"، "س كائن ناطق" متكافئتان صورياً.

2.1.1- علاقة الاحتواء بالانتماء:

لقد اتخذ المنطق المعاصر من علاقة الاحتواء والانتماء واعتبرها أساساً لبناء علاقات منطقية ورياضية بدلاً من إقامة معادلات، مادام أنها مشتركة في حساب الأصناف و نظرية المجموعات، وترجع بدايات التأسيس لذلك بالضبط كما يشير بلانشي مع بيرس² Pierc (1839-1914) "الاحتواء" بيانو G.Peano (1858-1932) "الانتماء"³. غير أنه لا يجب إغفال أن لايبنتز Leibniz يعد أول من نبه إلى علاقة الاحتواء بين الأصناف على اعتبار أنه يعد من مؤسسي المنطق الصوري في شكله الحديث.

لكن يجب أن نميز بين علاقة الاحتواء وعلاقة الانتماء لتجنب الخطأ الذي وقع فيه المنطق التقليدي حتى منطق شرودر⁴ E SHROIDER وبول Boole، ويؤكد كوين⁵ Quine أنه من الضروري التمييز بين علاقة الاحتواء والانتماء، لأن الخلط بينهما يؤدي إلى نوع من التناقض، وهو ما نعني به أغاليط النمط، فإذا اعتبرنا أن أ محتواة في ب ويعبر عنها "أ ⊂ ب" صادقة فهذا لا يعني على الإطلاق أن "أ ⊃ ب" صادقة دوماً فقد تكون صادقة وقد تكون كاذبة، ومثال ذلك: إذا قلنا أن الجزائر بلد عربي يدل على أن

¹ -Whitehead (A.N) and Russell(B), Principia mathematica, vol1, Cambridge at the university press, London, second edition, 1963, p184

² - بيرس رياضي وفيلسوف أمريكي 1839-1914

³ -Ibid, p25.

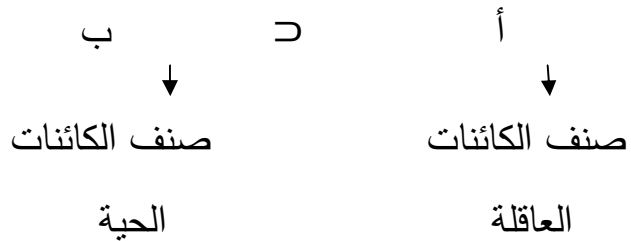
⁴ -رياضي و منطقي ألماني 1841-1902 من كتبه عمليات الحساب المنطقي، التحليل الرياضي للمنطق ..

⁵ - "Where $x \subset y$ it may or may not be the case that $x \in y$ and where $x \in y$ it may or may not.."

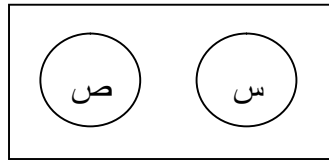
Quine, (W.V.O), Mathematical logic, Harvard university press, Londn, 1961, pp185-186

الجزائر مأخوذة كبلد واحد عضو في صنف البلدان العربية ولكنها ليست متضمنة في البلدان العربية لأننا لا نستطيع أن نقول أن كل فرد جزائري هو بلد عربي، وبالمثل فإذا قلنا أن عنتر يحي هو عضو في صنف المدافعين وبالتالي فهو عضو في صنف اللاعبين، ومنه نستنتج أن صنف المدافعين محتوي في صنف اللاعبين ولكنه ليس عضو من أعضائه لأنه لا يصح القول بأن صنف المدافعين هو أحد اللاعبين، ونستنتج من ذلك أن جوهر الاختلاف بين الاحتواء والانتماء هو اختلاف صوري "لأن علاقة الاحتواء انعكاسية لا تناظرية بينما علاقة الانتماء علاقة لا انعكاسية لا تناظرية لا انعكاسية ولا متعدية"¹.

وعليه فإذا عرفنا الاحتواء على أنه علاقة بين صنف وصنف آخر، فهذا لا يعني أننا نخلط بين رمز الاحتواء والمساواة، وبالتالي فالتعبير المناسب عن رمز الاحتواء يعني أن صنف داخل تحت صنف آخر فمثلا: صنف الكائنات العاقلة هو صنف داخل تحت صنف الكائنات الحية، ويمكن أن نعبر عن ذلك في الصورة الرمزية التالية:



وقد يكون للاحتواء معنى أوسع إذا طابق الصنف أ الصنف ب ويمكن أن نعبر عن ذلك كما يلي:



تطابق صنف

¹ - بلانشي (روبير)، مدخل إلى المنطق المعاصر، تر: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2005 ص215 .

انظر كذلك: رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق، ص53

وقد يعني الاحتواء في القضية الشرطية من الناحية المفهومية هو أن المحمول محتوى في الموضوع، فإذا قلنا: "كل أ هو ب" يعني أن الصنف "أ" محتوى في الصنف "ب"، ويلزم عن ذلك أن التقابل بين احتواء الأصناف وعلاقة لزوم القضايا يصبح ممكنا لأن علاقة الحد بالصنف تحدد من خلال علاقة اللزوم فمثلا: القضية الشرطية إذا كان زيد يمشي فإنه يحرك قدميه، تعني أن زيد يمشي تحوي يحرك قدميه، وعليه ففي هذه الحالة يصبح صدق المقدم يعني بالضرورة صدق التالي، ويمكن أن نعبر عن ذلك في الصورة الرمزية التالية: "س تحوي ص"، إذا كانت س صادقة ص صادقة.

أما إذا حاولنا ربط العلاقة بين حد (عضو) والصنف فان الرمز المناسب لذلك كما أكد بيانو¹ هو الانتماء، ويمكن أن نعبر عن ذلك بالصيغة الرمزية التالية: "س \exists ط" فإذا وضعنا مكان س (محمد) ومكان ط إنسان يصبح التعبير المناسب عن العلاقة كما يلي: "محمد ينتمي إلى الجنس البشري"، ويمكن أن نجد مقابلا لعلاقة الانتماء في المنطق التقليدي في القضية الشخصية: محمد إنسان وليس القضية العامة "الكلية"، لأن القضايا الكلية تعني باحتواء الأصناف ولا تعبر عن علاقة الانتماء، وقد اعترض رسل Russell استعمال علاقة الانتماء في حالة علاقة الحد بفصله ككثير، لأن ذلك يعني مقابلة حد بمجموعة من الحدود وهذا مخالفة للمنطق الرمزي².

أما في حالة وضعنا مكان (س) عدد طبيعي وليكن (1) مثلا، وأكدنا أن ط هي مجموعة الأعداد الطبيعية يصبح التعبير المناسب عن ذلك في نظرية المجموعة س عنصر في المجموعة ط.³، وإذا اعتمدنا هذه النظرة في تعريفنا للاحتواء والانتماء، فهذا لا يعني أن العلاقتين متميزتين تماما، لأن تعريف الاحتواء قد يتم من خلال وبواسطة الانتماء. فإذا قلنا مثلا أن صنف الفلاسفة هو محتوى في صنف

¹- بلانشي (روبير)، مدخل إلى المنطق المعاصر، مرجع سابق ص214.

²- رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق، ص124.

³- موساوي (احمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق، ص15. 16

العباقر، فان ذلك يعني أن كل فيلسوف "سقراط مثلاً" ينتمي إلى صنف الفلاسفة، ينتمي بالضرورة إلى صنف العباقر، فإذا رمزنا بالرمز "أ" لصنف الفلاسفة وبالرمز "ب" لصنف العباقر و "س" إلى اسم فيلسوف "سقراط" فإننا نحصل على الصيغة الرمزية التالية:

(أ \supset ب) بالتعريف $\forall (س) \cdot (س \supset أ) \supset (س \supset ب)$ ¹، وتعليل ذلك عند رسل أن نوع العلاقة تنشأ بالأساس عن تعريف الاحتواء بواسطة اللزوم الذي ينشأ بين عضوية صنفين، لأن اللزوم يعني أن العضو الذي ينتمي إلى الصنف "أ" ينتمي بالضرورة إلى الصنف "ب".

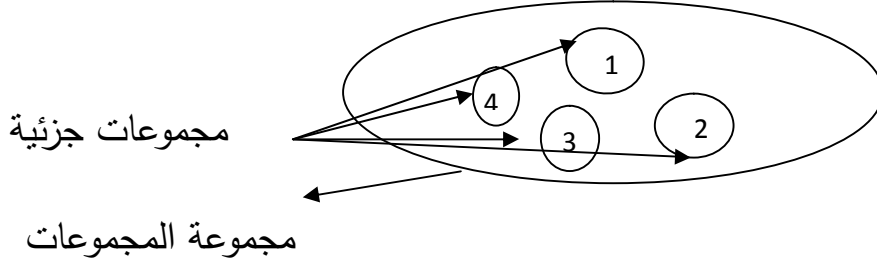
3.1.1-الصنف و المجموعة:فكرة المجموعة متعلقة بالرياضيات، ونعني بها جملة من العناصر التي تربطها رابطة ما تكون عبارة عن خاصية مشتركة بين العناصر المكونة لها، كأن نقول مجموعة الأعداد الطبيعية أو مجموعة الطلبة لقسم الفلسفة..الخ، ومن بين المفاهيم المرتبطة بالمجموعة وفق بنائها الرياضي لدينا: عنصر، ينتمي...، ولأن في تعريف المجموعة ننطلق من حدود أولية معرفة، فإن ذلك يجعلها تقترب من مفهوم الصنف على أساس أن المعالجة الرياضية للصنف وفق مبدأ الماصدق كما أكد بوشنسكي Bouchenski أصبحت من أهم ميزات المنطق المعاصر"²، لان ذلك أقرب إلى الممارسة الواقعية، ويصبح مفهوم الصنف لا يختلف عن المجموعة بالرغم من أن المجموعة مفهوم رياضي متميز، فإذا قلنا مثلاً أن هناك صنف طلبة ماجستير تخصص منطق، فإن ذلك يسمح من الناحية الواقعية تعداد عدد الطلبة و لنقل 12 طالباً، وينطبق ذلك على المجموعة فإذا قلنا مجموعة الأعداد الزوجية أصغر من عشرة فان ذلك يسمح بتعداد حدودها في الواقع مج= [0-2-4-6-8] .

- لكن إذا كان التعريف الماصدق للصنف هو مستحيل في اللانهاية-فهل تعريف الصنف من ناحية المفهوم يجعله يتميز عن المجموعة؟ إذا كان التعريف بالمفهوم يعني

¹ -Quine(w.v.o), op, cit, P185.

² - . Bouchenski (J.M), History of formal logic, p362.

بذكر الخصائص المشتركة لصنف ما "خاصية العقل" بالنسبة لصنف الإنسان، فإن ذلك يعني ذكر الخاصية المشتركة كأن يقول "س هو عدد زوجي"، ومن جانب آخر إذا كانت حدود مجموعة ما تعبر عن مجموعات جزئية فإنه في هذه الحالة يمكن الحديث عن مجموعة المجموعات وفق المخطط التالي:



ويمكن مقابلة ذلك بالصنف الشامل والأصناف الفرعية، فإذا قلنا أن هناك صنف شامل وليكن مثلاً "صنف الكتب" واعتبرنا هذا الصنف مجموعة المجموعات، فإنه في هذه الحالة يمكن توزيعه إلى مجموعات جزئية *كتب الفلسفة* - *كتب التاريخ* - *كتب الفكر* الخ. هذه المجموعات الجزئية وفق بنائها المنطقي تعبر عن أصناف فرعية لصنف شامل الكتب، وعلى الرغم من العلاقة الموجودة بينهما، إلا أن هناك فرق بينهما على أساس أن المجموعة هي مفهوم رياضي والصنف هو مفهوم منطقي والعلاقة الموجودة بينهما هي أشبه بالعلاقة بين الرياضيات و المنطق .¹

4.1.1-أصناف الصنف: نستخلص مما سبق أن الصنف يتكون من مجموعة من الأفراد أو العناصر التي تشترك في خصائص معينة²، وبمأن عدد الأفراد التي يتشكل منها صنف ما تختلف في العدد من صنف لآخر، فإن عدد الأصناف يزداد بزيادة عدد الأعضاء من السلسلة الموالية كما يؤكد كوين Quine، على أساس أن هناك صنف

¹ -موساوي (احمد)،مدخل جديد إلى المنطق المعاصر،ج2، مرجع سابق ص 19 .

² - من الضروري التمييز بين الصنف والخاصية "property"، فإذا كانت الأصناف بحسب وجهة نظر كوين هي نفسها عندما تملك نفس العناصر فإن ذلك لا ينطبق على الخصائص على أساس أن الخصائص ليست نفسها عندما تملك نفس الأعضاء انظر في ذلك: Quine. (W.V.O), op, cit, p120

يحتوي على عضو واحد، وهناك صنف ذات عضوين...الخ وصنف شامل لجميع الأعضاء، ولهذا كان من الأجدر تحديد أصناف الصنف مع الإشارة إلى نوع العلاقة بينهما.

1.4.1.1-الصنف الشاملThe Universal Class يطلق مصطلح الصنف الشامل

على مجموع الأفراد الذين يشتركون في خصائص معينة، فالإنسان هو صنف شامل وهذا نظرا لكونه يحتوي على مجموعة من الأفراد: زيد - محمد - عمر ...الخ، لاشتراكهم في خاصية العقل، وباعتبار أن الصنف الشامل هو صنف كل شيء، فقد يحتوي على أصناف فرعية لذا يسمى هذا الصنف بصنف الأصناف، فمثلا إذا كان لدينا صنف الكائنات البحرية التي عاشت في 1940، واعتبرنا ذلك صنف شامل فان كل كائن بحري عاش في 1940 يعتبر عضوا في هذا الصنف، وباعتبار الكائنات البحرية التي عاشت في 1940 هي أنواع فان كل نوع من هذه الأنواع يمثل صنفا فرعيا يندرج تحت صنف الكائنات البحرية، كقولنا مثلا: صنف الحوت الأزرق الذي عاش في 1940، أو صنف الكائنات البحرية من الثدييات التي عاشت في 1940، ويرمز للصنف الكلي في التحليل المنطقي عند بول بالرمز (1) أو (V)، ويمكن توضيح معنى الصنف الشامل وفق الدالة القضيةية كما يلي: فإذا كانت لدينا الدالة القضيةية $A=B$ فان الصنف المناسب للتعبير عن هذه الدالة بـ $(A=B)$ ، أما إذا تم استبدال الدالة $(A=B)$ بدالة مكافئة لها وفق الصيغة التالية: " $\exists V$ " تصبح هذه الدالة تعبر عن الصنف الذي يحتوي على جميع العناصر وهو ما نسميه بالصنف الشامل¹، وينطبق هذا المفهوم في الرياضيات على مجموعة المجموعات.

إن تصور الصنف الشامل على أنه صنف كل شيء في المنطق الرياضي أدى إلى ظهور نقيضة الصنف، ومن جهة أخرى فان استخدام الرمز (1) الذي يعبر عن الصنف

¹-Tarski(Alfred), Introduction à la logique, traduit :Tremblay Gauthier- Villars éditeur, Paris, 3 édition 1971, P 67

الكلي بحسب ر. بلانشي Blanche سمح بتأمين دالة النفي، فإذا كان لدينا مثلا : الصنف الشامل الذي يعني :صنف الجزائريين المسلمين، فان التعبير الرمزي (س-1) يدل على صنف الجزائريين غير مسلمين.¹

ومنه فإذا كان الرمز (1) هو رمز الصنف الشامل، والذي يعد مدخلا ضروريا إلى جبر المنطق والرقمية عند بول Boole.G إضافة إلى الرمز (0)-فعلى ماذا يدل الرمز (0) من الناحية المنطقية؟

2.4.1.1 - الصنف الفارغ The Null Class الصنف الفارغ من ناحية الماصدق هو الصنف الذي ليس له حدود أو الصنف الذي لا يحتوي على أعضاء، فلو قلنا على سبيل المثال "س غول"- "س يسكن في الزهرة " فإن صنف الغول وسكان في الزهرة في هذه الحالة يسمى صنفا فارغا، ما دام أنه لا وجود لأعضاء في الواقع تحمل خصائص الغول وسكان الزهرة، وبمأن الصنف الفارغ لا يحتوي على أي عنصر فان الرمز المناسب له هو: (0 أو ٨) ويعد تصور الصنف الفارغ في المنطق الحديث تجديدا مهما على حد تعبير ر. بلانشي Blanche ولو كاسيفتش Lukasiewicz، على أساس أن المنطق الأرسطي لم يشر إلى هذا النوع من الأصناف في النظرية المنطقية، ويمكن توضيح مفهوم الصنف الفارغ من خلال الصورة الرمزية التالية: إذا كانت لدينا الدالة القضوية "أ ≠ أ" فان الصنف المناسب للتعبير عنها: ب (أ ≠ أ) وعليه فان استبدال الدالة السابقة: "أ ≠ أ" بدالة مكافئة وفق الصورة الرمزية: "أ ∃ ٨" تصبح الدالة تعبر عن الصنف الذي لا يحتوي على أي عنصر²، وعلى هذا الأساس فان الصنف الفارغ كما يؤكد بوشنسكي هو كل السينات س والخارج عن كل العينات ع والتي لا تعبر عن نفسها وفق الصيغة: "س ≠ س"³.

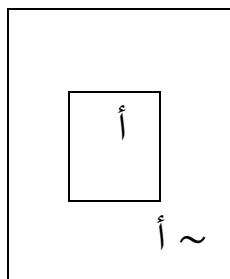
¹ - بلانشي (روبير) المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق، ص 371.

² -Tarski(Alfred), op, cit, p67.

³ - Bouchenski(J.M), precis of mathematical logic, Reidel publishing, Holland, 1959, p56

- وعليه إذا كان تصور الصنف الفارغ من الناحية المنطقية على انه متم للصنف الشامل. فماذا نقصد بالصنف المتم؟

3.4.1.1-الصنف المتم: The Complement Class إذا كان مفهوم الصنف قائم على اشتراك مجموعة من الأعضاء أو العناصر في خصائص معينة، فان استبعاد هذا الصنف من عالم المقال يعني أننا نتحدث عن صنف آخر يختلف في الخاصية وفي عدد الأعضاء المكونة له، ويسمى هذا الصنف "بالصنف المتم". فإذا افترضنا على سبيل المثال أن الصنف الذي رمزه (ا) يشير إلى صنف الأشياء الملونة بالأخضر، فان الصنف المتم له في هذه الحالة هو صنف شامل لجميع الألوان الأخرى: "الأحمر، الأبيض..."، وبمقتضى ذلك تصبح كل الأشياء والتي لا تحمل اللون الأخضر كالبرتقال مثلا تنتمي إلى الصنف المتم، ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي:



وإذا عبرنا عن الصنف المتم ($\sim A$) بالرمز "س \notin أ"، فان تعريفه رمزياً يكون كما يلي: $s \in \sim A \leftarrow s \notin A$ ويمكن قراءة ذلك قراءة صنفية كما يلي: إذا كان العضو س ينتمي إلى الصنف المتم فان "س" لا ينتمي إلى الصنف "أ". لكن إذا كان العضو س ينفرد بخصائص لا يحملها عضو غيره والتي يتشكل منها صنف ما- فعلى ماذا يدل مفهوم الصنف في هذه الحالة من الناحية المنطقية؟

4.4.1.1-الصنف ذات العضو الواحد: The Unit Class إن وجود عضو واحد في عالم مقال معين يحمل خصائص فريدة ومتميزة لا يحملها فرد آخر غيره، يدل ذلك من

¹ -مهران رشوان (محمد)، مقدمة في المنطق الرمزي، مرجع سابق، ص282

الناحية المنطقية على الصنف ذات العضو الواحد¹، فإذا قلنا مثلاً: "كانت kant مؤلف كتاب نقد العقل الخالص"، فإن ذلك يعني أننا نتحدث عن صنف ذات عضو واحد ، وذلك لانفراد كانت kant بالخاصية السابقة: "مؤلف كتاب العقل الخالص". وبالرغم من أن الصنف ذات العضو الواحد يأتي مباشرة بعد الصنف الفارغ من ناحية الترتيب، إلا أنه يختلف عنه على أساس أن الصنف الفارغ لا وجود لأعضاء له في الواقع. ويدعو كوين Quine.w.v.o من جهة أخرى في كتابه: "mathematical logic" إلا أنه من الضروري الوقوف إلى جانب التمييز الذي أقره فريجه Frege وبيانو Peano بين الصنف والأفراد على أساس أن الأفراد لا ينتمون بالضرورة لصنف معين عكس الصنف ذات العضو الواحد الذي يحمل خصائص لا يحملها صنف آخر². ويمكن أن يكون الصنف ذات العضو الواحد صنفا فرعيا لصنف شامل ومن الناحية التاريخية يمكن مقابله بالحد الجزئي . من خلال تحليلنا لأصناف الصنف يمكننا أن نصل إلى نتيجتين أساسيتين:

أ- إن تعريف أي صنف من الأصناف السابقة يقوم على عدد الأعضاء التي يتكون منها وقياساً بالخصائص التي ينفرد بها، ولهذا يمكننا أن نتحدث عن الصنف ذات عضوين وهكذا... ب- إن كل صنف من الأصناف السابقة الذكر يمكن رده إلى مصدره الأرسطي، ولهذا سوف نقوم في القسم الثاني من هذا الفصل بتحليل نوع العلاقة ما بين فكرة الصنف كما هو منظور إليها في المنطق الحديث وفكرة الحد الأرسطية.

5.1.1- الصيغ³ المنطقية المتعلقة بالأصناف:

على الرغم من تعدد الصيغ في النسق المنطقي ذاته سواء المعاصر أو الأرسطي إلا أن كل موضوع منطقي يتطلب بالضرورة وجود صيغ خاصة به، ولأن موضوع منطق

¹ - Bouchenski(J.M), precis of mathematical logic, p58.

² - "...Before Frege and Peano urged the importance of distinguishing between an object and its unit class.... " - QUINE(W.V.O), op,cit, p136

³ - فضلنا استعمال مصطلح الصيغة على مصطلح المبدأ، لأن المبدأ يعبر عنه في شكل قانون كلي ثابت، والواقع أن تطور

المنطق تاريخياً والجانب الصوري يؤكد أن المنطق يتطور باستمرار .

الأصناف هو من بين مواضيع المنطق المعاصر فان طبيعة الحساب التحليلي للأصناف يلزم وجود بعض الصيغ المتعلقة بالمنطق، والتي تتحكم في نفس الوقت في العلاقات الأساسية ما بين الأصناف وتتطلبها طبيعة الاستدلال، ومن بين هذه الصيغ ما يرتبط بالمنطق الأرسطي والتي اعتبرت من المبادئ الأساسية له ويمكن تحديدها كما يلي:

1.5.1.1 - صيغة الهوية:

إذا كان مبدأ الهوية يعني في المنطق التقليدي أن كل شيء هو ما هو على حد تعبير لايبنتز أي بالتعبير الرمزي $A \text{ هو } A$ ، فان الهوية ما بين الأصناف تعني أن كل صنف محتوي في ذاته أي $A \supset A$ أو باستعمال رمز المساواة $A = A$ ونقول في هذه الحالة أن الصنفين في هوية واحدة عندما يتعين وجود تساوي في الأعضاء، فمثلا إذا كان لدينا صنفين الكائنات العاقلة وصنف الكائنات الناطقة، فان القول أنهما في هوية واحدة أي أنهما يمتلكان نفس الأعضاء، ويعني ذلك أنه إذا افترضنا وجود صنفين A و B فانه بالنسبة لأي عنصر s مثلا فان s يكون عضوا في الصنف A و B أي:

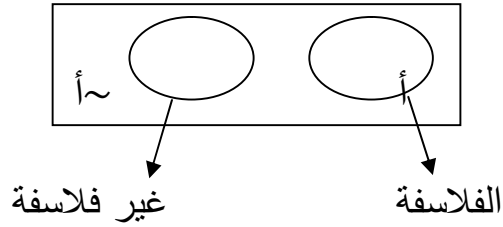
$$A = B \text{ تع } \forall (s). (s \in A) \leftrightarrow (s \in B)$$

2.5.1.1 - مبدأ عدم التناقض:

ويفيد معنى هذا المبدأ بأنه من المستحيل وجود أعضاء مشتركة بين صنفين "الصنف والصنف المتم له"¹ ويمكن أن نعبر عنه بالصيغة الرمزية التالية: $A \sim X \sim A = \Lambda^2$ وتقرأ: أن حاصل الضرب بين الصنف والصنف المتم له يساوي الصنف الفارغ، فإذا كان الرمز "أ" يشير إلى صنف الفلاسفة والرمز يشير "أ" إلى ما ليس بفلاسفة، هنا نستطيع القول بأنه لا توجد أعضاء مشتركة بين A و $\sim A$.

¹ عزمي (إسلام)، أسس المنطق الرمزي، مكتبة الانجلو المصرية، مصر، ط 2، 1970 ص 59

² - رمز الصنف الفارغ .



3.5.1.1-صيغة الثالث المرفوع: وهو يعني أن كل عضو إما ينتمي إلى الصنف "أ" أو

إلى الصنف "لا أ" ويمكن أن نعبر عنه: $1 = \sim A + A$

4.5.1.1- صيغة التبادل:

وهو يعني تبادل في الحد ففي حالة تبادل الرموز المعبرة عن الأصناف، فإن ذلك لا يغير من معناها ويعبر عنه في حالة الضرب المنطقي: $A \times B = B \times A$ ويعني أن حاصل الضرب المنطقي بين الصنفين "أ و ب" يكون في هوية مع حاصل الضرب المنطقي "ب و أ"، أما في حالة الجمع فالتبادل يمكن التعبير عنه كما يلي: $A + B = B + A$ ومعنى هذا فإن الصنف الناتج عن حاصل الجمع المنطقي للصنف "أ و ب" يكون في هوية مع حاصل الجمع للصنف "ب و أ".

5.5.1.1- صيغة القياس:

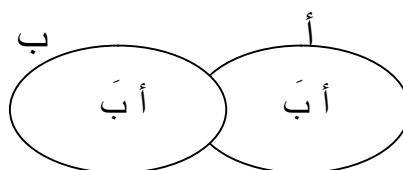
وهو يعني أن احتواء الصنف أ في الصنف ب والصنف ب في الصنف ج يعني بالضرورة احتواء صنف أ في الصنف ب، فإذا كان الصنف أ يشير إلى صنف المفكرين والصنف ب إلى صنف العباقرة والصنف ج إلى الإنسان، فإن الصورة اللزومية للقياس تعني: إذا كان المفكر عبقرى وكان العبقرى إنسان، فإنه يلزم عن ذلك بالضرورة أن كل مفكر إنسان، ويمكن أن نعبر عن ذلك بالصيغة الرمزية:

$$(A \supset B) \wedge (B \supset C) \leftrightarrow (A \supset C) .$$

6.5.1.1-صيغة دي مرقان¹:

$$\sim(A \wedge B) \leftrightarrow (\sim A \vee \sim B), \quad \sim(A \vee B) \leftrightarrow (\sim A \wedge \sim B)$$

ويمكن في إطار هذين القانونين التعبير عن حاصل الضرب بين الأصناف بواسطة الجمع أو التعبير عن حاصل الجمع بواسطة الضرب، والتعبير المناسب وفق أشكال فن يكون ذلك كما يلي:



7.5.1.1-صيغة تحصيل الحاصل:

ويقر هذا المبدأ بأن حاصل الضرب المنطقي لأي صنف في نفسه يساوي نفس الصنف ونفس الأمر بالنسبة للجمع المنطقي: $A \times A = A$ ، $A + A = A$ ، والملاحظ أن هذه الصيغة تختلف عن الحساب العادي ذلك لأن حاصل الضرب $A \times A = A$ هي غير صحيحة في الحساب العادي.

8.5.1.1-حاصل الجمع المنطقي: وهو يعني ان كل الاعضاء اما في الصنف "أ" و اما

في الصنف "ب"

9.5.1.1- حاصل الضرب المنطقي: ويعني ان العضو الذي ينتمي الى الصنف "أ"

ينتمي الى الصنف "ب".

بالإضافة إلى الصيغ السابقة فيمكن إضافة صيغ أخرى كصيغة: التبسيط، التركيب النقيض، الترابط... الخ.

¹ - دي مرقان De Morgan Augustus عالم رياضي انجليزي 1806-1861 اشتهر بهذين القانونين المتعلقين بجبر الأصناف من مؤلفاته : المنطق الصوري.

2.1- تقابل الحدود والأصناف

إن دراسة المنطق في الفترة المعاصرة والجانب الصوري البحت الذي توصلت إليه الأبحاث المنطقية، هو الذي جعل البعض يتخذ موقفا سلبيا من المنطق الأرسطي وهذا نظرا لافتقاره للغة دقيقة تطور العلوم "مصادرة على المطلوب"، ومهما يكن من نقص وتختلف في جوهر نظرية أرسطو المنطقية، إلا أن هذا الأخير استطاع استخدام الرموز على شكل حروف هجاء لتدل على حدود الأقيسة، وبالتالي إدخال المتغيرات في مجال المنطق ما يجعل من أرسطو Aristote كما أكد دي روس مؤسس المنطق الشكلي¹، فالقياس ما هو إلا صورة من صور التفكير البرهاني، ولهذا فالتعبير عن القضية يتم بإرجاعها وتحويلها إلى قضية شبيهة بمعادلات الجبر.

إن إسهام أرسطو Aristote في المنطق على هذا النحو هو الذي يجعلنا نسلم بأن ما قدمه يعتبر كافيا للقول بالترابط الوثيق بين نظرياته في الأقيسة والحدود وما توصل إليه المنطق الصوري الحديث في منطق الأصناف، ولهذا سنحاول في هذا المبحث تبيان العلاقة بين فكرة الحد التي تمثل جوهر النظرية الأرسطية والصنف كما هو منظور إليه في المنطق المعاصر، وقبل ذلك ينبغي أن نشير إلى مفهوم القياس وما هو نوع القياس الذي اعتمده أرسطو وتحدث عنه في كتبه المنطقية حتى نتضح لنا نوع العلاقة بأكثر جلاء، ولهذا يمكننا أن نتساءل:- هل يمكن أن ينطبق مفهوم الصنف في شكله المعاصر على الحدود "الكلية- الجزئية" كما عرفها أرسطو؟

1.2.1- تعريف القياس: لفظ القياس ترجمة للكلمة الانجليزية Syllogism أو ما يناظره

في اللغات الأوربية، وهو مشتق من لفظين يونانيين معناهما "معا"- "فكر"، وهو يعني تماما ما يعنيه اللفظ الانجليزي Computations ومعناه حساب أو عد، وهذا الأخير مشتق من اللفظين اللاتينيين Con ويعني معا Puto ويعني فكر، وبذلك يكون معناه

¹ - بلانشي(روبير)، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، تر: خليل احمد خليل، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر

والتوزيع، الجزائر، 2009، ص65

التفكير في عدة أمور¹، ويعرف أرسطو Aristote القياس: "بأنه قول إذا وضعت فيه أشياء أكثر من واحد لزم شيء آخر من الاضطرار لوجود تلك الأشياء الموضوعة بذاتها"². وإذا أمعنا النظر في تعريف أرسطو للقياس فإننا نستنتج أنه يشير إلى أن القياس يتكون من مقدمات: "إذا وضعت أشياء" ونتيجة: "لزم شيء آخر"، وان كان أرسطو من خلال هذا القول لم يشر إلى عدد المقدمات، إلا أن كتاب التحليلات الأولى يبين أن هذه المقدمات وردت في صورة لزومية على أساس أن القياس الأرسطي مبني في شكل قضايا لزومية في صورة³: إذا كان أ محتواة في ب

وكان ب محتواة في ج .

فان أ محتواة في كل ج .

والمثال الذي أورده أرسطو Aristote في "التحليلات الثانية" والذي يوضح ذلك هو: - إذا كان كل نبات عريض الأوراق هو غير دائم الخضرة، وكانت كل كرمة هي نبات عريض الأوراق فان كل كرمة هي نبات غير دائم الخضرة، ولهذا فالقياس الأرسطي يختلف عن أقيسة المنطق التقليدي ومن بين أمثلة القياس التقليدي:

كل إنسان فان

سقراط إنسان

سقراط فان

¹ -مهرا (محمد)، مدخل إلى المنطق السوري، دار الثقافة للنشر والتوزيع، مصر، 1994، ص202. للاطلاع أكثر انظر في ذلك: Jevons(w.s),Elementary lesson in logic dedutive inductive, Mac millan and co, London, New edition,1888,pp127-128

² -أرسطو، التحليلات الأولى، المقالة الأولى: "نظرية القياس"، نقل تداري، تحقيق عبد الرحمان بدوي، (كتاب:منطق أرسطو)، ج1 وكالة المطبوعات الكويت دار القلم، لبنان، ط1، 1980، ص142

³ -لوكاسيفتش (يان)، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق السوري الحديث، تر وتقديم:عبد الحميد صبره، دار المعارف بالإسكندرية(مصر)،1961، ص14

والواقع أن هذا القياس كما أكد ذلك يان لوكاسيفتشLukasiewicz في كتابه: " نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث" و.بلانشيBlanché في كتاب: "المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل"، يختلف عن القياس الأرسطي في جوهره، لأنه يحتوي على مقدمة عبارة عن قضية شخصية سقراط إنسان، لأن أرسطوAristote لم يستعمل في نظرية القياس سوى المقدمات الكلية، ويؤكد يان لوكاسيفتشLukasiewicz أن من لا يفرق بين القياس الأرسطي والقياس التقليدي إنما لم يعرف كتب أرسطوAristote المنطقية أو أنه لم يدرس المنطق أصلاً¹.

وليس من الغريب أن يحافظ الفلاسفة المسلمون على هذا التعريف للقياس الذي وضعه أرسطو، لكون أرسطوAristote طبع ذلك بصفة الشمول ويتضح ذلك عند ابن سينا في شرحه لقول أرسطوAristote: "لزم عن تلك الأشياء الموضوعة بذاتها لا بالعرض" إذ يقول: "لا يحتاج في أن يلزم عنها (يقصد المقدمات) ما يلزم إلى أن يقترن بها شيء يتم بذلك لزم ما يلزم...."². وإذا علمنا مع يان لوكاسيفتشLukasiewicz أن نظرية القياس في جوهرها مبنية على فكرة الحد: - فما المقصود بالحد وما هي أنواع الحدود؟ ولماذا تترجم الحدود على أنها أصناف؟

2.2.1- تعريف الحد:

إذا كانت القضية عند رسلRussell هي جملة خبرية تحتل الصدق أو الكذب، فإنها في أبسط صورها تتكون من موضوع ومحمول ورابطة فمثلاً إذا قلنا: "الشمس مشرقة" نلاحظ أن هذه القضية تتكون من موضوع "الشمس" ومحمول "مشرقة"، ويتضح مما سبق أن موضوع ومحمول القضية في المنطق يشكلان الجزء الأساسي الذي تتكون منه القضية على اعتبار أن الرابطة هي مجرد ربط بين هذين الحدين. وإذا أردنا أن نقدم تعريفاً عاماً للحد من خلال ذلك، فإنه يعني بالضرورة ما يمثل أحد طرفي القضية، والحد

¹ نفس المرجع السابق، ص37

² - ابن سينا (أبو علي)، الشفاء: جزء القياس، تحقيق: سعيد زايد، وزارة المعارف العمومية، القاهرة (مصر)، 1964، ص59

في معناه اللغوي يعني باليونانية Horos، وهو يعني باللاتينية terminus ويعبر ذلك عن بداية القضية أو نهايتها، ويؤكد يان لوكاسيفتش Lukasiewicz أنه من الضروري التمييز بين لفظ حد لمعناه المنطقي وبقية الألفاظ الأخرى التي ترتبط بالجانب البسيكولوجي: "فكرة، معنى، مفهوم أو Begriff في الألمانية"¹، والحد عند أرسطو Aristote يعني: "ما تتحل إليه المقدمة وذلك كالمقولة والذي يقال عليه المقول إما بالزيادة "لا توجد" أو بانقسام يوجد أو لا يوجد"².

إن التعريف الحد على هذا النحو يجعل منه مختلفا عن اللفظ العام الذي نستعمله في التعبير عن التصورات لأن الحد في النهاية له وظيفة ترتبط بالمنطق، مادام أنه الوحدة ذات معنى التي تتركب منها القضية، ومادام أن المعاني بعضها قد يكون كلياً أو جزئياً، كما عبر عن ذلك أرسطو Aristote فإن المقصود بالكلي هو ما يحمل على أكثر من واحد وهو مخالف للجزئي الذي يتملص من هذه الصفة، فإن الحد بذلك قد يكون كلي وقد يكون جزئي ويصبح معنى الحد الجزئي ينطبق على فرد واحد بعينه مثل: "زيد- محمد- سقراط- كالياس"، لأن كل حد من هذه الحدود يحمل على موضوع واحد بنفس المعنى أما الحد الكلي فهو ما يحمل على موضوعات كثيرة مثل: إنسان، حيوان.. الخ، وبمقتضى ذلك تصبح التفرقة بين الحد الكلي والجزئي من خلال موضع الحد في القضية، لأن الكلي يدل على صنف يمكن أن ينقسم ويكون الحمل ممكناً بالنسبة لكل أجزائه عكس الحد الجزئي، وإذا عبرنا عن القياس بالمثال:

إذا كان كل منطقي مبدع

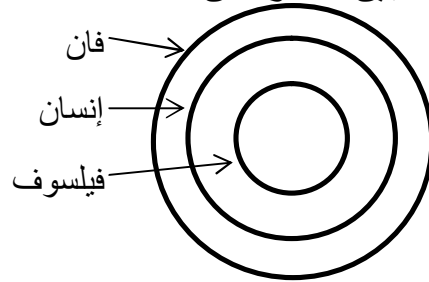
وكان كل فيلسوف منطقي

فان كل فيلسوف مبدع

¹ -لوكاسيفتش (يان)، المرجع السابق ص16

² - أرسطو، التحليلات الأولى -المقالة الأولى:نظرية القياس، مرجع سابق، ص142

يصبح القياس هنا يتكون من ثلاث حدود "أكبر - أصغر - أوسط"، لأن ذلك يعد شرطاً من الشروط العامة التي سلم بها أرسطو لصحة القياس. ويبين أرسطو العلاقة ما بين الحدود الثلاث بقوله: "فإذا ما كانت الحدود الثلاثة مرتبة بعضها مع بعض على هذه الصفة وهو أن يكون كل الأخير موجوداً في الأوسط وكل الأوسط موجوداً في الأول أو غير موجود في شيء منه فمن الضروري أن يكون قياس كامل"¹. فالبرغم من أن الحد الكلي يختلف عن الحد الجزئي في كونه يحتوي على كثرة من الأشياء، إلا أنه يمكن أن ينحل إلى حد جزئي، إذا أضفنا إليه بعض الألفاظ الخارجة عنه فمثلاً: إذا كان الإنسان هو حد كلي فإن القول "هذا الإنسان" يصبح ذلك التعبير عن شخص معين "أحمد مثلاً"، ويمكن أن نعبر عن العلاقة بين الحدود من خلال الشكل التالي:



وإذا عبرنا عن ذلك وفق علاقتي الاحتواء والانتماء تصبح المقدمة الكبرى تعبر عن احتواء صنف في صنف، مادام أن الاحتواء علاقة تتم ما بين الأصناف "علاقة إنسان بفان" أما المقدمة الثانية "المنتبى إنسان" هي عبارة عن قضية شخصية، فإن نوع العلاقة بين حديها هي علاقة انتماء لأنها تعبر عن انتماء عضو في صنف.

ويتضح من خلال ما سبق أن كل عضو في الحد الأصغر يكون عضواً في الحد الأوسط والحد الأكبر، وكل عضو في الحد الأوسط يكون محتوياً بالضرورة في الحد الأكبر لأن ذلك من مبادئ القياس المنطقي². ويمكن التعبير عن ذلك رمزياً كما يلي: إذا افترضنا أن "أ" تشير إلى الحد الأكبر و "ب" تشير إلى الحد الأوسط و "ج" إلى الأصغر، فإذا لزم "أ" عن "ب" و "ب" عن "ج" فإن "أ" محتوياً بالضرورة في "ج"، وعلى

¹ - نفس المصدر السابق، ص 148

² - رسل (برتراند)، أصول الرياضيات ج 1، مرجع سابق، ص 43

الرغم من أن أرسطو Aristotle أهمل الحدود الجزئية نتيجة لتأثره بفلسفة أفلاطون Platon، إلا أن ذلك لا يعني على الإطلاق أنها غير أساسية في بناء النسق المنطقي العام الذي سلم به أرسطو Aristotle، لأن طبيعة هذا النسق تتطلب بالذات أن يكون هناك حدود جزئية إلى جانب الحدود الكلية.

ويعد لايبنتز Leibniz من الناحية التاريخية أول من دعى إلى النظر إلى الحدود نظرة صنفية¹. من خلال بحث قدمه بعنوان " بعض الصعوبات المنطقية"، لأن المنطق وإن اتخذ من الحروف الهجائية رموزا للحدود، فإنه بحسب لايبنتز Leibniz اتخذ من القضايا المنطقية صوراً للمعادلات على نموذج علم الجبر، فإذا كان مفهوم الصنف يتحدد تارة بالمفهوم وتارة أخرى يتحدد بالماصدق كما أكدنا على ذلك من قبل، فإن النظر للحدود نظرة صنفية يعني تحديدها من جهة المفهوم والماصدق، فمثلاً في حالة الحد ما هو إنسان فإن التعريف من الناحية المفهومية يعني ذكر لخصائصه المميزة "العقل- الحياة"، أما تعريفه من وجهة نظر الماصدق فيعني تعداد حدوده، وهذا التعريف في جوهره لا يختلف عن التعريف الذي قدمناه سالفاً للصنف، لأن صنف الإنسان ككثير على حد تعبير رسل لا يختلف عن الحد الكلي الذي عالجه أرسطو Aristotle في التحليلات الأولى، وبنى عليه نظرية القياس في مجملها، ولتوضيح ذلك قام لايبنتز Leibniz بصياغة القضية الحملية صياغة صنفية كما يلي:

- (1) كلية موجبة كل أ هو ب (أ = ب) أو (أ لا ب) لا يوجد.
- (2) جزئية سالبة (أ هو لا ب): (أ ب) لا يساوي..... أ و أ لا ب يوجد.
- (3) كلية سالبة لا أ هو ب (أ ب) لا يوجد.
- (4) الجزئية الموجبة أ هو ب (أ ب) يوجد².

¹ - فهمي زيدان (محمود)، المرجع السابق، ص54

² - Lewis(C.I), A survey of symbolic logic, New York,1980, p14

فإذا نظرنا للكلية الموجبة وفق الصياغة السابقة وبيننا أن حدودها تتحدث عن أصناف وفق المثال التالي: كل إنسان حيوان، فان صنف الإنسان في هذه الحالة الذي يعد جزءا من صنف الحيوان لا زال صنف الإنسان، هذا إذا تحدثنا عن التعريف المفهومي. أما في حالة التعريف بالماصدق فان (أ لا ب) تعني أنه لا يوجد صنف "أ" يكون صنف "لا ب"¹، وبالمثل يمكن النظر إلى بقية القضايا "كلية سالبة- جزئية موجبة- سالبة" وتفسيرها كما تم مع الكلية الموجبة.

وبالرغم من أن لايبنتز Leibniz لم يصل إلى مستوى تكوين منطق الأصناف على النحو الذي حدث مع بول Boole وشرودر E.shroider فيما بعد، إلا أن محاولته هذه تعتبر محطة البداية في النظر إلى الحدود على أنها أصناف من وجهة نظر رمزية، ولعل ما يفسر عودة لايبنتز لقضايا المنطق التقليدي ومحاولة إحياء قضاياها على النحو السابق هو نابع من موقفه من المنطق الأرسطي واعتباره أحسن ما توصل إليه العقل البشري².

يتضح مما سبق بأن الحد الكلي يقبل اشتراك أعضائه في خصائص معينة وانعدام هذه الخصائص يعني غياب الحد الكلي، وإذا أخذنا بتعريف الحد الكلي على هذا النحو فإنه يعبر عن التعريف المفهومي يقول أرسطو Aristote : "متى حمل شيء على شيء حمل المحمول على الموضوع قيل كل ما يقال على المحمول على الموضوع أيضا مثال ذلك أن الإنسان يحمل على إنسان ما ويحمل على الإنسان الحيوان، فيجب أن يكون الحيوان على إنسان ما أيضا محمولا، فان إنسانا ما هو إنسان وهو حيوان"³ أما إذا أخذنا بالتعريف الماصدقي، فإن الحد الكلي في هذه الحالة يصدق على عدد الأفراد وقد عبر أرسطو Aristote عن ذلك في قوله: "فإذا أردنا أن يوجد شيئا محمولا

¹ - Ibid, p14

² - إن لايبنتز لم يعجب بالقياس الأرسطي وحسب وإنما بالمبدأ الذي على أساسه أقيم هذا القياس يقول في ذلك: (أؤكد أن ابتكار شكل القياسات هو من أجمل ابتكارات العقل البشري حتى انه أثمنها وأقيمها، انه نوع من الرياضيات الشاملة التي لم تعرف أهميتها على نحو كاف...) النص مأخوذ من كتاب بلانشي(ر)، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق ص262.

³ - أرسطو، المقولات، نقل إسحاق بن حنين: تحقيق عبد الرحمان بدوي (كتاب:منطق ارسطو)، ج1، وكالة المطبوعات الكويت- دار القلم ، لبنان، ط1، 1980، ص35

على شيء كله، فانه ينبغي أن ينظر في موضوعات المحمول التي يقال عليها المحمول في لواحق الموضوع كلها¹، ومنه يصبح الحد الكلي وفق ذلك يحتوي على عضوين وأكثر، فإذا قلنا لفظ الإنسان فإن هذا اللفظ يحتوي على أعضاء كثيرة تشترك في خاصية العقل والحياة، وعليه فإن تعريف الحد الكلي على هذا النحو ينطبق على الصنف كما هو منظور إليه في المنطق الحديث، لأن الحد الكلي قد يكون صنف فرعي لصنف آخر أو شامل بما أنه يحتوي على أصناف فرعية "كالياس" لأننا إذا علمنا أن الحد الأصغر مع أرسطو لا يقبل اشتراك أكثر من عضو في خصائص معينة، فإن ذلك يتفق مع الصنف ذات العضو الواحد وقد سبق أن عبر رسل وهوايتهد في "البرانكيبييا" من خلال تناول مفهوم الصنف الشامل والأصناف الفرعية واتضح جليا من خلال هذا التحديد التقريب الذي يمكن أن يتم من جهة بين الصنف الشامل والحد الكلي، مادام أن الصنف الشامل يحتوي على جميع الأعضاء الذين يصدق عليهم اللفظ، وقد يعبر الحد الجزئي عن صنف ذات عضو واحد، مادام أن الصنف ذات العضو الواحد لا يحتوي إلا على عضو واحد². ولهذا السبب فقد اعتبر يان لوكاسيفتش Lukaseiwcz في كتابه: "نظرية القياس الأرسطية..." وبالضبط أثناء تحليله لفكرة الحد أن أرسطو يقسم الأشياء (يقصد الحدود) إلى ثلاثة أصناف (فئات)³.

3.2.1- الحد الموجب والحد السالب: الحد الموجب يعبر عن صفة من الصفات كأن نقول: عبقرى، نشيط، مبدع... الخ أما الحد السالب فهو يعني عكس ذلك، فهو يعبر عن غياب تلك الصفة كأن نقول: غير نشيط مثلا، لأن الحد السالب عبارة عن حد موجب أضيفت إليه أداة من أدوات النفي يقول أرسطو Aristote: "أما الإيجاب فإنه الحكم بشيء على شيء والسلب هو الحكم بنفي شيء عن شيء"⁴، وعليه فإذا كان السالب يعبر عن

¹ -أرسطو، التحليلات الأولى "المقالة الأولى"، المصدر السابق ص216

² -Whitehead (A.N) and Russell(B), op.cit, pp388-389.

³ - لوكاسيفتش (يان)، المرجع السابق، ص18

⁴ - أرسطو، العبارة، نقل إسحاق بن حنين، تحقيق عبد الرحمان بدوي، (كتاب:منطق أرسطو)، ج1، وكالة المطبوعات الكويت-

دار القلم ، لبنان، ط1 ، 1980، ص104

غياب الخصائص والصفات التي يحتويها الحد الموجب فان هناك تقابل بين الحدين، لأنه إذا وجد حد موجب فان هناك حد سالب يقابله بالضرورة يقول أرسطو Aristote في ذلك: "فمن البين أن لكل إيجابا سلبا قبالته ولكل سلب إيجاب قبالته فليكن التناقض هو هذا أعني إيجابا وسلبا"¹ فإذا قصدنا مثلا صنف العباقرة على أنه حد موجب فهذا يعني أننا أثبتنا صفة عبقرى على الأفراد الذين يتميزون بها، وعندما نؤكد على النفي بالقول ما ليس بعبقري فإنه في هذه الحالة نفينا الخاصية الأساسية التي اتصف بها الحد الموجب وبذلك يتحول الحد الموجب إلى حد سالب. لكن التقابل بين الحدين ليس معناه إثبات صفة بموصوف لأن التطابق يعني سلب شيء عن شيء فقط"²، وإذا سلمنا وفق ما سبق أن الحد الموجب والسالب من الحدود الكلية على إعتبار أن أرسطو Aristote لا يولي أهمية للحدود الجزئية في نظرية القياس كما حدد ذلك سابقا - وإذا إعتبرنا أن هناك تقابل بين الحدود الموجبة والسالبة على أساس أن أحدهما هو متمم للأخر - فهل يمكن مقابلة ذلك بالصنف والصنف المتمم له كما هو منظور إليه في المنطق المعاصر؟ وهل يمكن أن يطابق إتحاد الحد الموجب والسالب الصنف الشامل المعبر عنه في المنطق الحديث بعالم المقال؟.

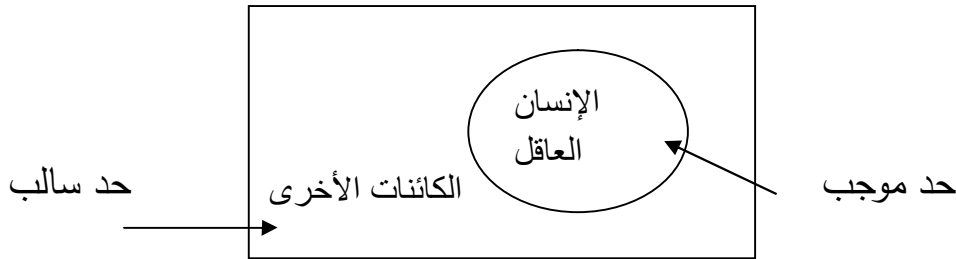
مادام أن الخصائص التي يحملها حد تختلف في جوهرها عن الخصائص التي يحملها حد آخر فإن إتحاد الحدين يعني حد واحد، لان الجمع بين الإيجاب والسلب معا يشكل لفظة واحدة"³ فإذا قدم لنا شخص مثلا وصفا عن شيء من الأشياء واستقر رأيه أن هذا الشيء هو " ليس أبيض، وإذا كان الشيء الذي ينتمي إلى الأبيض يعبر عن الحد الموجب. وما ليس أبيض يعبر عن الحد السالب، وفق الخاصية التي ينفرد بها كل حد، فإن ذلك يمكن مقابله بالصنف المتمم له والمعبر عنه رمزيا بالصيغة التالية: " ~ أ" وإذا أردنا ضبطا دقيقا لذلك: فإن الشيء الذي ينتمي إلى الصنف أ صنف الأشياء البيضاء لا ينتمي إلى

¹ - نفس المصدر السابق، ص ص 104-105.

² - ابن رشد (أبي الوليد)، تلخيص منطق أرسطو، المجلد الأول، تحقيق جيار جهامي، المكتبة الشرقية، بيروت، 1986، ص 89

³ - الفرابي (أبو نصر)، المرجع السابق، ص 11

الأشياء غير بيضاء مما يعني التقابل بين الصنفين، فإذا كان لدينا عضو س وليكن محمد مثلا عضو في الصنف "أ" الإنسان فإن: " محمد " لا يمكن أن يكون عضوا في الصنف ~ أ والذي لا يمكن أن يكون إنسان، ونفهم من ذلك بأن السلب يمكن أي يتدخل في تحديد مفهوم الصنف والصنف المتم له وفق المثال السابق، فإن هذا التقابل نجد له تعبيرا في الحد السالب والموجب عند أرسطو¹، ويصبح الصنف الشامل بذلك لا يحتوي على الأفراد الذين يكونوا أصنافا وإنما على أصناف فرعية كذلك الصنف الشامل يتحدد من خلال الحدين الموجب والسالب، إذ أكد ر. بلانشي Blanché في كتابه: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل" أن دي مورقان De morgan يرى أن الصنف الشامل يتحدد عن طريق الحد الموجب والسالب، لأن كل شيء إما موجب أو سالب ولو قلنا أن كل شيء إما يكون اسود أو ابيض، وكان دي مورقان يعبر عن الحد الموجب بالحرف الكبير في حين الحد السالب بالحرف الصغير². فإذا كان عضو ينتمي مثلا إلى صنف الحيوانات الفقارية فإنه لا ينتمي إلى صنف الحيوانات اللافقارية، باعتبار أن الخصائص التي يحملها أي صنف لا يمكن أن يحملها صنف آخر، ويصبح مفهوم الصنف الشامل يستوفي مجموع أعضاء الحدين، مادام أن الصنف الشامل هو صنف كل شيء أو الصنف الذي يجب أن يعبر عن الوحدة (Unité) كما أكد على ذلك جورج بول³. ويمكن توضيح ذلك من خلال أشكال فن كما يلي:



¹ -Lewis(C.i), op, cit, p41.

² - Blanché (Robert), La logique et son histoire d'Aristote à Russell, A. Colin, Paris 1970, p292.

³ - Boole(G), et Jevons(W.S), Algèbre et Logique, introduction par : Frédéric Gillot, Libraire scientifique Albert Blanchard, Paris, 1962, p19

وعلى هذا الأساس ومن خلال تحليلنا السابق يمكن القول أن أرسطو Aristote من خلال نظريته المنطقية أشار إلى الصنف والصنف المتمم له من خلال تحديده للحد الموجب والسالب. لكن إذا كان الصنف الشامل يعني إتحاد الأصناف الفرعية والأفراد. فهل يمكن مقابلة ذلك بالجنس عند أرسطو؟

4.2.1- الجنس والنوع:

الجنس هو حد كلي يطلق على عدة أنواع تشترك في خصائص أساسية واحدة، وكل نوع من الأنواع تتدرج تحت جنس¹ معين تحمل خصائص مختلفة: فالحي كحد كلي جنس للإنسان لكن لا يصدق عليه فقط بل يتعدى غيره من الأنواع الأخرى من الكائنات الحية كالنبات والحيوان... الخ، ومنه يتضح أن الجنس هو صفة شاملة تتدرج تحته أصناف فرعية وكل صنف من هذه الأصناف الفرعية يطلق عليها النوع كالإنسان بالنسبة للحيوان أما النوع فهو حد تتدرج تحته مجموعة من الأفراد تشترك في خصائص وصفات معينة فالإنسان كحد يقال على الأفراد "زيد . محمد " لاشتراكهم في خاصية العقل والحياة. وبالرغم من إتفاق الجنس مع النوع في كونهما يحملان على كثيرين، إلا أن الجنس يحمل على كثيرين كما يؤكد أرسطو مختلفين في النوع، أما النوع يحمل على كثيرين مختلفين في العدد².

- لكن إذا كان الجنس عبارة عن حد كلي يطلق على أنواع عديدة ، وكان النوع يرتبط بالجنس الذي يحدده- فهل يمكن مقابلة ذلك بالصنف "الشامل" بالنسبة للجنس والصنف الفرعي بالنسبة للنوع كما هو منظور إليه في المنطق الصوري الحديث؟

¹- أرسطو ، فورفوروس، نقل: أبي عثمان الدمشقي ، تحقيق عبد الرحمان بدوي،(كتاب:منطق أرسطو) وكالة المطبوعات الكويت:

دار القلم، لبنان، ط1، 1980، ص1060

² - المصدر نفسه، ص1061 -

يطلق مصطلح الصنف الشامل على الصنف الكلي الذي يشمل مجموعة من الأفراد يشتركون في خصائص معينة. وإذا كان مفهوم الصنف الشامل يعني بالضرورة صنف كل شيء. فإن معناه لا ينطبق بالضرورة على الأفراد. بل قد يحتوي على أصناف فرعية فإذا اعتبرنا مثلا صنف المفكرين على أنه صنف شامل. فإن ذلك لا يعني فقط الأفراد: "زكي نجيب محمود ، محمد أركون ، حسن حنفي ، شبلي شميل ...". وإنما قد يتكون صنف المفكرين من أصناف فرعية كان نقول : "المفكرين اليساريين ، المفكرين العقلانيين ... الخ. وذلك لاختلاف نزعاتهم بالرغم من إشراكهم في خصائص معينة، وينطبق هذا المفهوم للصنف الشامل مع مفهوم الجنس عند أرسطو فإذا كان الجنس هو المقول على كثيرين مختلفين في النوع، فإن هذه " الأنواع "تعد بالنسبة للمنطق الحديث بمثابة أصناف فرعية، على أساس أنها تحمل خصائص مختلفة فإذا كان لدينا صنف الحيوان على انه صنف شامل مثلا: فإن الحيوان هو جنس لنوع الإنسان والفرس وأن نوع الإنسان كصنف فرعي يحمل خصائص "العقل" تختلف عن الخصائص التي يحملها الفرس، وعلى هذا الأساس فقد إعتبر كل من شوبير وتشوه¹ أن الصنف الشامل بمثابة الجنس عند أرسطو وبمأن الجنس تتدرج تحته أنواع عديدة فإن هذه الأنواع يمكن مطابقتها بالأصناف الفرعية في المنطق الحديث، لكن قد يختلف النوع في المنطق الأرسطي عن الصنف الفرعي في المنطق الحديث خاصة، إذا علمنا أن المنطق الحديث قد سلم بالصنف ذات العضو الواحد، فإذا اعتبرنا أن الصنف قد يحتوي على عضو واحد، فإن النوع كما هو منظور إليه في المنطق الأرسطي يحتوي على أعضاء عديدة، فإذا قلنا مثلا "س هو مؤلف كتاب الجمهورية" فان ذلك يمثل صنف ذات عضو واحد ذلك لأنه يحمل خصائص لا يحملها فرد آخر يشترك معه . أما إذا قلنا النوع الإنساني فإننا في هذه الحالة نعني عدد الأفراد الذين ينتمون إلى النوع الإنساني: "زيد ، عمر، شريط ...". على أساس أنهم يشتركون في خاصية العقل التي تميزهم عن نوع الحيوان، ومنه نخلص إلى

¹-Schipper(E.W)and Schuh(E), A first course in modern logic, Routledge an paul, London, N.D
p271-272

أن أرسطو Aristote قد مهد لظهور الصنف الشامل والأصناف الفرعية من خلال تناوله للجنس والنوع، إلا أن المنطق الصوري الحديث لم يقف عند حدود الطرح الأرسطي، وإنما وسع هذا المجال بما يتلائم مع طبيعة المنطق المعاصر.

يتضح من خلال ما سبق أن تقسيم الحدود في المنطق الأرسطي يستند على أسس مختلفة، إذ أن الاعتماد على أساس الكم يجعلها تنقسم إلى حدود "كلية وجزئية" أما من ناحية الكيف فتتقسم إلى موجبة وسالبة. - لكن ما هي النتيجة العامة التي يمكن استخلاصها من خلال تقسيم الحدود على هذا النحو؟- وهل يمكن أن يكون هذا التقسيم كافياً لتفسير بعض قضايا المنطق المعاصر؟- إن النتيجة العامة التي يمكن استخلاصها من خلال تقسيم الحدود توحى بالترابط الوثيق بين نظرية الأصناف المعاصرة ونظرية الحدود الأرسطية¹، وعلى هذا الأساس فالتسليم بهذا الحكم له أسبابه ودوافعه نجملها في:

أ- إن النظر إلى الحدود من ناحية المفهوم والماصدق - الحد الكلي والجزئي - يجعل كل حد من هذه الحدود يمثل صنفاً، مادام أن مفهوم الصنف هو قائم على المفهوم والماصدق، فتعريف الحد الجزئي على أنه ذات الماصدق الواحد يجعله ينطبق على الصنف ذات العضو الواحد ومثال ذلك: "هوميروس مؤلف الإلياذة والأوديسة"، وبالمقابل فتعريف الحد الكلي على أنه يحتوي على جميع الماصدقات يجعله يرتبط بالصنف الشامل كما هو منظور إليه في المنطق الحديث، ومثال ذلك الإنسان مما يجعلنا نسلم بان أرسطو أول من أشار إلى كلمة صنف ولو بصورة ضمنية على الرغم من أن تسمية صنف لم تظهر إلا في المنطق الحديث.

ب- استعمال المنطق المعاصر في تحليله للأصناف بعض الصيغ والعلاقات المنطقية التي ترجع بالأساس إلى المنطق الأرسطي " الثالث المرفوع...".

¹ - عزمي (إسلام)، الاستدلال الصوري، الجزء الأول، مطبوعات جامعة الكويت، مصر، بدون طبعة، 1972، ص 15، انظر كذلك: موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق ص 54.

لكن من جهة أخرى لا يمكن اعتبار كل صنف على انه حد مادام أن أرسطو Aristote في نظرية القياس لم يشر إلى بعض أصناف الصنف، فالصنف الفارغ كما يرى يان لوكاسيفتش J.Lukasiewicz¹ لا وجود له في النسق العام الذي بنيت عليه نظرية الحدود الأرسطية، ونتيجة لذلك وبالرغم من الانتقادات التي وجهت إلى المنطق الأرسطي في الفترة الحديثة، فإن نظرية القياس يمكن اعتبارها نظرية رائدة في المنطق الحديث على أساس أنها مهدت لظهور بعض القضايا التي عالجها المنطق الحديث والمعاصر، مما جعل بعض المناطق في العصر الحديث على غرار جون فن Venn يحاولون تحليل القياس الأرسطي وفق نظرية حساب الأصناف، بالاعتماد على دوائر وأشكال محددة، وهو ما نحاول تحليله في الفصل الثاني من هذه الدراسة.

¹ - لوكاسيفتش (يان)، المرجع السابق، ص 16، انظر كذلك: بلانشي (ر)، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق، ص 371.

الفصل الثاني

التطور التاريخي لمنطق الأصناف: "أشكال فن"

2-التطور التاريخي لمنطق الأصناف: إن الدراسة التاريخية لمنطق⁽¹⁾الأصناف تضطربنا للتوقف عند أهم المراحل التي مرّ بها منذ أرسطو إلى يومنا هذا، وعليه فإذا كان أرسطو Aristote أشار كما حددنا ذلك من قبل إلى كلمة صنف من خلال بحثه في الحدود والأجناس والأنواع، فإن المنطق الحديث لم يتجاوز هذا الاهتمام بالرغم من الطابع الصوراني⁽²⁾ الذي يتميز به، واكتشافه لمفاهيم جديدة وطدت علاقته بالرياضيات والعلوم الأخرى التي أصبحت تجنح إلى الدقة والتخصص، وإزاء ذلك فقد ظهرت محاولات عديدة لترجمة القياس إلى لغة حساب الأصناف بالاعتماد على دوائر محدّدة، وأشهر هذه المحاولات "محاولة أولير Eleur"⁽³⁾ "محاولة فن Venn"⁽⁴⁾ ومحاولة لايبنتز Leibniz⁵ من قبل، على اعتبار أن لايبنتز Leibniz حاول إيجاد تصور هندسي للاستدلالات حسب مختلف القضايا. وسوف نركز في هذا الفصل على المحاولة التي قدمها جون فن المنطقي البريطاني لترجمة القياس على أساس أنها تجمع بين ميادين واسعة "ميدان الرياضيات" إذا تحدثنا عن نظرية المجموعات وميدان المنطق بالنسبة للقياس والقضايا العملية، ولأن جون فن Venn تجاوز في كتابه: "المنطق الرمزي"⁽⁶⁾، الرسومات والمخططات السابقة وبالأخص محاولة أولير كان من الأجدر في البداية أن نشير إلى التمثيل البياني للقضايا عند أولير Eleur.

¹ من الضروري التمييز بين تاريخ المنطق والمنطق -فإذا كان تاريخ المنطق يهتم بالمرحل التي مرّ بها المنطق عبر مختلف الأزمنة كما فعل بلانشي في كتابه: تاريخ المنطق من أرسطو حتى رسل، فإن في المنطق تتم معالجة أهم الموضوعات المتعلقة به، وقد ظهرت إلى جانب ذلك مصطلحات جديدة متعلقة بالمنطق: فلسفة المنطق ما حول المنطق... الخ. انظر في ذلك:

موساوي (احمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، معهد المناهج، 2007، ص ص45. 55.

² يجب تجاوز التصور التقليدي الذي يسلم بأن الجانب الصوري متعلّق بمنطق أرسطو على اعتبار أن المنطق الرياضي أكثر صورية، خاصة بتعدّد الأنساق المنطقية المعاصرة وبالأخص نسق رسل، لوكاسفيتش - لذا يسمى بالمنطق المصورن. انظر في ذلك: موساوي (احمد) ، طبيعة العلاقة بين المنطق و الواقع، مجلة دراسات فلسفية " العدد السابع، جامعة الجزائر ، 2011، ص29.

³ يمكن القول من الناحية التاريخية أن أولير "1707 - 1783" أسبق من فن في ترجمة القياس إلى أشكال و دوائر لكن محاولة أولير في ميدان المنطق هي متواضعة على حد تعبير ر. بلاشي، وهذا نظرا لكونها اهتمت بوضع التمثيل البياني للقياس دون الاهتمام بمسائل هي من صميم فلسفة المنطق، انظر في ذلك: بلاشي(ر)، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق، ص319.

⁴ جون فن Venn John عالم و منطقي بريطاني "1834 - 1923"، من أهم مؤلفاته الرئيسية: "المنطق الرمزي".

⁵ - Couturat (Louis), op,cit,pp21.22

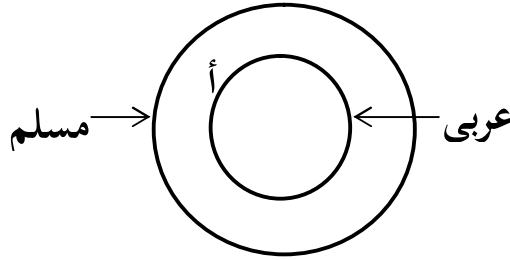
⁶ تظهر هذه الأعمال في الفصل السابع الذي خصّصه فن لشرح طريقة التمثيل البياني:

Venn(John),Symbolic logic, Mac Millan and Co, London, 1881, P100-135.

1.2- التمثيل البياني عند أولير:

يرتبط اسم أولير في تاريخ المنطق بالتمثيل البياني للقياس، وينطلق أولير Euler في تمثيل القضايا بالرمز إلى طرفيها "الموضوع" "المحمول" بدائرتين، ففي حالة الكلية الموجبة فإنّ الدائرة الممثلة للموضوع "أ" تكون داخل الدائرة الممثلة للموضوع "ب"، وعلى خلاف ذلك فإنّ الكلية السالبة هي ممثلة بدائرتين منفصلتين، أما في حالة القضايا الجزئية فإنّ الدائرتين الممثلتين للموضوع والمحمول متقاطعتين، وللتمييز بين الإيجاب و السلب يقترح أولير Euler وضع مكان التقاطع العلامة (*) في حالة الإيجاب، أما في حالة السلب فإنّ وضعها يتم خارج الدائرة ب أي في الدائرة (أ)⁽¹⁾، ويمكن توضيح ذلك من خلال الأشكال التالية:

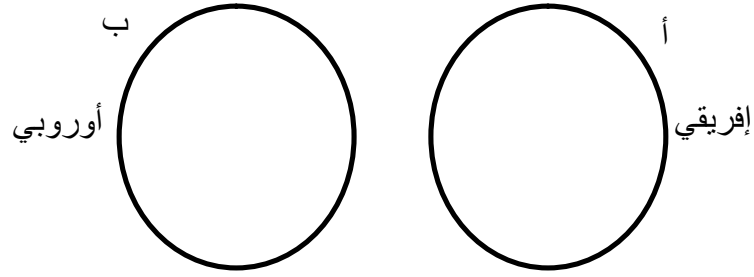
1.1.2- الكلية الموجبة: كل أ هو ب.



فإذا كان لدينا القضية التالية: كل عربي مسلم، يعني هذا في لغة حساب الأصناف أن صنف العرب الذي نرّمز له بالدائرة "أ" هو محتوى في صنف المسلمين المحدد في الشكل بالدائرة "ب"، أو كاحتواء صنف الفلاسفة في صنف الحكماء (أ-ب).

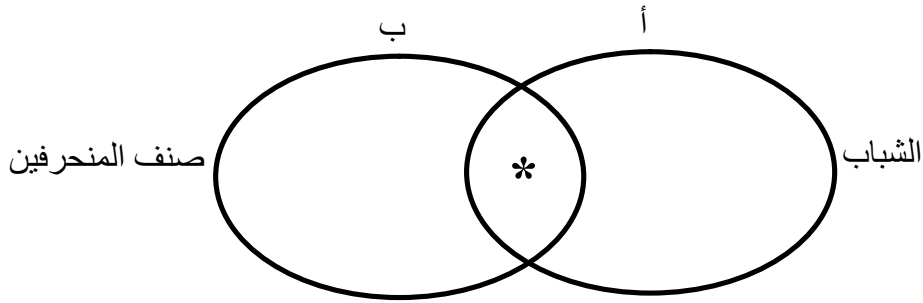
2.1.2- الكلية السالبة: لا أ هي ب

¹⁻ Lewis (C.I) 'op, cit. p176.



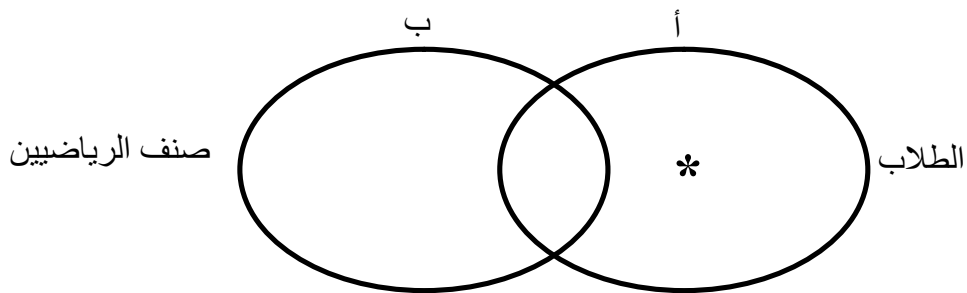
لا إفريقي أوروبي: و هذا يعني أنّ صنف الأفرقة الذي نرّمز له بالدائرة "أ" هو مختلف عن صنف الأوروبيين أي: $A \not\subset B$.

3.1.2- الجزئية الموجبة: بعض أ هي ب.



بعض الشباب المنحرف، وهذا يعني أنّ صنف الشباب لا يندرج إلّا جزئياً في صنف المنحرفين، فمصدق الموضوع لا يندرج إلّا جزئياً في ماصدق المحمول.

4.1.2- الجزئية السالبة: بعض أ هي لا ب.



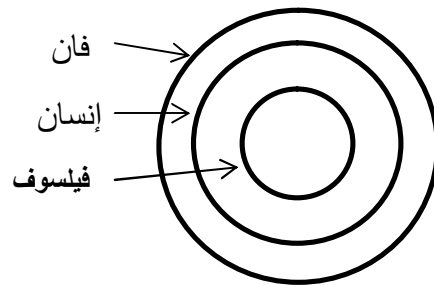
بعض الطلاب ليسوا رياضيين، وتفسير ذلك أنّ بعض الأفراد ينتمون إلى صنف الطلاب غير مندرجين في صنف الرياضيين، وعلى أساس التصور السابق يفترض وضع

اولير Euler أشكال محدّدة لقياسات⁽¹⁾ صحيحة ببناء ثلاث دوائر، فإذا افترضنا أن القياس في صورته التقليدية يتكون من ثلاث قضايا وفق المثال التالي:
كل إنسان فان.

الفيلسوف إنسان

الفيلسوف فان

- فإن التمثيل البياني لذلك يكون كما يلي:

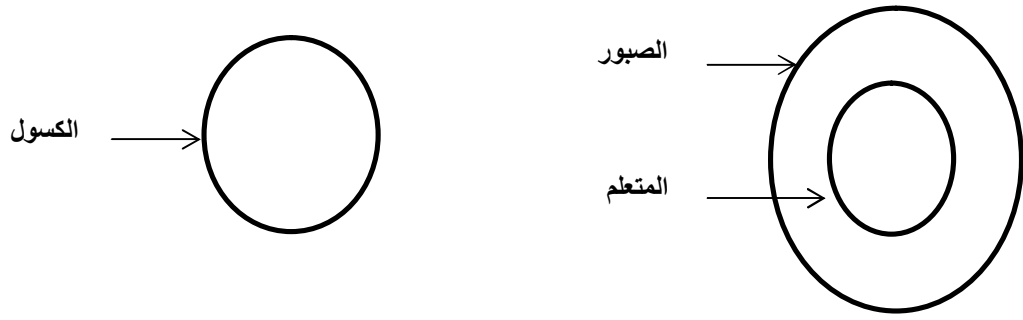


و يمكن قراءة ذلك في لغة حساب الأصناف، أن صنف الفيلسوف الداخل تحت صنف الناس هو محتوى بالضرورة في صنف الفانين، وينطبق ذلك على بقية الأقيسة الأخرى- فإذا كان لدينا: القياس التالي هو من الضرب Camenes الشكل الرابع وفق المثال التالي:

كل متعلم صبور.
لا صبور كسول.
لا كسول متعلم.

فإن التمثيل البياني لهذا القياس يكون بدائرتين أ و ب ، تتضمّن إحدهما الأخرى تشير الدائرة أ إلى صنف "المتعلم" و ب إلى صنف "الصبور"، أما الدائرة الثالثة فهي منفصلة عنهما والتي تمثّل صنف "كسول".

¹⁻ Lewis. (Carroll), Symbolic logic, Mac Millan and co, London, second edition, 1896, p 180.



- و لكن هل ساهمت هذه المحاولة في تطوّر المنطق في شكله الحديث؟ - ما يعاب على مخططات أولير Eleur بحسب وجهة نظر لويس Lewis.c.e⁽¹⁾ - هو استنتاج صحة جزئية بعض ب هو أ من صدق الكلية. وهذا استدلال غير صحيح، ونتيجة لهذه المفارقة وغيرها على حد تعبير ر. بلاشي Blanché، فإن المنطق لم يصل إلى مستوى البحث الرياضي على اعتبار أنّ طبيعة الاستدلال، وبما في ذلك الاستدلال الرياضي أصبح يرجع إلى القياس في شكله التقليدي⁽²⁾.

-وعليه فإذا كان التخطيط البياني للقياس عند أولير Eleur لم يعم استعماله إلاّ بعد اكتشافه من طرف جون فن Venn كما يرى لويس Lewis. - فعلى أي أساس أقيم التمثيل البياني عند فن؟ - و هل بقي فن محافظاً على نفس المبادئ التي بني عليها التمثيل البياني عند أولير؟

2.2- التمثيل البياني عند فن:

لقد استلهم جون فن Venn بحثه في ميدان المنطق من إسهام جورج بول Boole وبالأخص فيما يتعلق بالجمع المنطقي، وبالرغم من ذلك فإنّ أبحاثه في ميدان المنطق التي تظهر في كتابه "المنطق الرمزي" توحى بإسهامه الكبير في تطور جبر المنطق على اعتبار أنّه قدم تجديدين أساسيين بحسب ر. بلاشي Blanché، فهو من جهة قدم تفسير منهجي للقضايا بعبارات وجودية، ومن جهة أخرى بناء مخططات لتمثيل علاقات منطقية صنفية كما هو الحال في المعالجة الجبرية عند "بول Boole وشرودر shroider.e"⁽³⁾. وعلى

¹ - Lewis (C.I.), op, cit, p176.

² - بلانشي، (روبير)، لمنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق، ص322.

³ - المرجع نفسه ص384.

الرغم من المحاولات التي سبقت فن في التمثيل البياني كمحاولة لايبنتز Leibniz، شوينهاور وأولير Eleur كما حددنا ذلك من قبل، إلا أن محاولة فن Venn أكثر أصالة من سابقتها، وعلى هذا الأساس فقد انطلق فن Venn في تفسير القضايا الأربعة "الحملية" بعبارات وجودية، لأن ذلك يساعد على تجاوز التفسير المكثف الذي وقع فيه المنطق التقليدي على اعتبار أنه لا يتلاءم مع أساس المنطق، وبمأن التفسير السابق يفتح المجال أمام التفسير المفهومي الذي يتجاوز نطاق الواقع⁽¹⁾، فإن تجاوز ذلك النقص يتطلب التعبير عن كل القضايا بحدود سواء كانت موجبة أو سالبة، مما يسمح بتمثيل الأصناف بـ"خانات المشغولة" في حالة الجزئيات و"الفارغة" في حالة الكليات. وعليه فإذا كانت الجزئيات لها أصول وجودية⁽²⁾، فإن معالجة الكليات على نحو أنسب يتم من خلال اعتبارها على أنها نفي للجزئيات المتناقضة، فإذا كانت لدينا القضية التالية: كل إنسان فان، فهي لا تثبت أن دائرة "كل الناس فانون" مشغولة. بل تثبت أن خانة الناس غير فانون فارغة، وإزاء ذلك فتفسير الكلية كما أثبتته جون فن على النحو الإيجابي يجعل قيمتها شرطية. في المقابل فإن تفسيرها على نحو سلبي يجعل قيمتها مطلقة، واستطاع فن بمقتضى ذلك تجاوز التمثيل البياني للدوائر عند أولير Eleur، ما دام أنه يربط بين ثلاث أطراف، وهذا غير ممكن في نظر فن Venn بالنسبة للاستدلالات التي تعالج أكثر من ثلاثة قضايا ونموذج ذلك التراكم الإهليلية.

فإذا كان لدينا قياس يتكون من ثلاث مقدمات وأربعة حدود وفق الصيغة الرمزية التالية:

كل أ هي ب ، و ج. أو ليس ب.

كل أ ب هو ج، ثم هو د ← إذن: ليس كل أ د هو ب ج.⁽³⁾

⁽¹⁾يدرج فن موقف المناطق المفهومين ضمن النزعة الاسمية على أساس أن الإشارات و الرموز الحسابية التي قدموها تتنافى والدقة المنطقية التي يجنح إليها المنطق، انظر في ذلك:

Venn(John), op.cit, p398.

²بلانشي(روبير)، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، مرجع سابق، ص386

³ -Venn(John), op.cit, p116.

فإذا وضعنا مكان المقدمة الكبرى: كل متخلق صبور ودود أو ليس صبور. ومكان المقدمة الصغرى: كل متخلق صبور هو ودود ثم هو لطيف. إذن نصل إلى نتيجة: و هي ليس كل متخلق لطيف هو صبور وودود، وبإلغاء الصنف المتخلق الصبور الذي ليس ودود والصنف المتخلق الصبور الودود الذي ليس لطيف، والصنف المتخلق اللطيف الذي هو ودود وصبور، على أساس أنها لا تمثل أصنافا فارغة، يتبين لنا أن الصنف أ ب أي صنف المتخلق الصبور يعدّ صنفا فارغ ، ومنه نصل مع فن أن العلاقة بين أ و ب التي بحثنا عنها في البداية هي علاقة تعارض⁽¹⁾.

لكن: إذا كان جون فن وفق ما سبق قد انتبه إلى الأخطاء التي وقع فيها أولير أثناء ترجمته للقياس إلى أشكال ودوائر- فهل نجح فن في تجاوز ذلك؟ - و ما هي انعكاسات ذلك على تطور المنطق في شكله الحديث والمعاصر؟

1.2.2- ترجمة القضايا الحملية إلى أشكال فن:

1.1.2.2- تعريف القضية:

القضية في معناها العام هي الجملة الخبرية التي تحتل الصدق أو الكذب⁽²⁾ - فإذا قلنا مثلا: "فازت الجزائر بكأس العالم 2010"، "12=11+1"، "درس الإسكندر المقدوني على يد أرسطو في سنة 342 ق م"، لكانت هذه العبارات قضايا على اعتبار أنها تحتل الصدق أو الكذب قياسا بنوع الوقائع، ويصبح بمقتضى ذلك: كل قول لا يحتمل الصدق أو الكذب لا يعبر عن قضية مثل قولنا: "افتح الباب" - "راجع الدرس" - "اركب الحصان"... إلخ، مادام أن هذه العبارات ترتبط أساسا بما لم يقع فهي لا تحتل إذن الصدق أو الكذب. إن تعريف القضية على هذا النحو يجعلها تتميز عن الحكم⁽³⁾ - فإذا كان الحكم نشاط ذهني يتدخل في إثبات القضية أو نفيها، فإن القضية هي الوحدة المنطقية تقرر

¹ - ibid, p 117.

² - بيسون و أوكونر(ج)، المرجع السابق، ص45.

³ - يعالج بعض الباحثين في ميدان المنطق مبحث القضايا تحت اسم مبحث الأحكام على أساس أن أهم أغفلوا الفرق بين القضية والحكم و من بين هؤلاء: ألكسندر غيماتوف" في كتابه "علم المنطق" مكتبة الطالب، دار القلم، موسكو، ص110-114

صورة رمزية شريطة أن تكون صادقة أو كاذبة، وإن كانت القضية من حيث تركيبها تنقسم إلى حملية وشرطية، بالإضافة إلى أنواع أخرى من القضايا كالوصلية والفصلية والعنادية، فإننا سنحاول ترجمة القضية الحملية البسيطة⁽¹⁾ إلى أشكال فن وفق التقسيم الرباعي لها - فماذا نقصد بالقضية الحملية؟.

2.1.2.2- القضية الحملية:

إذا كانت القضية الحملية بالتعريف تقرر علاقة معينة بين حيين سواء كان ذلك بالإيجاب أو السلب، فإن ذلك يعني أنها تتكون في أبسط صورها من موضوع ومحمول ورابطة⁽²⁾ مثل قولنا: "كل فيلسوف حكيم"، يظهر من خلال هذا المثال أن حد الفيلسوف الذي يعبر عن صنف الفلاسفة: كأفلاطون - سقراط... إلخ، هو محتوى بالضرورة في صنف الحكماء. وفق الصورة الرمزية التالية: أ ⊃ ب.

بحيث يرمز لصنف الفلاسفة بالرمز "أ" وصنف الحكماء بالرمز "ب"، مما يجعلنا نستنتج "العلاقة بين القضية الحملية و الإحتواء"⁽³⁾، ولأن حدي القضية كما هو واضح في المثال السابق يعبران عن صنفين "فيلسوف" و"الفانين"، فإنه من الضروري الإقرار من جهة أخرى بعلاقة القضية الحملية بالصنف⁽⁴⁾. وتنقسم القضية الحملية في صورتها التقليدية إلى أربعة أقسام وفق مبدأ الكم والكيف كما يلي:

1- من حيث الكم: إلى كلية و جزئية.

2- من حيث الكيف إلى موجبة وسالبة وتكون الكلية وفق ذلك موجبة أو سالبة

والجزئية موجبة أو سالبة.

¹ القضية الحملية هي أبسط القضايا عند أرسطو لكن من وجهة نظر معاصرة القضية البسيطة هي القضية الذرية عند رسل وفجنشتاين "التي تكون حدا للتحليل"، انظر في ذلك: فجنشتاين (لودفيج)، رسالة منطقية فلسفية، تر: عزمي اسلام، مرا: زكي نجيب محمود، مكتبة الانجلو مصرية، 1968، الشذرة 3.201. وعلى هذا النحو فالقضية الحملية تقرر علاقة ما بين أصناف. أما القضية الذرية فهي تعني بانتماء أفراد إلى صنف معين.

² ابن سينا (أبو علي)، منطق المشركيين والقصيدة المزوجة، المؤسسة السلفية، القاهرة، 1910، ص 65

³ مهران (محمد)، مدخل إلى المنطق السوري، مرجع سابق، ص 135.

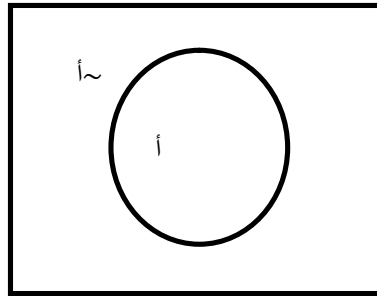
⁴ المرجع نفسه، نفس الصفحة.

ولكن: إذا كانت القضية الحملية وفق ما سبق تقرر وجود صنفين - فكيف تم ترجمتها
ترجمة صنفية وفق أشكال فن؟

3.1.2.2-المبدأ العام لترجمة القضايا الحملية:

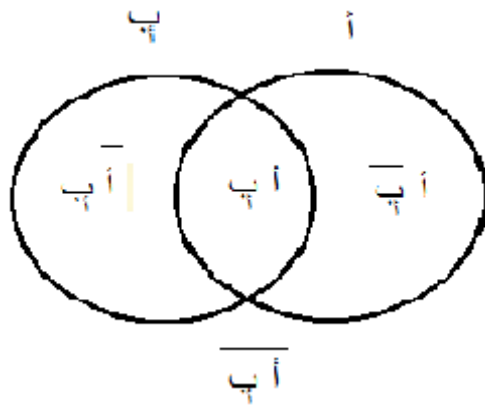
استعمل جون فن الأشكال للتعبير عن الحدود التي تتكون منها القضايا، وعلى
نقيض أولير لم يحدّد فن عدد الحدود التي تمثلها الدوائر، ففي حالة الحد الواحد: الإنسان
يكون ممثلاً بالشكل التالي:

(1)



أي ما هو داخل الدائرة "أ" هو كل فرد ينتمي إلى الجنس البشري، وما هو خارج
الدائرة "أ" والذي ينتمي إلى عالم المقال هو كل فرد لا ينتمي إلى الجنس البشري:
الفرس... إلخ.

ويسمى ذلك في المنطق الحديث: بالصنف المتمم. أما تمثيل الحدين "الصنفين"⁽¹⁾الذين
تتكوّن منهما القضية الحملية فيكون بدائرتين تمثل الدائرة (أ) الموضوع والدائرة (ب)
المحمول، كما هو واضح في الشكل التالي:



¹-Lewis (C.I),op, cit, p177

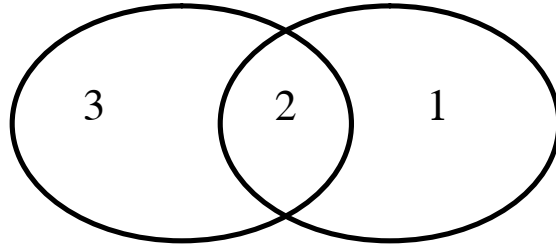
وما هو ملاحظ من خلال الشكل السابق: أن عدد التقسيمات الفرعية عندما يكون لدينا صنفين هو أربعة تقسيمات¹ هي على التوالي: أ هي ب، أ ليس ب، ب ليس أ، لا أ لا ب، و معنى هذا في التعبير الرمزي عند جورج بول أن القطعة المشتركة بين الدائرتين هي أ ب، و ما هو ضمن أ و خارج ب هو أ ب. و ما هو خارج أ و ضمن ب هو أ ب. و ما هو خارج الدائرتين و الذي يمثل عالم المقال "Universe of discourse" هو أ ب. وعلى هذا النحو استطاع جون فن Venn أن يتصور الأشكال التي تمثل القضايا الحملية وذلك كما يلي:

أ- الكلية الموجبة: ك.م كل أ هو ب أي أ ب، كل فيلسوف مفكر، وصورتها الرمزية هي: $\forall (س). (أ س \leftarrow ب س)$. ويمكن قراءة ذلك قراءة صنفية كما يلي: بالنسبة لجميع قيم س فإذا كان س هو أ لزم أن يكون س هو ب، الكلية الموجبة بالتعريف ووفق المثال السابق هي تقرير عن صنفين: الفلاسفة المعبر عنه بالرمز "أ" وصنف المفكرين والمعبر عنه بالرمز "ب"، وتعني أن صنف الفلاسفة "أ" محتوي بالضرورة في الصنف "ب" المفكرين، لأن كل فيلسوف "أفلاطون مثلا" هو عضو بالضرورة في صنف المفكرين، كما يفيد تقرير الكلية على هذا النحو أنه لا وجود لشيء يجمع بين صنف الفيلسوف وغير المفكر، على اعتبار أن صنف غير المفكرين على حد تعبير جون فن Venn ليس له أشياء في الوجود⁽²⁾ أي يمثل صنفا فارغا، وللتعبير عن الكلية الموجبة باستخدام دوائر فن لا بد من احترام الشروط التالية:

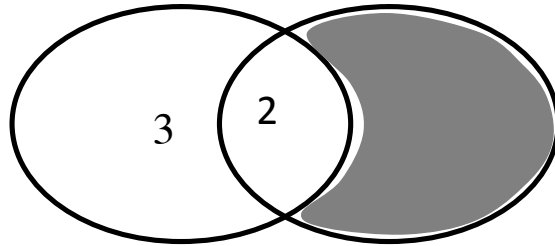
يجب ترجمة هذه القضية إلى دائرتين، تمثل الدائرة الأولى صنف الفلاسفة والدائرة الثانية صنف المفكرين وفق المخطط التالي:

¹ -Venn (John), op, cit, pp104-105.

² -Ibid,p112



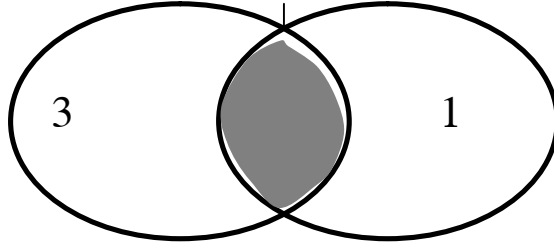
- عند تشكيل الدائرتين يتعين الحصول على ثلاثة قطع على أساس القطعة الأولى "1"، تمثل جزء الموضوع "فيلسوف"، أما المحمول فهو ممثل بالقطعة "3". وتمثل القطعة "2" الجزء الذي يتقاطع فيه الموضوع والمحمول، ولرسم الكلية الموجبة لابد من تخطيط الجزء من الموضوع "فيلسوف" والخارج عن دائرة المحمول مفكر "ب" (1). ويوضح الشكل التالي ذلك:



نلاحظ من خلال الشكل أن الأفراد الذين ينتمون إلى صنف الفلاسفة ولكنهم ليسوا أعضاء في الصنف ب لا وجود لهم وأن الصنف الذي يمثلهم هو صنف فارغ.
ب- الكلية السالبة: ك.س لا أ هو ب، أ ب=0 لا عبقرى غبي، وصورتها الرمزية:
 $\forall (س) (أ س. \neg ب س)$ ، ويمكن قراءة ذلك بالنسبة لجميع قيم س، فإذا كان س هو أ لا تكون س هي ب. إن الكلية السالبة بذلك هي تنفي علاقة الاحتواء بين صنفين "صنف العباقرة" و"صنف الأغبياء" للاختلاف في الأعضاء المكونة لكل صنف، فإذا كان العضو س وليكن "أينشتاين مثلا" هو عضو في صنف العباقرة، فانه من الضروري التسليم بأن أينشتاين لا ينتمي إلى صنف الأغبياء وذلك للاختلاف في الخاصية. وعلى هذا الأساس

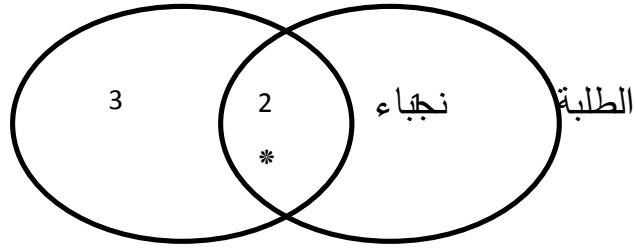
¹موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق، ص34. انظر كذلك:

يكون الصنف الذي يجمع بين الصنفين: "العبقري" و"الغبي" هو صنف فارغ أي:
 $أ ب = 0$ ، وللتعبير عن الكلية السالبة وفق أشكال فن لا بد من:
 - تخطيط الجزء الذي يتقاطع فيه الموضوع والمحمول على اعتبار أن تقاطع الصنفين
 يشير بالضرورة إلى الصنف الذي تتحدث عنه القضية وفق ما يلي:



ويوضح الشكل أن الصنف الذي يجمع بين الصنفين أ و ب هو صنف فارغ
 وعليه فإذا كان تمثيل القضايا الكلية يتم بتخطيط الجزء الذي يشترك فيه الموضوع
 والمحمول (السالبة)، والجزء الخاص بالموضوع (الموجبة)، على اعتبار أنها من القضايا
 الشرطية، فكيف تم تمثيل القضايا الوجودية (الجزئية) بيانياً؟.

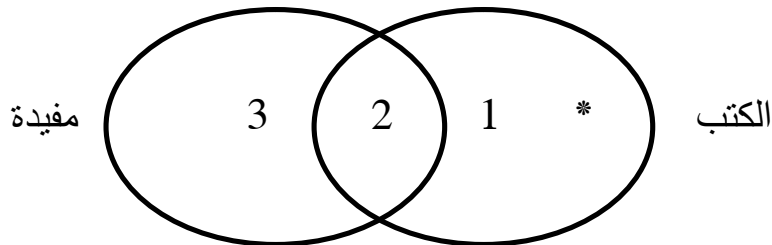
ج-الجزئية الموجبة: ج م، بعض أ هو ب: بعض الطلبة نجباء وصورتها الرمزية: هي
 $\exists (س) (أ س \wedge ب س)$ ، أي هناك فرد واحد (س) على الأقل ينتمي إلى الصنف أ
 والصنف ب، وعلى هذا الأساس فالجزئية الموجبة وفق المثال السابق تقرر أن بعض
 الأفراد (زيد - محمد - عمر...)، ينتمون إلى صنف الطلبة هم أعضاء في صنف
 النجباء، إلا أن هذا الإثبات لا يتم بصفة كلية، مما يجعلنا نستنتج أن الصنف المشترك
 ليس صنفاً فارغاً $أ ب \neq 0$ ، ويمكن أن يتطابق ذلك مع الصنف ذات العضو الواحد، فإذا
 قلنا مثلاً: أفلاطون رياضي وفيلسوف فيمكن أن ينتمي أفلاطون فقط في صنف الفلاسفة
 والرياضيين، ويتم رسم الجزئية الموجبة وفق أشكال فن كما يلي:



- ما يمكن ملاحظته من خلال الرسم أن القضية الجزئية الموجبة تختلف عن القضية الكلية: "موجبة - سالبة" في الرمز المميز لها $(*)^1$ ، حيث توضع $(*)$ في الجزء الذي يعبر عن التقاطع بين صنف الطلبة والنجباء كما هو واضح من خلال المثال السابق.

- وما يمكن أن نستنتجه أن انتماء عضو (سقراط مثلاً) إلى صنفين الرياضيين والمناطقية يمكن أن يكافئ من الناحية الرمزية، التعبير الذي يستعمل في حالة القضية س إنسان ومنطقي⁽²⁾.

د-الجزئية السالبة: ج س، بعض أ ليس ب ومثال ذلك: بعض الكتب ليست مفيدة وصورتها الرمزية: $\exists (س) (أ س \wedge \sim ب س)$ ، وتقرأ أن هناك عضو واحد على الأقل ينتمي إلى الصنف "ب"، فالجزئية السالبة وفق المثال السابق تقرر أن بعض أعضاء صنف الكتب ليسوا بأعضاء في الصنف "ب"، إلا أن ذلك لا يتم بصفة كلية، أي: $أ ب \neq 0$. و يمكن رسم الجزئية السالبة كما يلي:



- ما يمكن ملاحظته من خلال ذلك: أن العلامة المميزة $(*)$ توضح في الجزء الممثل

¹ - موساوي (احمد) ، مدخل جديد الى المنطق المعاصر ج2، مرجع سابق، ص36

² - مهران (محمد) ، مدخل إلى المنطق السوري، مرجع سابق، ص164

لصنف الكتب، ويمكن أن تطابق صيغتها الرمزية دالة القضية كما هو الحال في الجزئية الموجبة. لكن إذا اعتبرنا أن القياس يتكون من ثلاثة قضايا. - فكيف تم ترجمته إلى أشكال فن؟

2.2.2- ترجمة القياس الأرسطي إلى أشكال فن.

لقد حرص أرسطو Aristote في معرض حديثه عن الاستدلال القياسي. كما حددنا ذلك من قبل وضع جملة من الشروط والقواعد التي تتفق في جوهرها مع العلم البرهاني، الذي يتم ببطابه الكلي العام "لا علم إلا بالكليات". وبما أن طبيعة القياس هو مبني في شكل قضايا لزومية على أساس أن النتيجة تلزم اضطرارا عن المقدمتين، فإن أرسطو أثناء تحليل طبيعة القياس ميز بين الأقيسة الصحيحة "المنتجة" و"الفاصلة"، واشترط لذلك قواعد محددة، وفي المنطق الحديث ظهرت طرق عديدة للتأكد من صحة القياس وإنتاجه. وأشهر هذه المحاولات: محاولة فن Venn التي تستعمل فيها الأشكال والدوائر. - فهل تتفق هذه الطريقة مع الطرق التقليدية؟ وهل التسليم بصحة القياس وإنتاجه وفق النظرة التقليدية يعكس صحته وفق التعبير الرمزي عند فن؟.

- إن الإجابة عن هذا التساؤل تضطرننا إلى ضرورة تطبيق أشكال فن على بعض الأضرب المنتجة في القياس كما حددها المنطق التقليدي، مع الإشارة في البداية إلى شروط إنتاج قياس ما وفق النظرة التقليدية. - فما هي إذن الشروط التي حددها أرسطو ومن وراءه المنطق التقليدي لصحة القياس؟- و ما هو المبدأ العام الذي أقيم عليه؟

1.2.2.2- مبدأ القياس:

إن المبدأ الذي أقيم عليه القياس هو: "المقول على الكل وعلى لا واحد". وإذا كان هذا المبدأ هو البديهية التي تبنى عليها عملية الاستدلال، فإن حديث أرسطو Aristote عن هذا المبدأ يتجسد من خلال تمييزه في كتابه: "التحليلات الأولى" بين الأقيسة الكاملة والاقيسة الناقصة، لأن القياس الكامل: "هو القياس الذي لا يحتاج في بيان ما يجب عن مقدماته إلى استعمال شيء غيرها، والذي ليس بكامل هو الذي يحتاج في بيان ما يجب

عن مقدماته إلى استعمال شيء واحد...". ويواصل حديثه إلى أن ينتهي: "أن الشيء مقول على الكل إذا لم يوجد من كل الموضوعات شيء لا يقال هذا عليه. وكذلك المقول في ما لا يقال على شيء منه⁽¹⁾ وتعني عبارة المقول على الكل أن ما يقال على الأشياء ككل ينطبق على الأجزاء التي تتكون منها، فمثلا عند القول: "كل العرب مسلمين". فإن حد العرب في هذه الحالة هو مندرج تحت حد المسلمين، وبالتالي فالوصف الذي ينطبق على المسلمين ينطبق على العرب والعكس بالنسبة لحالة السلب، وبالرغم من الإنتقادات الموجهة إلى أرسطو Aristote بخصوص هذا المبدأ على أساس أنه لا يتلاءم إلا مع ضرب الشكل الأول وبالأخص celarent barbara دون بقية الأشكال الأخرى: "الثاني والثالث". إلا أن أرسطو بحسب يان لوكاسيفتش Lukasiewicz غير مسؤول عن هذا المبدأ منتقدا بذلك موقف كينز، على إعتبار أنه لم يرد إلا مرة واحدة في: "التحليلات الأولى"، "فما يؤخذ على صيغة هذا المبدأ ليس إلا شرحا للعبارة: "محمول على الكل" و"محمول على لا واحد"⁽²⁾.

ولما كان القياس عند أرسطو Aristote مبني في شكل قضايا لزومية كما أوضحنا ذلك من قبل، وتحليل المبدأ السابق. فإن التعبير عن النتيجة في القياس يستلزم بالضرورة التسليم بالقواعد التالية:

أ. قواعد متعلقة بالحدود: يشترط أرسطو أن يتضمن القياس ثلاث حدود كلية مع وجوب أن يكون الأوسط واحد من حيث اللفظ والمعنى. وباعتبار أن الحد الأوسط يتكرر في المقدمين، فإنه من الضروري أن يكون مستغرقا في إحدى المقدمين ولكي لا تكون النتيجة اعم من مقدماتها وجب أن لا يستغرق حد في النتيجة ما لم يكن مستغرقا في المقدمتين التي ورد فيها.

¹- أرسطو : التحليلات الأولى المقالة الأولى: نظرية القياس، مصدر سابق، ص143

²- لوكاسيفتش (يان)، المرجع السابق، ص68

ب. قواعد متعلقة بالقضايا: وجوب تضمن القياس ثلاث قضايا: تمثل القضية الأولى تقرير شيء على حد مستغرق. أما قضية الثانية فهي تقرير شيء عن حد يندرج تحت حد مستغرق والقضية الثالثة تمثل: النتيجة¹، ولما كان القياس الأرسطي سلسلة من القضايا الصادقة سواء كانت كلية أو جزئية موجبة أو سالبة، فإن صدق المقدمات يؤدي إلى صدق النتائج، وباعتبار أن النتيجة لا يمكن أن تتحقق من مقدمتين سالبتين وجب أن تكون إحدى المقدمات موجبة، أما إذا كانت إحدى المقدمتين جزئية وجب أن تكون النتيجة جزئية. وعلى ضوء هذه القواعد يمكن التمييز بين الأقيسة الصحيحة والأقيسة الفاسدة، ويمكن توضيح ذلك من خلال الأمثلة التالية:

(1) بعض المتدينين ليسوا بفلاسفة.

بعض المناطق ليسوا بفلاسفة.

إذن : بعض المناطق ليسوا بمتدينين

(2) إذا كان كل إنسان فان

وكان كل عربي إنسان

إذن كل عربي فان

إن تحليل المثالين السابقين وبالعودة إلى الشروط السابقة الذكر يتبين لنا أن المثال (1) عبارة عن قياس فاسد، مادام أنه لم يحقق الشروط التي تتعلق بصحة القياس وبالأخص القاعدة: " لا إنتاج من مقدمتين سالبتين".

¹ - سالمون (ويزلي)، المنطق تر: جلال موسى، تقديم: محمد علي أبو ريان ، الشركة العالمية للكتاب، لبنان، ط2، 1986

أما القياس الثاني الوارد في المثال(2)، فيعد من الاقيسة الصحيحة والمنتجة على أساس انه يستوفي الشروط السابقة الذكر.

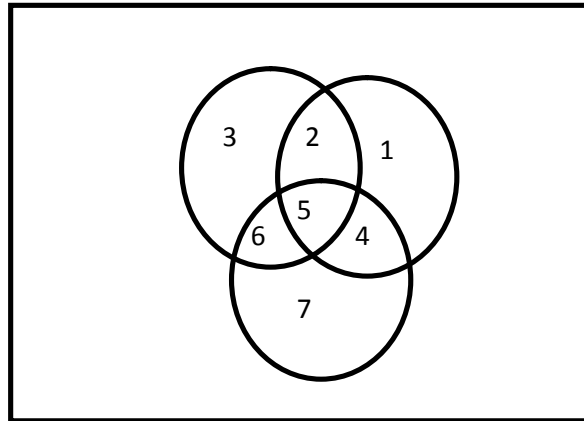
2.2.2.2-المبدأ العام لترجمة القياس إلى أشكال فن : للتحقق من صحة

القياس وفق أشكال فن رسم المقدمتين، على اعتبار أن النتيجة ترسم تلقائيا من خلال رسم المقدمتين إذا كان القياس صحيحا، وبمأن القياس الأرسطي يتكون من ثلاثة حدود بناء على الشروط العامة التي حددها أرسطو للقياس، فإنه من الضروري رسم ثلاثة دوائر متقاطعة وفقا للقواعد التي تم من خلالها رسم القضايا الحملية الأربعة وكل دائرة مقسمة إلى أربعة أجزاء⁽¹⁾، وكل جزء إلى قسمين. بحيث تشير الدائرتين المتقاطعتين (الأعلى) إلى الحد الأكبر والأصغر، والدائرة الثالثة التي تقطعهما إلى الحد الأوسط لنحصل في الأخير من خلال تقاطع الدوائر على سبعة أجزاء يعبر كل جزء على أعضاء صنف محدد، ويمكن توضيح ذلك من خلال تمثيل القياس التالي وفق مخططات فن:

كل العرب مسلمون

كل الجزائريون عرب

كل الجزائريون مسلمون



¹ -Venn(John),Op.Cit, p105.

فإذا كانت أ⁽¹⁾ تشير إلى الحد الأكبر: مسلمين، وكانت ب إلى الحد الأصغر جزائريون و ج تشير إلى الحد الأوسط: عرب. فإن الحد الأكبر وفق المخطط السابق يتكون من الأجزاء "2-3-5-6". أما الحد الأصغر فيتكون من الأجزاء "1-2-4-5" و الأوسط من "4-5-6-7"، و على هذا الأساس فإن الأجزاء التي تتكون منها الدوائر تعني ما يلي:

الجزء 1: يشير إلى صنف الجزائريين غير المسلمين وغير العرب .

الجزء 2: يشير إلى صنف المسلمين الجزائريين وغير العرب

الجزء 3: يشير إلى صنف المسلمين غير الجزائريين و غير العرب

الجزء 4: إلى صنف الجزائريين العرب وغير المسلمين

الجزء 5: إلى صنف الجزائريين العرب و المسلمين

الجزء 6: يشير إلى صنف العرب المسلمين وغير الجزائريين

الجزء 7: إلى صنف العرب غير المسلمين وغير جزائريين

و بإضافة الجزء الذي لا ينتمي لا إلى صنف الجزائريين ولا المسلمين ولا العرب يصبح لدينا "ثمانية أجزاء"⁽²⁾، وتزداد عدد الأجزاء المتقاطعة بزيادة عدد الدوائر التي تمثل الحدود فمثلا في حالة أربعة حدود يكون عدد الأجزاء 16 جزء، وبالرغم من أن هذه التقسيمات تختلف عن بعضها البعض من حيث المكونات إلا أنها تتقاطع جماعيا، وإزاء ذلك فإن فن يدعوا إلى تجاوز التمثيلات البسيطة التي كانت تعتمد من قبل "عند أولير" على أساس أن ذلك غير ممكن في حالة التوسع النظري للحدود⁽³⁾

¹ تستعمل الحروف العربية أ - ب - ج للتعبير عن الحدود الثلاثة الأكبر، الأصغر، الأوسط على التوالي بدلا من الحروف الأجنبية x-y-z التي يستعملها فن.

²-Ibid, p105.

³-Ibid, p106.

وبناء على ما سبق ووفق القاعدة العامة الخاصة بأشكال فن: فالقياس يكون صحيحا إذا ارتسمت النتيجة تلقائيا بعد رسم المقدمتين⁽¹⁾، ويكون فاسدا إذا لم ترتسم النتيجة بعد رسم المقدمتين. وبالعودة إلى المثال السابق:

كل العرب مسلمون

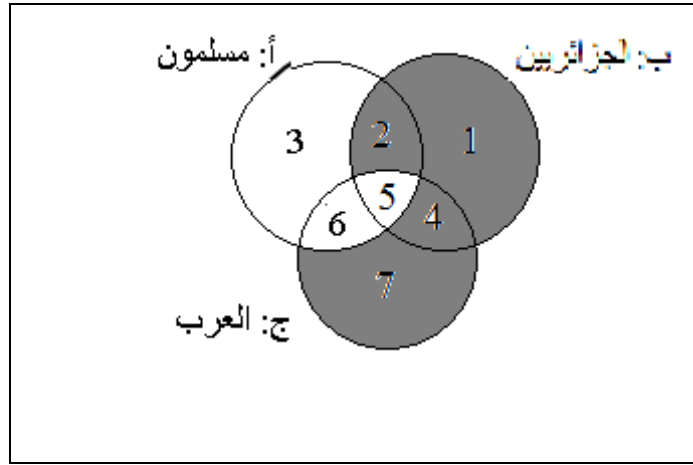
كل الجزائريون عرب

كل الجزائريون مسلمون.

فإن التعبير عن هذا القياس وفق أشكال فن يتطلب ما يلي:

1-تخطيط الجزء "4-7" الخاصة بالمقدمة الكبرى "كل العرب مسلمون"، وذلك بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة.

2-تخطيط الجزء "1" الخاص بالمقدمة الصغرى "كل الجزائريون عرب" بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة لنحصل في النهاية على الشكل التالي:



وبناء على ذلك يتضح أنّ " النتيجة" - " كل الجزائريين مسلمين" ارتسمت تلقائيا على اعتبار أنّ الرسم يوضح إن صنف الجزائريين الذين ليسوا مسلمين لا وجود لهم أي: $\bar{A} = 0$. و ذلك من أجل التأكد من نتيجة القياس.

وبالتالي فالقياس وفقا للقاعدة العامة الخاصة بأشكال فن هو "قياس صحيح". وبنفس الطريقة يمكن التحقق من القياس التالي:

¹موساوي (احمد)، مدخل إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق، ص.39

لا عالم جاهل

كل المناطقة علماء

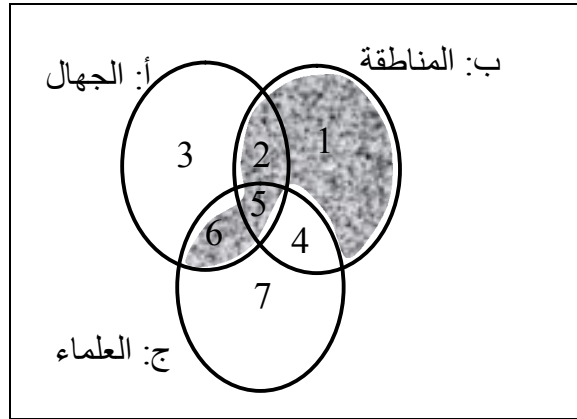
لا منطقي جاهل.

القياس من الضرب Celarent من الشكل الأول، ولتمثيله وفق مخططات فن لآبد من:

1- رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود الثلاثة "الأكبر - الأوسط - الأصغر".

2- رسم المقدمة الكبرى "لا عالم جاهل" بناء على القاعدة الخاصة بالكلية السالبة ليتضح أن "5 - 6" هي الأجزاء المخططة.

3- تخطيط الجزء "1 - 2" الخاص بالمقدمة الصغرى "كل المناطقة علماء" وفقا للقاعدة الخاصة بالكلية الموجبة لنحصل على الشكل التالي:



وبناء على ما سبق ومن خلال ملاحظتنا للشكل نستنتج أن النتيجة "لا منطقي جاهل" ارتسمت تلقائياً، على اعتبار أن الرسم البياني يوضح لنا أن صنف المناطقة الذين يتضمنهم صنف الجهال لا وجود لهم، وبالتالي فالقياس بناء على القاعدة الخاصة بأشكال فن هو قياس صحيح¹.

مثال: كل الفلاسفة مفكرين.

بعض الرياضيين فلاسفة

بعض الرياضيين مفكرين.

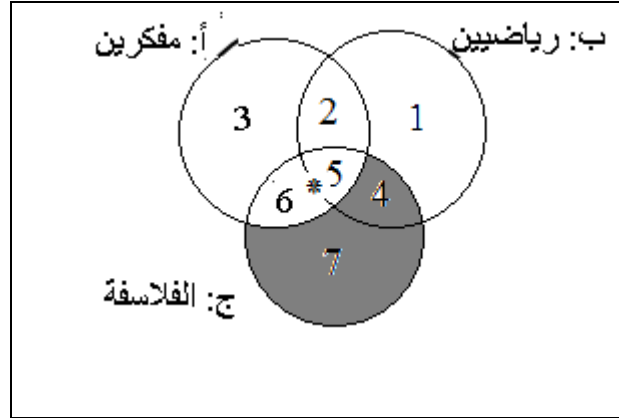
¹- نفس المرجع السابق، ص 42

نلاحظ أن القياس من الضرب Darii الشكل الأول، ولتمثيله وفق مخططات فن لايبّ من:

1. رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود الثلاثة: الفلاسفة، المفكرين - الرياضيين.

2. رسم المقدمة الكبرى "كل الفلاسفة مفكرين". بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة ليتضح أن الجزء المخطط في الرسم البياني هو: "4 - 7".

3. رسم المقدمة الصغرى: "بعض الرياضيين فلاسفة" بناء على القاعدة الخاصة بالجزئية الموجبة من خلال وضع علامة (*) في الجزء: "4 - 5" لنحصل على الشكل التالي:



الشكل (1)

وبناء على ما سبق ومن خلال ملاحظتنا للشكل السابق يتضح بجلاء أن علامة النجمة (*) موجودة في الجزء الموجود بين الموضوع: "رياضيين" والمحمول "مفكرين". مما يعني أن النتيجة ارتسمت وفق للقاعدة الخاصة بالجزئية الموجبة وعلى هذا الأساس فالقياس صحيح¹.

مثال: لا منافق صدوق

بعض المصلين صادقون

ليس بعض المصلين منافقون.

¹ - نفس المرجع السابق، ص44

نلاحظ أن القياس من الضرب Festino من الشكل الثاني ، ولتمثيله وفق أشكال

فن لا بد من:

1. رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود الثلاثة: المنافقين -

الصادقون - المصلون.

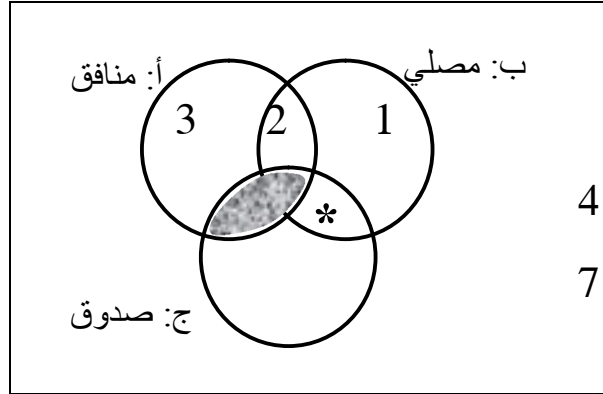
2. رسم المقدمة الكبرى "لا منافق صدوق" بناء على القاعدة الخاصة بالكلية السالبة

ليتضح لنا.

3. رسم المقدمة الصغرى "ليس بعض المصلين منافقون" بناء على القاعدة الخاصة

بالجزئية الموجبة ليتضح أن علامة النجمة (*) موجودة في الجزء، لنحصل على

الشكل التالي:



و يمكن ملاحظة أن علامة (*) النجمة موجودة في جزء الموضوع: مصلين مما

يعني أن النتيجة ارتسمت وفق القاعدة الخاصة بالجزئية السالبة- على اعتبار أن بعض

أفراد المصلين الذين هم منافقون لا وجود له، وبالتالي فالقياس وفق ذلك هو قياس صحيح.

- ومنه فإذا كانت نتيجة التمثيل البياني للأقيسة السابقة الذكر - تؤكد أنها صحيحة

ومنتجة - فهل يمكن أن ينطبق ذلك على جميع الأقيسة بما في ذلك: الأقيسة التي

مقدماتها كلية ونتائجها جزئية؟

مثال: (1) كل العلماء فقهاء

(2) كل الفقهاء عظماء

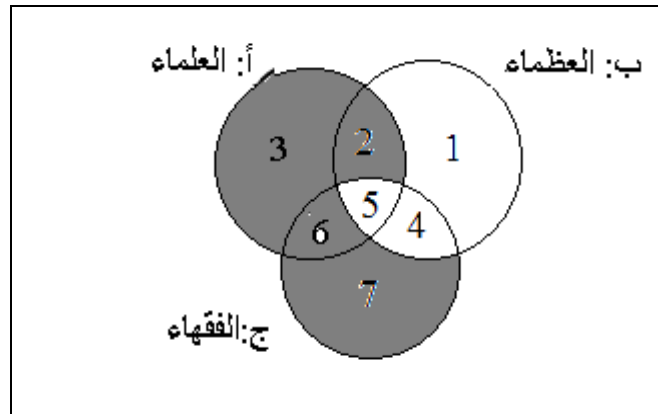
(3) بعض العظماء علماء.

نلاحظ أن القياس من الضرب Bramantip، وإذا كان هذا الضرب غير مصرح به عند أرسطو كغيره من أضرب الشكل الرابع، فإن المنطق التقليدي يعتبره من الأضرب المنتجة - لكن هل يمكن أن يكون منتجا وفق التعبير الرمزي عند فن؟- للتأكد من إنتاج هذا القياس وفق أشكال فن لابد من:

1. رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود الثلاثة: العلماء، العظماء الفقهاء.

2. رسم المقدمة الكبرى "كل العلماء فقهاء" وفقا للقاعدة الخاصة بالكلية الموجبة من خلال تخطيط الجزء 2.

3. رسم المقدمة الصغرى "كل الفقهاء عظماء" ليتضح أن الجزء المخطط هو: "6 - 7" لنحصل في النهاية على الشكل التالي:



لرسم النتيجة يجب التأكد من وجود علامة (*)⁽¹⁾ في الجزء المشترك بين الموضوع "عظماء" والمحمول "فقهاء"، وإذا كان الرسم لا يحتوى على علامة (*) النجمة، على أساس أن الجزء المشترك "2 - 5" لا يمثل صنفا فارغا، ومنه فالقياس غير منتج على أساس أن النتيجة جزئية تم الوصول إليها من مقدمتين كليتين. لكن هل يمكن أن ينطبق ذلك على جميع الأقيسة التي مقدماتها كلية و نتائجها جزئية؟ وللتأكد من ذلك لابد من تطبيق أشكال فن على جميع الأضرب التي مقدماتها كلية ونتائجها جزئية:

¹ موساوي(احمد)،مدخل جديد الى المنطق المعاصر، ج2، ص51

مثال: لا تلميذ فاشل.

كل التلاميذ نجباء.

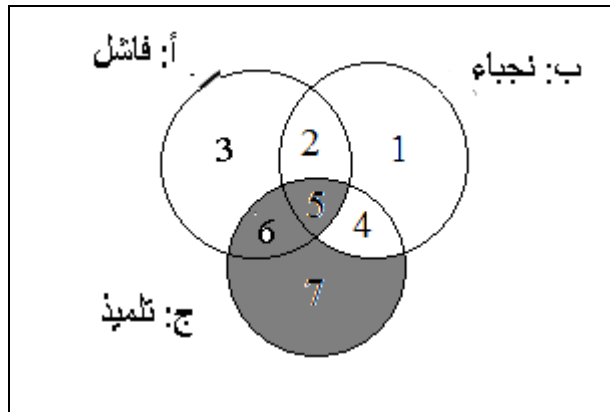
ليس بعض النجباء فاشلون.

نلاحظ أن القياس من الضرب Felapton من الشكل الثالث ، ولتمثيله وفق مخططات فن لايد من:

1- رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود: التلاميذ،الفاشلون، النجباء.

2- رسم المقدمة الكبرى "لا تلميذ فاشل" فبناء على القاعدة الخاصة بالكلية السالبة يتضح لنا أن الجزء " 5-6 " هو الجزء المخطّط.

3- رسم المقّمة الصغرى "كل التلاميذ نجباء" بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة ليظهر جزء المخطّط " 6-7 ". لنحصل على الشكل التالي:



- ما يمكن ملاحظته من خلال الشكل السابق هو أن النتيجة لم ترتسم مادام أن علامة (*) النجمة لا توجد في الجزء المشترك بين الموضوع "نجباء" والمحمول "فاشل" وعلى هذا الأساس فالقياس غير صحيح كغيره من أنواع الأقيسة التي مقدماتها كلية ونتائجها جزئية.

مثال: كل مسلم موحد

كل مسلم صادق

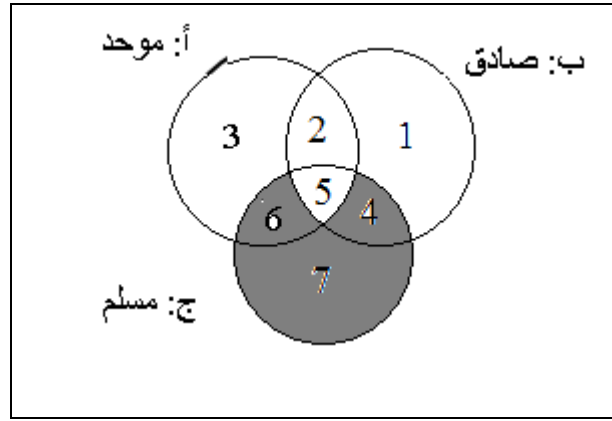
بعض الصادق موحد.

نلاحظ أن القياس من الضرب Daraptl من الشكل الثالث، ولتمثيل هذا القياس وفق مخططات فن لايد من:

1. رسم الدوائر الثلاثة المتقاطعة والتي تعبر عن الحدود الثلاثة: موحد، الصادق مسلم.

2. رسم المقنمة الكبرى: "كل مسلم موحد" بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة.

3. رسم المقنمة الصغرى "كل مسلم صادق" وذلك بناء على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة لنحصل على الشكل التالي:



وبناء على ما سبق و من خلال ملاحظتنا للشكل السابق يتضح أن النتيجة "بعض الصادق موحد" لم ترسم، على اعتبار أنه لا وجود لعلامة (*) في الجزء المشترك ما بين الموضوع "صادق" والمحمول "موحد". كما هو واضح في الشكل السابق ومنه فالقياس فاسد¹.

مثال: لا واحد من الطلاب فاشل

كل فاشل مريض

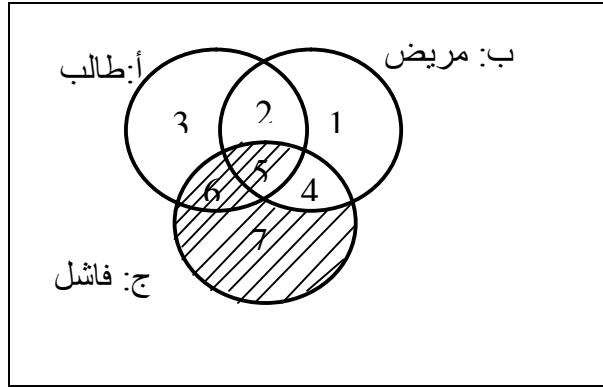
ليس بعض المرضى طلاب.

نلاحظ أن القياس من الضرب Fesapo من الشكل الرابع، ولتمثيل هذا القياس

لايد من:

¹ - موساوي(احمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، ص47

1. رسم الدوائر المتقاطعة التي تعبر عن الحدود الثلاثة: طالب ، فاشل، مريض.
2. رسم المقمة الكبرى "لا واحد من الطلاب فاشل"، بناءا على القاعدة الخاصة بالكلية السالبة.
3. رسم المقمة الصغرى "كل فاشل مريض" بناءا على القاعدة الخاصة بالكلية الموجبة، ليتضح لنا أن الجزء المخطّط هو الجزء " 6-7 "، لنحصل على الشكل التالي:



وبناءا على ما سبق ومن خلال ملاحظتنا للشكل يتضح بجلاء أن النتيجة: "ليس بعض المرضى طلاب" لم ترسم على اعتبار أنه لا وجود لعلامة (*) في الجزء المشترك ما بين الموضوع "مريض" والمحمول "طلاب" ومنه نستنتج أن القياس فاسد¹ وما يمكن استخلاصه من خلال ما سبق أن بعض الاقيسة التي اعتبرها أرسطو منتجة في نظريته المنطقية ليست كذلك بالنسبة لأشكال فن، مادام أن تطبيق دوائر فن كشف أن بعض الاقيسة غير منتجة وينطبق الأمر على الاضرب التي نتيجتها جزئية بينما المقدمات كلية ومن الأمثلة على ذلك: الضرب Felapton والضرب Darapti من الشكل الثالث، والضرب Fesapo و Bamalip من الشكل الرابع هي وفق التحليل السابق غير منتجة، ومرد ذلك بالأساس في كون أرسطو أهمل التمييز بين القضية الكلية والجزئية من الناحية الوجودية، على خلاف المنطق المعاصر الذي يعتبر ذلك أسلوب من أساليب المغالطة المنطقية، لأنه لا يجوز الانتقال من القضية الكلية التي ليست لها دلالة وجودية أي مجرد فرض إلى القضية الجزئية ذات الدلالة الوجودية، ومن جهة أخرى فقد

¹ - نفس المرجع السابق، ص54

كشفت لنا التحليل السابق أن كل الأضرب الغير منتجة في نسق أرسطو المنطقي تعد كذلك بالنسبة لأشكال فن وهي النقطة الأخرى التي يمكن أن يلتقي فيها المنطق الأرسطي مع المنطق الصوري الحديث.

-لكن إذا اعتبرنا أن طريقة التحقق التي استعملها فن تعد من أقدم الطرق التي تطرقت إلى الحساب التحليلي للأصناف، فما المقصود إذن بحساب الأصناف؟-وماهي أهم العمليات التي أقيم عليها حساب الأصناف؟-وهل تطور معنى الحساب في المنطق المعاصر يعكس القطيعة الفعلية مع المنطق الأرسطي ؟ أم أن مبادئ المنطق الأرسطي تعد بمثابة مرتكزات هذا الحساب ؟

الفصل الثالث

منطق الأصناف في شكله الحديث والمعاصر

3-منطق الأصناف في المنطق الحديث والمعاصر: نحاول في هذا الفصل مناقشة المبادئ التي أقيم عليها جبر الأصناف البولي وإرجاعها إلى أصولها الأرسطية. وفي القسم الثاني من هذا الفصل نحاول تحليل طريقة الحساب المنطقي عند رسل Russell وهو ابتهد واهم المبادئ التي أقيم عليها هذا الحساب.

1.3-جبر المنطق عند بول:

لقد أفرز تطور العلاقة بين المنطق والرياضيات في الأزمنة الحديثة ظهور عدة مذاهب حاولت تفسير هذه العلاقة بالاعتماد على أسس مختلفة، وأول هذه المذاهب مذهب التشابه الظاهري، إذ وقف هذا المذهب على إبراز العلاقة بين العلمين من خلال التشابه الظاهري على اعتبار أن كلاهما "صوري".¹

إلى جانب ذلك وبمقتضى النجاح الذي حققه علم الجبر في امتصاص كل فروع الرياضيات من خلال تحويل الهندسة إلى أعداد، فإن ذلك أدى إلى ظهور مذهب آخر "جبر المنطق" حاول تفسير نوع العلاقة بين العلمين، من خلال اعتبار علم المنطق ما هو إلا فرع من فروع الرياضيات البحتة، وهذا نظرا لاعتماده على قوانين الجبر، ولقد ظهر هذا الموقف في البداية مع "لايبنتز" Leibniz، واستمر في الظهور فيما بعد مع بول وجون فن Venn وجيوفنز Jevons... الخ. ولأن أغلب نظريات جبر المنطق هي مستوحاة من المنظومة التي قدمها جورج بول Boole في كتابه "التحليل الرياضي للمنطق": The An Investigations of the mathematical analysis of logic 1947 and probability 1954². فسوف نقف في القسم الأول من هذا الفصل على تحليل طبيعة جبر المنطق عند جورج بول- فما هي إذن أهم المبادئ التي تأسس عليها؟ وهل يمكن أن نجد ما يماثل هذه المبادئ في منطق أرسطو؟.

¹ - ثابت الفندي (محمد) ، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، بيروت، (لبنان)، الطبعة الأولى، 1972، ص 95.
² -Lewis(C.I), op.cit, pp 51,52.

1.1.3- قوانين جبر الأصناف: إن إقامة جبر المنطق عند جورج بول Boole سمح بإحداث قطيعة مع التصور التقليدي للمنطق ذلك أن المنطق لم يعد مرتبطا بغايات فلسفية، بل أصبح مرتبطا بالرياضيات (علم الجبر)، ولتحقيق ذلك لا بد من اكتشاف التماثل الموجود بين الرموز والعبارات اللغوية، حتى نستطيع ترجمتها إلى رموز مماثلة للرموز الموجودة في علم الجبر بغية تسهيل عملية الحساب، وقد توصل بول بمقتضى ذلك إلى اعتبار أن كل الألفاظ المستعملة في الاستدلال يمكن تركيبها من العناصر التالية:

1- استعمال الرموز $Z - Y - X$ للتعبير عن الأصناف.

2- استعمال عملية الجمع والطرح والضرب...

3- استعمال إشارة التساوي للتعبير عن العلاقات بين الأصناف.

وللتأكيد على أهمية العناصر السابقة يقدم بول مجموعة من الأمثلة توضح ذلك¹.

مثال جبري	مثال منطقي
$ab = b a$	خرفان بيضاء = بيضاء خرفان
$a + b = b + a$	خرفان وبيض = بيض وخرفان
$a(b + c) = (a + b)c$	الجزائريون (رجال ونساء) = الرجال الجزائريون والنساء الجزائريات.
$a - b = (a - c) + (c - b)$	الطلبة (ذكور بدون إناث) = الطلبة الذكور بدون الإناث.
$a = (b - c) + (c - a) + b$	الأفلاك هي الشمس والكواكب = الأفلاك ما عدا الكواكب هي الشمس.
$a^2 = a$	صنف المجتهدين المندرج تحت صنف المجتهدين = صنف المجتهدين.

¹- Blanché (Robert), La logique et son histoire d'Aristote à Russell, pp272-273

ومن خلال المبادئ السابقة يمكن أن نصل إلى نتيجتين أساسيتين:

1- أن جبر المنطق عند بول باعتباره جبرا خاصا، مبني أساسا على قيمة الواحد والصفير ويعد هذا الاستعمال للقيمتين فيما بعد مدخلا ضروريا للرقمية كما يؤكد على ذلك بوشنسكي Bouchenski في كتابه: "تاريخ المنطق الصوري"¹.

2- بعض قوانين جبر المنطق تختلف عن الجبر العادي، فإذا كان التعبير الرمزي: $A^2 = A$ يعد مقبولا في جبر المنطق، باعتبار أن صنف الطلبة المندرج تحت صنف الطلبة يعطي صنف الطلبة، فإن ذلك غير مقبول في الجبر العادي.

ومن القيم السابقة يستخلص بول مفهوم الصنف الكلي المعبر عنه بالواحد الصحيح والصنف الفارغ (الصفري) والمعبر عنه بالقيمة صفر، وفي حالة اقتران الصنف الكلي بعملية الطرح الحسابية، فإن ذلك يحقق لنا دالة النفي، فإذا كان الصنف الكلي يشير إلى صنف (الجزائريين) ورمزه (أ)، فإن التعبير الرمزي: $(1 - A)$ يشير إلى صنف الناس المتمم ما عدا الجزائريين، وبنفس الطريقة يتم التعبير في حالة وجود صنفين "أ" و"ب" كما يلي: $(1-A) - (1-B)$ ².

ومن جانب آخر فإن رمز الصنف الصفري المعبر عنه بالقيمة (0)، يسمح بالتعبير عن القضايا الحملية في شكل معادلات على نموذج علم الجبر، بحيث أن الطرف الأول في حالة القضايا الكلية يساوي الصفر، أما في حالة الجزئيات فإن الطرف الثاني لا يساوي الصفر وفق الصيغ التالية: $(1 - A.B) \neq 0$

عالم المقال: Universe of discourse يدل مصطلح (عالم المقال) عند جورج بول على المجموع الكلي للموضوعات المقصودة في سياق معين، فبالرغم من أن مفهومه يطابق مفهوم الصنف الشامل المعبر عنه بصنف كل شيء، إلا أن ذلك لا يعني على

¹ - Bochenski(J.M), History of formal logic, p365

² - « L'expression $(1-x)$ attachée à un groupe d'individus ou d'objets permettra de distinguer les non- x que ce groupe contient ».Boole(G),et Jevons(W.S), op, cit, p26.

أنه يحتوي على كل شيء في نطاق الصنف الذي نتحدث عنه، ويعد أوغست دي مورقان E.De morgan من الناحية التاريخية أول من استعمل مصطلح عالم المقال عوض استعمال مصطلح الصنف الشامل¹ وباعتبار أن بول Boole قد استعمل مصطلح عالم المقال في حديثه عن الأصناف فإنه كان يقصد به عالم الأشياء المتصورة² « universe of conceivable objects »، فإذا كان حديثنا على سبيل المثال منصبا على صنف الفلاسفة، واخترنا قائمة تشير إلى صنف الفلاسفة العقلانيين، فإنه في هذه الحالة يمكن تقسيم صنف الفلاسفة الكلي إلى (فلاسفة عقلانيين وغير عقلانيين) باعتبار أنهما صنفان مختلفان يؤلفان عالم المقال الذي يدل على الفلاسفة، وبالمثل يمكن أن ينطبق ذلك على صنف الأشياء الملونة. وقد توصل بول بمقتضى ذلك إلى نتيجة مفادها أن عالم المقال يحتوي على الصنف والصنف المتم له، فالصنف المتم المرموز له بالرمز (لا أ) أو (~أ) هو صنف يشمل على كل الأفراد أو الأشياء التي لا تكون (أ) نظرا للاختلاف في الخصائص فنصف الفلاسفة غير العقلانيين في المثال السابق هو صنف مكمل (متمم) لصنف الفلاسفة العقلانيين، ويمكن أن نجد له تعبيرا رمزيا عند بول كذلك (1-أ). - لكن هل يمكن استثناء عالم المقال من هذه القاعدة ؟ بمعنى: هل يمكن الحديث عن الصنف المتم لعالم المقال باعتباره صنفا كليا ؟

إن جل الأبحاث في ميدان المنطق الرياضي تشير في مجملها أن عالم المقال لا يمكن استثناءه من القاعدة السابقة، على اعتبار أن الصنف المتم لعالم المقال هو الصنف الصفري الفارغ، فإذا كان عالم المقال يشير مثلا إلى عالم الأسماك فإن الصنف المتم له (الصفري) يشير إلى صنف الأسماك المجنحة، مادام أن عبارة: (الأسماك المجنحة)

¹ - موساوي (أحمد) ، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2 مرجع سابق، ص 22

² - Lewis(C.I), op.cit , p52

³ - Boole(G) et Jevons(W.S) , op.cit, p26

لا يمكن التحقق من صدقها في الواقع، ويرمز للصنف الفارغ عند بول (0) في مقابل الواحد الصحيح (1) الذي يدل على الصنف الكلي، ومن جهة أخرى يمكن لعالم المقال أن يطابق مفهوم الصنف الفارغ: "في حالة ما إذا كان له طابع فرضي وليس له دلالة وجودية"¹.

لكن إذا كان الهدف من جبر المنطق عند بول Boole، هو إقامة المنطق على شاكلة علم الجبر من خلال الرموز التي يستعملها فهل نجد ما يطابق ذلك في منطق أرسطو؟ إن الإجابة عن هذا التساؤل تقودنا إلى تحليل مفهوم العمليات الحسابية المتعلقة بجبر المنطق عند جورج بول ومقارنتها بمنطق أرسطو.

2.1.3: أهم العمليات المتعلقة بجبر المنطق:

أ- الضرب المنطقي: **The Logical product** يدل مفهوم الضرب المنطقي عند جورج بول على الصنف الشامل، والذي يتكون من أصناف فرعية، فالصنف الذي يحتوي على مجموع الأفراد الذين هم فلاسفة وأطباء، هو نتاج للضرب المنطقي بين صنفين "الفلاسفة" من جهة ومن جهة أخرى "الأطباء" وفق التعبير الرمزي (س×ع)، باعتبار أن الرمز: س يدل على صنف الفلاسفة و ع يشير إلى صنف الأطباء، وقد استبعد بول Boole في عملية الضرب المنطقي من الصنف الجديد "الفلاسفة الأطباء" صنف الفلاسفة غير أطباء وصنف "الأطباء غير فلاسفة"، وبناء على ذلك فإن مفهوم الضرب المنطقي ينطبق على مفهوم التقاطع المعبر عنه بالصيغة الرمزية "∩" قياساً بالأعضاء المشتركة Common membres بين صنف الفلاسفة والأطباء"².

ويعد جورج بول من الناحية التاريخية أول من أدرك طبيعة العلاقة بين التقاطع والضرب، بالرغم من انتباه لايبنتز لطبيعة العلاقة بين الربط بين التصورات

¹ - موساوي (احمد)، منطق المحمولات من الرتبة الأولى، مجلة دراسات فلسفية، العدد الأول، جامعة الجزائر، 1996، ص 86
² - «...The common members of x and y is called the logical product of x and y and designated by the abbreviated symbolsm $x \cap y$ » - Quine(w.v.o), op, cit, p179.

والأعداد، مادام أن لايبنتز Leibniz لم يقد بصياغة نوعية العلاقة صياغة دقيقة، وبالعودة إلى المثال السابق "صنف الفلاسفة الأطباء"، وباعتبار خاصية الاشتراك بين الصنفين يتضح لنا بجلاء أن كل عضو ينتمي إلى صنف الأطباء"ابن سينا مثلا: ينتمي بالضرورة إلى صنف الفلاسفة"، مما يجعل مفهوم الضرب المنطقي يقترب في هذه الحالة من مفهوم الانتماء، ويمكن التعبير عن ذلك رمزيا كما يلي: $\exists (س \times ع) \Leftrightarrow \exists ن \cdot \exists س \cdot \exists ع$ ¹. وقد يتعدى مفهوم الضرب إلى الربط ما بين ثلاثة أصناف في حالة وجود لأعضاء مشتركة ما بين الأصناف الثلاثة، فابن الرشد على سبيل المثال هو عضو ينتمي إلى صنف الفقهاء والأطباء والفلاسفة وقد يتعدى الأمر لأكثر من ثلاثة أصناف²، وعلى الرغم من أن جورج بول Boole كان يدرك بأن عملية الضرب هي مشتركة بين المنطق والجبر إلا أنه توصل إلى قوانين خاصة بجبر المنطق تختلف في جوهرها عن عملية الضرب المنطقي المعمول بها في الجبر العادي.

فالصيغة $A \times A$ صحيحة في جبر المنطق بالرغم من كذبها في الجبر العادي، وتبرير ذلك بحسب جورج بول Boole، هو أن تداخل صنف في ذاته لا يؤلف صنفا جديدا وإنما يؤدي إلى التأكيد على الصنف ذاته، لان صنف الجزائريين المندرج تحت صنف الجزائريين يعني بالضرورة صنف الجزائريين، وباعتبار قانون التثائية يصبح التعبير $A^2 = A$ صحيحا في جبر المنطق عند بول³، ومن جهة أخرى فإن اعتبار الضرب المنطقي يقوم على القوانين $A \times 1 = A$ - $A \times 0 = 0$ ⁴ يجعل جبر المنطق عند بول Boole لا يقبل إلا قيمتين "1-0"، فإذا كان الواحد الصحيح وفق الرمزية السابقة يشير إلى صنف الطلبة والحرف أ إلى صنف طلبة المنطق وأردنا معرفة عدد الطلبة الذين ينتمون إلى الصنفين

¹-Ibid p 180.

²- للتوضيح أكثر أنظر:

Whithead (A.N) and Russell(B), op.cit, p302

³-Boole(G) et Jevons(W.S), op.cit, p22.

⁴- فهمي زيدان (محمود)، المرجع السابق، ص79.

معا فإن ذلك يعني أننا نتحدث عن صنف طلبه المنطق، وبالمثل يمكن التعبير عن القانون $(0 = أ \times 0)$. - لكن إذا كان الصنف الناتج عن عملية الضرب المنطقي وفق ما سبق "هو مشترك بين صنفين" - فهل يمكن أن نجد امتدادا لذلك في منطق أرسطو؟ وتعبير أدق: هل يمكن أن يطابق مفهوم الصنف المشترك -حد الاشتراك- ما بين الجنس والنوع عند أرسطو؟ -وهل يمكن الحديث عن الحد المشترك في النسق المنطقي العام¹ -مع العلم أن أرسطو لا يسلم إلا بالحدود الكلية؟

يقول أرسطو Aristote في مستهل حديثه عن المواضع المشتركة للجنس مايلي: "وحد الاشتراك هو أن يكون كشيء يقبل مشاركته، فمن البين أن الأنواع تشارك الأجناس والأجناس لا تشارك الأنواع"² - فما هو ملاحظ من خلال هذا النص أن النوع والذي ينطبق مفهومه على مفهوم الصنف الفرعي كما بينا ذلك من قبل هو مندرج في الجنس (صنف كلي) على اعتبار أن كل عضو ينتمي إلى النوع ينتمي بالضرورة إلى الجنس كعلاقة الكائن العاقل بالحي، وبناءا على ذلك يصبح مفهوم حد الاشتراك يتصف بخصائص الجنس والنوع لأنه "من الاضطرار أن يكون المشارك للجنس مشاركا لشيء من الأنواع"³ ويتضح ذلك من خلال المثال الذي قدمه أرسطو في قوله: "...إنسان ما فإنه يشارك الإنسان ويشارك الحي"⁴ فإذا وضعنا مكان لفظ "إنسان ما": أفلاطون ومكان الإنسان (رياضي) ومكان الحي (فيلسوف)، على اعتبار أن أفلاطون يمثل حد الاشتراك لنوع الرياضي وجنس الفيلسوف، فإن تركيب تلك الأجزاء في شكل قضية يعطينا ما يلي: "أفلاطون رياضي وفيلسوف": - وماهو ملاحظ من خلال هذه القضية أنها تتركب من قضيتين بسيطتين: (أفلاطون رياضي) و(أفلاطون فيلسوف) تربط بينهما أداة

¹ - أي نقصد النسق الأرسطي.

² - أرسطو، الطوبيقا، (كتاب:منطق أرسطو)، ت: د. عبد الرحمن بدوي، مصدر سابق، ص 577.

³ المصدر نفسه، ص 578.

⁴ - المصدر نفسه، نفس الصفحة.

الوصل(و) وبمأن صدق القضية المركبة "أفلاطون رياضي وفيلسوف" هو مستمد بالضرورة من صدق طرفيها، فإن ذلك يجعلنا نسلم بأنها قضية وصلية.

جدول صدق القضية السابقة:

ق	ك	ق ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- ما يمكن استخلاصه مما سبق هو أن عملية الضرب المنطقي لها أصول في منطق أرسطو، غير أن وجه الاختلاف بين المنطق الأرسطي والمنطق الحديث يكمن فيما يلي: المنطق الحديث يسلم بأن عدد الأعضاء المشتركة بين الصنفين قد يتساوى غير أن المنطق الأرسطي ينفي ذلك، مادام أن أرسطو Aristote أقام تحليله للحد المشترك انطلاقاً من حديثه عن النوع والجنس، وما هو معلوم أن علاقة الجنس بالنوع هي شبيهة بعلاقة الصنف بالأصناف الفرعية كما حددنا ذلك من قبل.

ب- الجمع المنطقي: The Logical sum

يرتبط مفهوم الجمع المنطقي عند جورج بول Boole بالصنف الذي يجمع كل الأعضاء الذين ينتمون إلى الصنف أ أو الصنف ب لكن ينتمون إلى كليهما معاً، وفق الرمزية التالية (أ+ب) واستطاع جورج بول Boole من خلال الصياغة السابقة للجمع المنطقي إدراك التشابه بين الفصل الذي يوضح علاقة الأصناف والجمع في الأعداد¹. فعلى الرغم من الاختلاف بين جبر المنطق والجبر العادي في عملية الجمع، إلا أنه بإمكاننا حسب بول Boole استعارة الرموز الجبرية للتعبير عن الجمع المنطقي. ويمكن

¹ - د فهمي زيدان (محمود)، المرجع السابق، ص80

التعبير عن عملية الجمع المنطقي من خلال المثال التالي: فإذا كانت أ تشير إلى صنف الجزائريين و ب تشير إلى صنف السياسيين، فإن التعبير الرمزي (أ+ب) يشير إلى صنف الجزائريين والسياسيين وعلى هذا الأساس فالصنف "الجزائري السياسي" الناتج عن حاصل الجمع المنطقي يحتوي على كل إنسان سياسي سواء كان جزائري أو غير جزائري"، ومنه يتضح بأن حاصل الجمع للصنفين جزائري وسياسي يرتبط بالصنف الذي يحتوي على جميع الأعضاء للصنفين معا.¹ وبالرغم من أن عملية الجمع المنطقي نجدها في الجبر المألوف "الأعداد"، إلا أن حاصل الجمع المنطقي بين الأصناف يختلف عن الجبر العادي بحسب بلانشي Blanché، فالصيغة الرمزية "أ+أ=أ" هي صيغة صحيحة في جبر المنطق في حين أن $أ+أ=2أ$ في الجبر العادي، وعليه إذا كان مفهوم الجمع في جبر المنطق وفق ما سبق يقوم على الفصل، فإن التعبير عن ذلك يكون كما يلي: $ن \exists (أ+ب) \leftarrow (ن \exists أ \cup ن \exists ب)$ ²

ويمكن قراءة ذلك قراءة صنفية كما يلي: كل عضو ينتمي إلى الصنف الناتج عن حاصل عملية الجمع المنطقي للصنف "أ" و"ب"، إما أن يكون عضواً في الصنف "أ" ولما أن يكون عضواً في الصنف "ب"، ولما أن يكون عضواً في الصنفين معا، باعتبار أن "أ" و"ب" صنفان فرعيان من الصنف الشامل (أ+ب).

لكن إذا كان الجمع المنطقي مبني على الفصل (V) المعبر عنه من الناحية اللغوية بـ "أو" . فهل نجد ما يقابل ذلك في منطق أرسطو -وما هي النتائج المستخلصة من ذلك؟

تتضح علاقة الجمع المنطقي بمنطق أرسطو Aristote على وجه الخصوص من خلال الأمثلة التي قدمها أرسطو Aristote حينما تحدث في "التحليلات الأولى" عن القسمة إذ

¹ - يستعمل كوين مثال يتعلق: بالفرد الذي ينتمي إلى صنف الأمريكي والسياسي للتعبير عن حاصل الجمع المنطقي.

Quine",W.V,O op, cit, p180.

² -Ibid P180.

يقول في ذلك: "...فالمستعمل للقسمة يأخذ أن كل حي إما أن يكون مائتا أو أزليا، وذلك هو أن كل أ إما أن يكون ب أو ج، وأيضا يضع أن الإنسان "حي" في قسمته ثم يأخذ أن أ محمول على د، فالقياس هو أن د إما أن يكون ب أو ج إذن الإنسان بالضرورة إما أن يكون مائتا أو أزليا"¹، إن تحليل القضية إما الإنسان بالضرورة أن يكون مائتا أو أزليا إلى قضايا أبسط: 1- الإنسان مائت. 2- الإنسان أزلي، يجعلنا نستنتج أن القضيتين لا تصدقان معا على اعتبار أن صدق احد طرفي القضية المركبة يؤدي إلى صدق الطرف الآخر، ويعني ذلك في المنطق "بالفصل القوي"² أو الفصل الاستبعادي، وإذا عبرنا عن ذلك وفق منطق الأصناف يعني: أن العضو الذي ينتمي إلى صنف الإنسان إما أن يكون عضوا في صنف "المائت" أو عضوا في صنف "الأزلي"، غير أن وجه الاختلاف بين المنطق عند أرسطو Aristote والمنطق عند بول Boole في المثال السابق هو أن معنى الرابط "أو" لا يمكن أن يحمل معنى الفصل الضعيف³ أو "الغير استبعادي" والذي لا يستبعد أحد طرفي القضية: "الإنسان إما أزلي أو مائت" باعتبار أن الطرفين لا يصدقان معا كما أنهما لا يكذبان معا، ويمكن أن ينطبق ذلك: على المثال التالي يقول أرسطو Aristote: "... إذن بالضرورة الإنسان هو حي ذو أرجل أو غير ذي أرجل"⁴، إن تحليل القضية المركبة إلى قضيتين بسيطتين: 1- الإنسان كائن حي ذو أرجل: 2- الإنسان كائن حي غير ذي أرجل. يجعلنا نستنتج أنهما لا تصدقان معا، وبالتالي إمكانية تطبيق قاعدة الفصل القوي عليهما -فإذا رمزنا للصنف ذو أرجل بالرمز "أ" وغير ذي أرجل بالرمز "ب" وأردنا تحديد قائمة الأعضاء المشتركة بينهما فإن ذلك يعطينا صنفا فارغا (∅)، وعلى الرغم من أن الرابط "أو" له وظائف متعددة⁵ قد تتعدى الوظيفة

¹- أرسطو: التحليلات الأولى: مصدر سابق، ص225.

²- الفصل القوي ورمزه (W) وهو الذي لا يجمع بين صدق الطرفين ولا بين كذبهما معا.

³- الفصل الضعيف ورمزه (V) ويقر بأن أحد الطرفين على الأقل صادق.

⁴- المصدر نفسه، ص226

⁵-انظر في ذلك: موساوي (احمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، مرجع سابق، ص84

المنطقية. إلا أن وظيفة "أو" من خلال الأمثلة السابقة تشير في مجملها إلى قاعدة منطقية "قاعدة الفصل".

جدول صدق القضايا السابقة:

ق	ك	ق∨ك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

إن النتيجة المستخلصة من خلال تحليلنا السابق هو أن عملية الجمع المنطقي لها أصول في منطق أرسطو، غير أن طبيعة التجديد الذي حظيت به هذه العملية عند بول يشير إلى طبيعة التطور المنطقي قياساً بالفترة التي نشأ فيها، وخاصة إذا سلمنا بأن عملية الجمع من العمليات الضرورية في حساب الأصناف.

-لكن إذا كانت نتيجة التحليل السابق لثابت الجمع والضرب تبين صلة هذه العمليات بمنطق أرسطو- فهل يمكن أن ينطبق ذلك على جميع الثوابت المنطقية التي استعملها جورج بول في إقامة جبر المنطق؟

إن الإجابة على ذلك تقتضي بالضرورة تحليل بقية الثوابت المنطقية وإبراز علاقتها بالمنطق الأرسطي.

ج- **المساواة Equality**: وهو ثابت مألوف في الرياضيات إذ يستخدم في علم الجبر للدلالة على اشتراك قيمتين لنفس العناصر، أما في ميدان جبر المنطق فيدل على أن للصنفين

المتساوين نفس الأعضاء وتستعمل الصيغة الرمزية للتعبير عن ذلك (أ=ب)¹، فإذا كان "أ" يشير إلى الحيوان السياسي و"ب" إلى الحيوان الناطق، فإن ذلك يقودنا إلى التسليم بتساوي الصنفين للاشتراك في الأعضاء (الإنسان)، ويعد استعمال ثابت المساواة في ميدان المنطق تجديدا مهما عند جورج بول Boole على اعتبار أن المنطق الأرسطي لم يعرف هذا النوع من الثوابت، إذ أن أرسطو قام في تحليله لعلاقة الجنس بالنوع على أساس التداخل فالعقل مثلا هو نوع للحي، وعليه لا يمكن التسليم بأن كل الأفراد الذين هم أعضاء في صنف العاقل هم أعضاء في صنف الحي.

د-الطرح المنطقي :

استعمل جورج بول الطرح المنطقي ليدل على الصنف المتمم للصنف وفق التعبير الرمزي (1-أ)، فإذا كان صنف الأفارقة يشير إلى عالم المقال والحرف "أ" يرمز إلى صنف الجزائريين فإن التعبير الرمزي (1-أ) يشير إلى صنف الأفارقة ماعدا الجزائريين، أما في حالة استعمال عملية الطرح على صنفين فإن التعبير عنها رمزيا يكون كما يلي: (ن=أ-ب)²، ويعني ذلك أن صنف الطلبة المجتهدين يساوي صنف الطلبة مستبعدة منه صنف الطلبة الفاشلين، ويعد ثابت الطرح كذلك تجديدا في ميدان المنطق عند بول.

ه-القسمة: حاول جورج بول تطبيق عملية القسمة الجبرية بين الأصناف مستعملا الصيغة الرمزية أ=باج³ ويعني ذلك أن الصنف أ يدل على الصنف ب باستبعاد الصنف ج، وقد لاحظ المناطقة من بعد بول أن القسمة التي نادى بها تختلف عن القسمة في الجبر العادي خاصة إذا اعتبرنا أن عملية القسمة في الجبر العادي هي عديمة الفائدة إذا كان البسط اصغر من المقام، كما تختلف القسمة عند بول عن القسمة الثنائية التي

¹- فهمي زيدان (محمود)، المرجع السابق، ص78

²- المرجع نفسه، ص81

³- المرجع نفسه، ص80

نادى بها أرسطو Aristotle ويرجع ذلك لسببين : أ-إذا ترجمنا القسمة الثنائية وفق منطق الأصناف، فإنها تشير إلى الصنف والصنف المتم له.

- ب-اعتبار عملية القسمة الثنائية في جوهرها عملية فكرية.ومنه فإن الإجابة عن التساؤل السابق يقودنا إلى التسليم بان العمليات المنطقية:"المساواة،الطرح، القسمة لا يمكن ردها إلى المنطق الأرسطي باستثناء عملية :الجمع، الضرب" باعتبار أنها عمليات خاصة بالجبر.

3.1.3-جبر المنطق والقضية الحملية: ينطلق جورج بول Boole في تعريف القضية الحملية من التصور التقليدي وفن التقسيم الرباعي "كلية موجبة وسالبة -جزئية موجبة وسالبة"، ما دام أن ذلك يعد أساسا لقيام حساب منطقي¹، غير أن طابع التجديد عند بول Boole هو اعتبار الحدود التي تتكون منها القضية في المثال "كل إنسان فإن" على أنها أضاف، خلافا للمنطق التقليدي الذي يعتبرها مجرد تصورات لا غير، ومن الناحية التاريخية تعد محاولة ابن سينا(980-1037) من قبل انتقالا مباشرا من الصورة التقليدية إلى الصورة الرمزية المعاصرة، ففي حالة الكلية الموجبة: كل إنسان فإن فإن تحليلها عند ابن سينا يتخذ الصورة الرمزية التالية: "مهما يكن (س)، إذا كان (س) إنسان، فإن (س) فإن"².

وبالرغم من محاولة لايبنتز Leibniz من قبل في صياغة حدود القضية الحملية صياغة صنفية، إلا أن هذه المحاولة لم ترقى إلى مستوى يسمح بتكوين منطق خاص "بالأصناف" على النحو الذي حدث فيما بعد مع "جورج بول"Boole، وللتعبير عن صنف معين "حدود القضية"يستعمل جورج بول الرموز الشبيهة بالرموز المستعملة في علم

¹- « A partir de ces remarques voyons comment se présente le calcul... ». Boole(G) et Jevons (W.S), op, cit, p26

²- موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، مرجع سابق ص250.

الجبر (ا،ب،ج) في حالة الإثبات، أما في حالة النفي فيستعمل بول التعبير الرمزي (1-ا)،
(1-ب) (1-ج) للدلالة على مجموع الأفراد أو الأشياء التي لا تنتمي إلى صنف معين.

وبالعودة إلى جبر المنطق فإن استعمال الرمزية على النحو السابق عند بول يسمح
بصياغة القضية الحملية في شكل معادلات، على أن يكون الطرف الثاني يساوي أو لا
يساوي الصفر (0) وفق الصيغة الرمزية التالية: (1-ب) = 0، ويمكن التعبير عن
القضايا الحملية كما يلي:

أ-الكلية الموجبة: "كل إنسان فان": وصيغتها الرمزية عند بول (1-ب) = 0 ، فإذا
رمزنا إلى صنف الإنسان بالرمز (ا) والصنف فان بالرمز (ب) فإن التعبير الرمزي
(1-ب) = 0 يشير إلى أن صنف الإنسان غير فان لا وجود له أي: "صنف فارغ"
وينفس الطريقة يمكن التعبير عن القضايا الحملية الأخرى.

ب-الكلية السالبة: لا تلميذ فاشل، وصيغتها الرمزية أ.ب=0¹، فإذا رمزنا لصنف
التلميذ بالرمز (أ)، وصنف الفاشل بالرمز (ب) فإن التعبير الرمزي: أ.ب=0 يعني أن
صنف التلاميذ الفاشلون يساوي الصفر (صنف فارغ) أو غير موجود، أما في حالة
القضايا الجزئية فيستعمل جورج بول الرمز (V) للتعبير عنها:

ج-في حالة الجزئية الموجبة: بعض الجزائريين أفارقة يعبر عنها جورج بول كما
يلي: V = (ا.ب) تعني هذه القضية أن صنف الجزائريين الأفارقة لا يمثل صنفا
فارغا.

د-أما في حالة الجزئية السالبة: بعض المرضى ليسوا بطلاب، فإن بول يعبر عنها
رمزيا كما يلي: (V = ا.(1-ب)) ويعني ذلك أن صنف المرضى الذين ليسوا بطلاب

¹- Boole(G) et Jevons (W.S) , op.cit, p27.

يساوي الصفر (صنف فارغ)، وبمقتضى ذلك فإن كل قضية خاصة بحسب بول:
"يمكن التعبير عنها بثلاث صيغ، الصيغة الأولى تستلزم الأخرتين"¹.

إن تحليل القضية على النحو السابق، سمح بتحليل القياس وفق منطق الأصناف،
فإذا كان لدينا القياس التالي:

كل طالب مجتهد

كل طالب ناجح

بعض الناجح مجتهد

فإن التعبير الرمزي عنه وفق منطق الأصناف يكون كما يلي:

$$ب (1 - \bar{ا}) = 0$$

$$ب (1 - ج) = 0$$

$$ب (1 - ج) = 0^2$$

ويعني ذلك عند بول Boole: إذا كان صنف الطالب الغير مجتهد يساوي الصفر،
وكان صنف الطالب غير ناجح يساوي الصفر، فإن صنف الناجح المجتهد لا
يساوي صنفا فارغا وعلى هذا النحو استطاع جورج بول Boole تحديد نسق رمزي
للأفيسة المنتجة في القياس التقليدي. - لكن ما هي النتائج المستخلصة من تحليل
بول للقضايا العملية الأربعة على النحو السابق. - و هل يعبر ذلك عن استمرار لتقدم
المنطق في شكله الحديث؟ أم يعد تجاوزا له؟

¹- ibid,p31

²-ibid, P42.

- إن بول أثناء تحليله للقضية الحملية والقياس بقي محافظا على النظرة التقليدية بالرغم من الطابع الرمزي الذي اتخذته لصياغتها، على اعتبار أن تحليل القضية الحملية وفق نظرة معاصرة بدأت بواده بشكل مباشر مع فريجهFrege. ولهذا السبب يمكن اعتبار جهد بول في هذا المجال هو اغناء للمنطق الأرسطي كما يؤكد على ذلك برتراند رسلRussell.B في كتابه "فلسفتي كيف تطورت"¹.

- اعتماد الرمزية في تحليل القضايا يدل على إسهام جورج بولBoole.G في وضع اللبانات الأولى للمنطق رمزي.

- من خلال تحليلنا لطبيعة جبر المنطق عند بول على النحو السابق نتضح الصلة ما بين منطق الأصناف والمنطق الأرسطي، لكن وعلى الرغم من المكانة التاريخية التي احتلها جبر المنطق عند بولBoole.G، إلا أنه واجه العديد من الاعتراضات أهمها:- إقامة المنطق على الرموز يجعل من النظرية العامة عند بولBoole.G أقرب إلى علم الجبر من علم المنطق.

- بعض العمليات المنطقية تعد في جوهرها عمليات جبرية، لا يمكن أن تطبق على علم المنطق فعلى سبيل المثال $1+1=1$ لا يمكن تفسيرها بحسب وجهة نظر جيوفنزJevons.w.s (1835-1882) بالاعتماد على قوانين الجمع². وقد سعى اللاحقون من بعد بولBoole.G إلى محاولة تطوير جبر المنطق وقد تم ذلك مع جيوفنزJevons وبيرسPierce .

¹- رسل (برتراند) ، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص104

²- فهمي زيدان (محمود)، المرجع سابق، ص91

2.3- حساب الأصناف عند رسل وهوايتهد

لقد أدى بنا البحث في طبيعة جبر المنطق عند بول Boole إلى استخلاص نتيجتين هامتين:

-تتعلق الأولى بمحاولة بول إقامة المنطق على شاكة علم الجبر من خلال رد المنطق إلى الجبر.

-فتح المجال واسعا أمام الدارسين للمنطق بغية تطويره، مثل ما حدث مع بيرس Pierce الذي ادخل التضمن بدل المساواة. وقد أثمرت محاولة تطوير المنطق الرياضي عند بول Boole إلى وضع مبادئ لحساب الأصناف، من خلال تصوره للجمع والضرب المنطقي وبقية الثوابت الأخرى..، وعلى الرغم من محاولة المناطقة من بعد تطوير نظرية الأصناف عند بول، من خلال إضافة بعض الثوابت التي أغفلها وتصحيح البعض منها، إلا أن ذلك لم يمنع من التأكيد على النموذج الجبري للنظرية، وانتهت تلك المحاولة بإخضاع المنطق وربطه بالرياضيات، غير أن منحى التطور الذي عرفه المنطق الرياضي فيما بعد أفضى إلى ظهور نزعة أخرى "النزعة المنطقانية"¹ التي أرجعت الرياضيات إلى أصول منطقية بحتة، وقد ظهر ذلك في البداية مع " فريجه" Frege² في نظرية حساب القضايا وتطور فيما بعد مع رسل Russell³ وهوايتهد whitehead⁴ من خلال جعل "نظرية الأصناف في حساب منطقي استنباطي.

¹- النزعة المنطقانية: هي النزعة التي ترد الرياضيات إلى المنطق.

²- فريجه Gottlob Frege 1848-1925: رياضي ومنطقي وفيلسوف ألماني عرض كتابه Begriffsschrift أسس الحساب المنطقي وكان أول من وضع نظاما كاملا للمنطق الرمزي عام 1879 مستعينا بأعمال جورج بول. انظر في ذلك: Audi (Robert), The cambridge dictionary of philosophy, Cambridge university Press, London, 01edition, 1999, P328

³- رسل برتراند: " 1872-1970 رياضي ومنطقي انجليزي من أهم مؤلفاته في ميدان المنطق : أصول الرياضيات ، أسس الرياضيات ،مقدمة في الفلسفة الرياضية... 802-801, p Ibid

⁴- هوايتهد ألفريد نورث: « Alfred North Whitehead » 1861 - 1941 " فيلسوف ومنطقي انجليزي من أهم مؤلفاته أسس الرياضيات الذي وضعه مع رسل.

وعليه:-ماذا نقصد بالحساب المنطقي؟- وما هي أهم المبادئ التي أقيم عليها حساب الأصناف عند رسل وهو ايتهد؟ - وهل يعد هذا العمل تجاوزا للحساب الذي بدأه بول؟

1.2.3-تعريف الحساب المنطقي: Logical calculus

عادة ما تقترن كلمة حساب بالرياضيات تستعمل فيها عملية الجمع والطرح والقسمة لتأكيد العلاقة ما بين الأعداد، أما تحديد مفهوم الحساب المنطقي يتطلب ذلك بالضرورة الإلمام بكل فروع المنطق كالقضايا والمحمولات والأصناف والعلاقات باعتبار أن لكل فرع من الفروع السابقة حساب خاص به، فنقول مثلا: حساب الأصناف، حساب العلاقات، حساب القضايا، حساب المحولات إلى غير ذلك، وعلى الرغم من أن الحساب المنطقي في الأصل ما هو إلا تطور للطريقة التحليلية التي بدأها أرسطو في نظرية البرهان، إلا أن جورج بول (Boole.G) يعد من الناحية التاريخية أول من وضع اللمسات الأولى لهذا الحساب كما يرى ر.بلانشي¹، على اعتبار أن لايبنتز لم يستطع تكوين نظام خاص يتعلق بالحساب المنطقي²، ومع تطور الأبحاث في المنطق الرمزي الكلاسيكي مع فريجه Frege أدى ذلك كله إلى ظهور حساب القضايا وتجلى ذلك في كتابه: "القوانين الأساسية لعلم الحساب" سنة 1893، وكان الهدف من وراء ذلك تحرير الرياضيات "الحساب" من جميع المفاهيم والمضامين، بالإضافة إلى ذلك فقد عكف فريجه في كتابه: "القوانين الأساسية لعلم الحساب 1893" على معالجة مسألة إنشاء القواعد المنطقية، ليعمم منها فكرة الدالة ويطورها حتى تؤدي دورها المنطقي، وقد حظيت هذه الأفكار بالأهمية البالغة عند أصحاب البرنكيبيا « Principia » رسل وهو ايتهد، ومع اعتراف رسل Russell بالحساب الذي بدأه فريجه إلا أن الهدف من كتاب: « Principia » كما يرى رسل: " هو إثبات أن الرياضيات البحتة بأكملها تقوم على مقدمات منطقية خالصة"³، ومع

¹ - بلانشي (روبير)، العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري، مرجع سابق، ص55.

² - «Leibniz n'a pas construit un système de calcul logique ...» Couturat (Louis), op,cit, p323

³ - رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص ص88-89.

بروز عهد جديد اكتسح ميدان المنطق الرياضي حسابات جديدة "حساب لوكاسيفيتش" Lukasiewicz ويوست post المنطق الثلاثي القيم والحساب المتعدد القيم وأقام الحدسانيون انساق على قواعد استدلالية، وقد سمي هذا النوع من الحساب "بالحساب اللاكلاسيكي"، وبعد هذا العرض التاريخي فان الحساب المنطقي يعرف: "على أنه مجموعة من المفاهيم والقواعد والعمليات التي تؤدي إلى صياغة دقيقة للقوانين المنطقية الصورية والمصورة أي الانتقال بالعملية المنطقية من مرحلة الربط بين المفاهيم وصياغة الاستدلالات إلى مرحلة الحساب الذي يخضع لقواعد صارمة"¹ وواضح من خلال هذا المفهوم أن الحساب المنطقي يتألف من :
أ- رموز وعلامات هي بمثابة أوليات للغة الصورية كالمغيرات والثوابت والروابط المنطقية.

ب- البديهيات والقواعد الاستنتاجية، والتي يمكن أن تكون بديهيات المنطق كالقضايا والأصناف .

ج- المبرهنات والبراهين وهي عبارة عن مجرد قضايا مشتقة من المقدمات الضرورية.

2.2.3 - مفهوم حساب الأصناف عند رسل وهو يتهد:

يرى برتراند رسل Russell.B في كتابه: "أصول الرياضيات": أن الحساب التحليلي للأصناف يتميز في كونه ينطلق من ثلاث أفكار أساسية: " فكرة الصنف، عضوية فرد في صنف محدد وفكرة دالة القضية". وان كانت فكرة دالة القضية تعد إضافة قدمها رسل Russell لطبيعة هذا الحساب إلا أن الفكرة الأولى والثانية أخذها عن بيانو peano يقول رسل Russell في ذلك: "يمكن أن نبني الحساب التحليلي للفصول على اعتبار أن فكرة الفصل أساسية وكذلك فكرة علاقة فرد في فصل بالفصل ذاته وقد اتبع الأستاذ بيانو هذه الطريقة...."² وقد سبق في الفصل الأول من هذه الدراسة توضيح موقف رسل من

¹ - موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، مرجع سابق، ص 87.

² - رسل(برتراند) أصول الرياضيات، مرجع سابق، ص 53 انظر كذلك: Whitehead(A.N) and Russell(B), op.cit,25

مفهوم الصنف ودالة القضية، وكذا الإشارة إلى علاقة الصنف بالانتماء والاحتواء، ولهذا فسوف نقوم في هذا المبحث بتناول وتحليل لغة حساب الأصناف أو المصطلح الرمزي، وقبل البدء في عرض ذلك لابد من ذكر الفرق بين الحساب التحليلي للأصناف وحساب القضايا، فما هو ملاحظ أن ثمة هناك تشابه بين حساب القضايا وحساب الأصناف، ما دام أنهما يشتركان في بعض الرموز التي لها مدلولات مختلفة تقريبا، إذ يتم التعرف على الاختلاف من خلال السياق فقط، والسبب هو كما يعبر عن ذلك رسل Russell: "هو أن اغلب قضايا الحساب التحليلي للأصناف تستنبط من قضايا الحساب التحليلي للقضايا، بينما العكس في حساب القضايا لا نحتاج إلى نظرية الأصناف"¹، مادام أن نظرية القضايا تسبق بالضرورة نظرية الأصناف، ومن جانب آخر فإن التجديد يظهر في نظرية الأصناف بالنسبة إلى نظرية القضايا في الرمز الذي ادخله بيانو، والذي يعني كما أكدنا على ذلك من قبل انتماء فرد إلى صنف معين . ومن بين القضايا المشتقة المتعلقة بحساب الأصناف التي صيغت على نموذج حساب القضايا² كما تظهر في الجزء الأول من البرنكيبييا مايلي: القضية الأولى المعبرة عن الضرب المنطقي وصيغتها في حساب الأصناف:

1 - $A \cap B \leftrightarrow (\sim A \cup \sim B)$ ويمكن قراءة ذلك أن الأعضاء المشتركة للصنفين تساوي نفي نفي الصنفين، وتطابق هذه الصيغة القضية التالية في حساب القضايا: $C \wedge K \leftrightarrow (\sim C \vee \sim K)$

2 - $\exists n (A \sim U A)$ ويمكن قراءتها: ن هو عضو في الصنف أ أو الصنف ب وتشبه الصيغة ($C \sim V C$) في حساب القضايا وتعبر هذه القضية عن مبدأ الثالث المرفوع .

¹ - Blanché (Robert), La logique est son histoire, p334

² -« The following are some propositions concerning classes which are analogues of proposition previously given concerning propositions" Whitehead(A.N) and Russell(B), op.cit, p28.

3 - $\sim n \exists (n \sim a)$ ويمكن قراءتها : ن ليست عضوا في الصنف "أ" وفي الصنف "لا أ" معا، وتعتبر هذه القضية عن قانون عدم التناقض.

1- $a \sim = \sim (a \sim)$ وتشبه هذه الصيغة في حساب القضايا $\leftarrow \sim (a \sim c)$ ، وتعتبر هذه القضية عن قانون النفي المزدوج Double Negation

5- $a \supset b \leftrightarrow \sim b \supset \sim a$ وتشبه في حساب القضايا :

ق $\leftarrow l \leftrightarrow (l \sim \leftarrow c \sim)$. وتعتبر هذه القضية عن قانون التحويل: Principle of Transposition ."

6- $a = b \leftrightarrow \sim a = \sim b$ وتشبه هذه الصيغة في حساب القضايا الصيغة:

7- $a \cap a = a \cup a = a$ وتشبه في حساب القضايا: $c \leftrightarrow (c \cap c)$ والصيغة $c \leftrightarrow (c \vee c)$ الصيغة على التوالي، وتعتبر هاتين الصيغتين عن قانون تحصيل الحاصل Law of Tautology .

8- إذا كانت $(a \supset b \wedge b \supset c)$ فإن: $a \supset c$ والصيغة $a \supset b \leftrightarrow (a \supset c \vee c \supset b)$ وبالمقايسة فإن القانون الأول يشبه القضية التالية في حساب القضايا:

$(c \leftarrow k) \wedge (k \leftarrow l) \supset (c \leftarrow l)$.

-لكن إذا كانت القوانين السابقة عبارة عن قضايا مشتقة (Postulates) - فمن أين استمد رسل تصنيف تلك القضايا ؟ - وهل نجد ما يماثل تلك القوانين في منطق أرسطو؟

¹-, Whitehead(A.N) and Russell(B), op.cit p207

يرى رسل وهوايتهد في " principia " أن هنتجتن " Huntington " قد سبق أن أحصى المصادرات المطلوبة في جبر الأصناف وكان ذلك سنة 1904¹، وبالعودة إلى القضايا السابقة فإن بعض القضايا التي ذكرها رسل نجد لها تعبيراً في المنطق الأرسطي على الرغم من الانتقادات الموجهة لهذا المنطق²، فالقضية أ \supset ب و ب \supset ج تساوي أ \supset ج تعبير عن صورة الضرب الأول من الشكل الأول Barbara³، باعتبار أن العلاقة بين الأصناف المكونة للقياس هي علاقة احتواء كما أكدنا ذلك من قبل، لسبب أن أرسطو لم يولي أهمية إلى الحدود الشخصية أو المتعينة، بالإضافة إلى القضايا المشتقة فإن النسق المنطقي في حساب الأصناف عند أصحاب البرنكيبييا يتكون من الأبجدية والبعض الآخر يتعلق بالثوابت المنطقية وسوف نوضح تفاصيل ذلك كمايلي:

3.2.3- الأبجدية : تتكون أبجدية حساب الأصناف عند أصحاب البرنكيبييا من:

أ-رموز متغيرات أعضاء الأصناف (س ، ص ، ع ، ي....) والتي تعني انتماء عضو في صنف معين.

ب-رموز متغيرات الأصناف أي (أ- ب - ج) وكان رسل وهوايتهد يستعملون الحروف الثلاثة من اللغة اليونانية فإذا كان مثلاً الصنف ا يشير إلى صنف المنطقة وكان س (ابن سينا) مثلاً: منطقي، فإن التعبير الرمزي \exists س أ يعني أن ابن سينا عضو في صنف الفلاسفة، وفي حالة سلب صنف فيعني استبعاد الأفراد من الصنف⁴.

ج-رموز الدوال القضايا وتتخذ الصيغة التالية: تا(س)،ها(س)،فا(س)...، وتتحول دالة القضية إلى قضية صادقة عندما يتم استبدال المجهول (س) بالقيم المتغيرة.

¹ - "The postulates required for The Algebra of logic have been enumerated by Hentington...."ibid p205

² - لقد اعتبر رسل أن دراسة المنطق الأرسطي في الوقت الراهن يعد مضيعة للوقت لاغير، على اعتبار انه لايتماشى مع طبيعة النسق المنطقي المعاصر.

³ - Ibid ,P 28

⁴ - فهمي زيدان (محمود)، المرجع السابق، ص 253

4.2.3-الثوابت المنطقية : و تتمثل في مجمل التعريفات و الأفكار الأولية ويمكن

حصرها في:

أ-علاقة الاحتواء:احتواء صنف أ في الصنف ب يعني أن كل عضو ينتمي إلى الصنف"أ" ينتمي بالضرورة إلى الصنف "ب"، فإذا كان صنف المنطقة محتوى بالضرورة في صنف الفلاسفة فان كل منطقي ينتمي بالضرورة إلى صنف الفلاسفة، و يمكن التعبير عن ذلك رمزيا كما يلي:

$$(A \supset B) = (A \supset A) \leftrightarrow A \supset B.$$

ب-حاصل الضرب المنطقي: إن حاصل الضرب المنطقي بين صنفين أ و ب يكافئ أن كل الأعضاء التي تنتمي إلى الصنف أ تنتمي إلى الصنف ب نظرا لامتلاك خاصية الاشتراك ،ويمكن أن نعبر عن ذلك رمزيا كما يلي:

أ و ب =: (A و B) . بحيث إن (خ) تشير إلى خاصية الاشتراك بين الصنفين.

ج- حاصل الجمع المنطقي: إن حاصل الجمع المنطقي بين صنفين أ و ب يكافئ أن كل الأعضاء هي أما في الصنف أ أو الصنف ب أو كليهما معا.و يمكن التعبير عن ذلك رمزيا كما يلي :

$$A \cup B \leftrightarrow A \cup B.$$

د-النفي : إن النفي في حساب الأصناف يعني أنه إذا كانت ن ليست عضوا في الصنف أ فانه ليس صحيحا القول بأن ن عضوا في أ ، فإذا كان المتنبى لا ينتمي إلى صنف

المناطقة، فإنه لا يصح القول بأن المتبني هو منطقي و يتخذ النفي الرمزية التالية:¹

$$\sim A = (N \exists A) \leftrightarrow \sim N \exists A .$$

5.2.3-الصنف والعدد: لقد كان العدد موضوع دراسة خاصة بالبحث الرياضي منذ القديم فقد أثبت تاريخ العلم ارتباطه بالحساب، ولعل طابع التجديد في تحديد مفهوم العدد في الرياضة الحديثة يؤكد ارتباطه الوثيق بنظرية الأصناف، مادام أن الجانب الرياضي في حساب الأصناف يقوم على مفهوم العدد ، وقد بدأ بيانو peano هذا العمل حينما أكد أن نظرية الأعداد، برمتها ترتبط بثلاثة مفاهيم أساسية تتمثل في: الصفر، العدد، التالي. وبالعودة إلى قضايا المنطق الرياضي فإن افتراض القضايا عند بيانو يكون وفق هذا الترتيب:

- (1) الصفر، عدد
- (2) التالي أي عدد هو عدد.
- (3) ليس لعدد نفس التالي.
- (4) الصفر ليس التالي لأي عدد.
- (5) أي خاصية من خواص الصفر والتي تكون أيضا من خواص التالي كل عدد له هذه الخاصية.²

ويعترف رسل Russell في كتابه: "فلسفتي كيف تطورت" أنه استفاد كثيرا من أبحاث بيانو في هذا المجال، على اعتبار أن بيانو peano استطاع التخلص من طبيعة المشكلات الناتجة عن الصفر والواحد³، وللاعتبارات السابقة فإن مفهوم العدد عند رسل هو قائم على مفهوم الصنف، فعلى سبيل المثال العدد (2) هو صنف يتألف من جميع الأزواج والعدد (03) هو الصنف الذي يتألف من كل الثالوثات وهكذا.. ، ولحل

¹- Whitehead(A.N) and Russell(B), op.cit, p205

²- نقلا عن كتاب: مهران (محمد) فلسفة برتراند رسل، دار المعارف بمصر، القاهرة، بدون طبعة، 2003، ص208

³-رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص82

مشكلة الصفر والواحد، يقترح رسل Russell تعريف الصنف بأنه الصنف المكون من تلك الأصناف التي لا أعضاء لها، والعدد واحد هو الصنف المكون من تلك الأصناف التي تتكون من عضو واحد¹، وقد سمح ذلك بإتمام النقص الذي ترتب عن نظرية بيانو على الرغم من تأثير رسل بالنظام الذي اقترحه، وهذا نظرا لكون بيانو لم يستطع ضبط تعريف للمفاهيم "الصفر" و"الواحد" و"التالي" مكتفيا بتقديم الترتيب السابق لبيدهياته.²

6.2.3-الصنف والرمز الناقص:

استخدم برتراند رسل مصطلح الرمز الناقص كمقابل للرمز التام، وذلك للتمييز بين اسم العلم والوصف المحدد، وقد اعتبر أن اسم العلم هو رمز تام، مادام انه مستقل في معناه إذا جاء بمفرده بينما الرمز الناقص فمعناه غير تام إذا جاء بمفرده وينطبق هذا المفهوم على العمليات الحسابية: كالجمع والطرح والقسمة... الخ، إذ لا معنى لهذه العمليات إذا لم توضع في سياقات محددة سواء تعلق الأمر بمجال المنطق أو مجال الرياضيات فالرمز ← " ليس له معنى إلا في حالة وضعه في شكل قضية متغيراتها أصناف" إذا كان محمد إنسان فان محمد فان"، ومن جانب آخر فقد اعتبر رسل أن مفهوم الرمز الناقص يرتبط بالصنف، على اعتبار أن التعريف المفهومي للصنف والذي اقره رسل Russell كمقابل للتعريف الماصدقي يقوم على فكرة الرمز يقول في ذلك: "رموز الأصناف كرموز الأوصاف في نسقنا رموز ناقصة يقوم عليها التعريف حين نستخدمها....."³ وقد توصل رسل بمقتضى ذلك إلى إثبات وجود الصنف انطلاقا من وجود أعضائه، فإذا كان لدينا "صنف التلاميذ"، فان إقرارنا بوجود هذا الصنف مستوحى بالضرورة من وجود أعضائه: "زيد -عبد القادر -سعيد...". ولعل

¹ نفس المرجع السابق، ص84

² -مهران (محمد)، فلسفة برتراند رسل، مرجع سابق، ص209

³ -نقلا عن كتاب: زيدان فهمي (محمود)، مرجع سابق، ص251

النتيجة المباشرة التي انعكست عن تعريف الصنف على هذا النحو هو إدراك رسل للترابط الوثيق بين الرياضيات والمنطق انطلاقاً من إدراك التشابه بينهما.

ومن النتائج المستخلصة من خلال تحليلنا لنظرية الأصناف بمفهومها الحديث مايلي: - بالرغم من أن نظرية الأصناف هي نظرية حديثة قياساً بنشأتها الأولى "بول شرودر، فريجه، رسل وهوايتهد"، إلا أن الطابع الأرسطي أثر بشكل مباشر في بناء هذه النظرية ويظهر ذلك بالأخص في العمليات الحسابية: كالجمع والضرب... الخ وبعض العمليات والقوانين المتعلقة بحساب الأصناف: الهوية، الثالث المرفوع التناقض... الخ. - إن تطور المنطق في الفترة الحديثة لا يعني انفصاله إطلاقاً عن المنطق الأرسطي، بل هو تكملة له باعتبار أن حلقات الفكر متواصلة، فإذا كان المنطق الصوري الحديث في جوهره مصورنا، فإن أرسطو Aristote من قبل كان يهدف إلى جعله قانون للفكر من خلال الكشف عن طبيعة صورته.

- أما النتيجة الثانية فتؤكد على تجاوز المنطق الحديث حدود الطرح الأرسطي كما هو واضح في بعض: "القوانين المتعلقة بحساب الأصناف" مما يعكس التأثير البسيط الذي يلعبه المنطق الأرسطي في المنطق الحديث في هذا الجانب، وقد سبق وأن عبر عن ذلك ألفريد تارسكي Tarski في مقدمة كتابه: "مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية" إذ يقول في ذلك: "...ولكنني أعتقد أن المساحة المحدودة التي خصصناها للمنطق التقليدي في هذا الكتاب تتفق والدور البسيط الذي يلعبه في العلم الحديث، وإنني لأعتقد بأن أغلب المناطق المعاصرين يشاركونني الرأي..."¹.

ولعل ما يوحي بتقدم المنطق المعاصر هو ظهور جملة من المتناقضات التي أفضت عليه طابع الخصوبة، وهو ما نحاول تحليله في الفصل الأخير من هذه الدراسة.

¹ - تارسكي (ألفريد) مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، تر: عزمي إسلام، مراجعة: فؤاد زكريا، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، مصر، 1970، ص29

الفصل الرابع

المغالطات والمفارقات المنطقية في نظرية الاصناف

4-مفارقات نظرية الأصناف: استعمل رسل " نظرية الأنماط" كمقابل للمفارقات التي شهدها ميدان البحث الرياضي لأن وجودها يفقد الرياضيات والمنطق معناه، وإذا كان نوع المفارقات التي شهدها ميدان البحث الرياضي توحى بأنه مصدرها ثلاثي: " منطقي رياضي، لغوي". فإن الحل الذي يقترحه رسل Russell.B بموجب نظرية الأنماط يتعلق أساسا بالمنطق، لتحقيق غاية تجنب الخلط في المواضيع المنطقية وفق رمزية محددة، لأن النقائص المنطقية والرياضية هي غير قابلة للتمييز " ¹. ونتج عن ظهور هذه النظرية المساهمة في تصحيح أعمال فريجه Frege ومواصله أعمال بيانو **peano** خاصة إذا سلمنا بان رسل رائد هذه النظرية أعجب بالنظام الرمزي الذي وضعه بيانو وبراعة عرضه للمشكلات المنطقية في المؤتمر الفلسفي سنة 1900²، ومن جانب آخر صاحب ظهور هذه النظرية على المستوى المنطقي رد الرياضيات إلى المنطق مادام أن المنطق كان يجنح إلى الصورية والرمزية، فتطور البحث الرياضي والمنطقي في الفترة المعاصرة يؤكد أنها متلازمان. وعليه إذا كان تطور المنطق الرياضي المعاصر يفرض وجود مفارقات فما هي أهم المفارقات المنطقية؟-وهل نجحت نظرية الأنماط في تجاوز جل المفارقات المنطقية؟-وما هي أهم النتائج التي ترتبت عن ظهور هذه النظرية على المستوى المنطقي ؟ للإجابة على هذه التساؤلات يتعين علينا ما يلي:

¹ عرض أهم المفارقات المنطقية التي ارتبطت بنظرية الأنماط مع الإشارة إلى تعريف المفارقة .

2- تحديد الإطار العام الذي وضعه رسل من خلال نظرية الأنماط والذي يعد كحل لتلك المفارقات .

¹ رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج 1 ، مرجع سابق، ص18
² يطرح رسل في كتابه : "فلسفتي كيف تطورت" براعة التقديرات الذي وضعه بيانو، والدقة المتناهية في عرضه للمشكلات الفلسفية، وهو ما أدى فيما بعد إلى التأثير بالنظام الرمزي الذي وضعه. رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق ص77.

1.4-المفارقات المنطقية:

1.1.4- مفهوم المفارقة: قبل تحديد مفهوم المفارقة وجب التمييز بينها وبين مفهوم المغالطة Fallacy، ذلك لان المغالطة تخص عملية الاستدلال، ويقصد بها الاستدلال الذي يظهر للوهلة الأولى انه صحيح ولكن إخضاعه للتحليل المنطقي بواسطة قواعد الاستدلال يكشف عدم صحته، فهي تعبر إذا عن نوع من الاعتقاد الفاسد¹. بينها يستخدم مصطلح المفارقة في المعنى العام للدلالة على مختلف الآراء والاعتقادات المعارضة لما هو مألوف، والرأي المفارق ليس رأياً فاسدا اضطرارا ولكنه مخالف لما يعتقدوه الناس والأولى أن يسمى إغرابا²، أما في ميدان المنطق فإن تحديد مفهوم المفارقة يقتضي بالضرورة التمييز بينها وبين مفهوم التناقض والنقضية- فما المقصود إذن بالتناقض والنقضية؟ إن مفهوم التناقض يعني عدم الجمع بين الصدق والكذب والنقيضان هما الأمران الممتنعان بالذات، بحيث يقتضي تحقق إحداهما انتقاء الآخر مثل قولنا (أ صادق، أ غير صادق)، ومن هنا فمبدأ عدم التناقض كمبدأ منطقي يقتضي عدم الجمع بين الشيء ونقيضه .

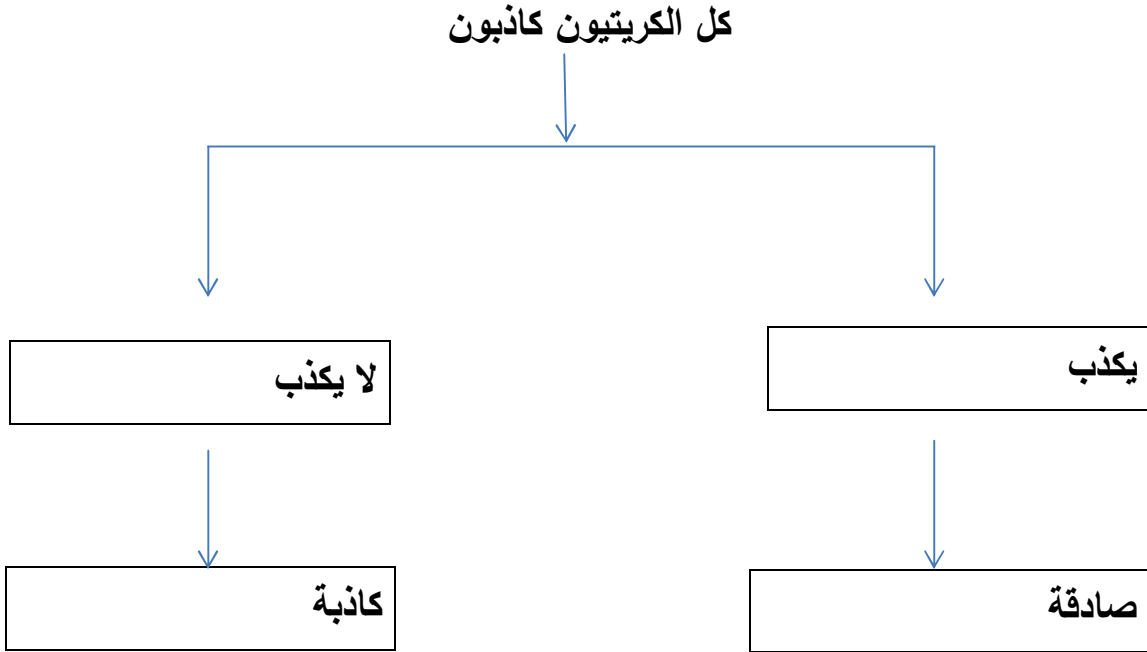
أما النقيضة Antinomie فيشير معناها إلى الاستنتاجين المتناقضين يستند كل منهما إلى أسس سليمة وبتعبير أدق فإن النقيضة يتضح معناها عند وجود حكمين متناقضين صادقين في الوقت نفسه لقضية واحدة، ولعل هذا التعريف يتجاوز في جوهره مبدأ الثالث المرفوع الذي يحدد بأن القضية إما صادقة أو كاذبة، أما المفارقة فتتكون في أبسط صورها عند الكشف عن الخاصية الدقيقة للتضمن الخاطيء عند إمتلاك صحة قضيتين متناقضتين³، ويتضح ذلك من خلال قولي: "إني أكذب".ومن هنا يمكن أن نتساءل: هل هذا الشخص الذي يدعي الكذب هو حقا يكذب أو لا يكذب ؟ فإن كان كاذبا فهو

¹ - Audi(Robert), op, cit, p431.

² صليبا(جميل)، المعجم الفلسفي، ج1، دار الكتاب اللبناني، بيروت، 1982، ص402.

³ - موساوي (احمد)، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، معهد المناهج، الجزائر، 2007، ص276

صديق في قوله، ولو كان يكذب كان يكذب في ما يقول. ومن هنا تنشأ صورة المفارقة قياساً بصدق القضية ونقيضها في آن واحد، ويمكن توضيح صورة التناقض من خلال الشكل التالي:



وإذا كانت المفارقة بمفهومها المعاصر تعني وجود قضيتين متناقضتين وصادقين فإن مفارقة الكذاب التي عرضناها سابقاً والتي ترجع إلى إبيمنيدس الملطي أقدم مفارقة عرفها الفكر الفلسفي، كما تعد محاولة الرواقيين لتجاوز نقائص الاشتراك الكلية، التي نتجت عن الفلسفة الأفلاطونية امتداداً لمفهوم المفارقة التي عرفها الفكر الفلسفي، فإذا قلنا مثلاً: "سقراط جميل" من هنا يمكن أن نتساءل: هل هو حاصل على الجمال كله أو بعضه؟ فإذا كان كله فكيف يكون غيره جميلاً؟، وإن كان بعضه فكيف يمكن وصفه بأنه جميل؟ ومن هنا تنشأ صورة النقيضة على أساس تحليل حكم إلى موضوع ومحمول كليين¹. وقد اهتم الفلاسفة من بعد ذلك ببعض النقائص والمفارقات، غير أن الطابع المنطقي العام لم يتضح عند هؤلاء وخاصة المدرسين، وفي الفترة المعاصرة ارتبط مفهوم المفارقة أساساً بنظرية المجموعات، على أساس أن هناك مفارقات منطقية وأخرى لغوية.

¹ - ثابت الفندي (محمد)، المرجع السابق، ص 127

وان استطاع الرواقيين كما حددنا ذلك سابقا حل التناقض عن طريق الحذر من الوقوع في الكليات، فإن حل المفارقات التي ظهرت في ميدان المنطق المعاصر كان عن طريق استعمال طرق مختلفة ومغايرة تماما. ومن بين الحلول التي قدمها رسل لذلك " نظرية الأنماط "، ويعترف رسل Russell.B في كتابه " فلسفي كيف تطورت " أن ظهور هذه المفارقات ساهم في خصوبة المنطق الرياضي، لأن وجودها فتح المجال واسعا للنقاش في مختلف القضايا التي يطرحها"¹، ومن بين المفارقات المنطقية المشهورة ما يلي: مفارقة رسل مفارقة كانتور Cantor 'مفارقة ريشارد"²، مفارقة الاستدلال، مفارقة اللزوم الصوري. وهكذا فقد تم تصنيف المفارقات كما حددنا ذلك من قبل بناء على أسس "لغوية" كمفارقة إبنيدس التي ترتبط بمجال اللغة والدلالة، ونقائض ترتبط بالمنطق كالتالي ذكرناها أنفا. وسوف نقوم بعرض بعض المفارقات التي لها علاقة بموضوعنا: " منطق الأصناف وأصوله الأرسطية":

2.1.4- مفارقة رسل Russell Parado'x أو متناقضة الصنف : تعد هذه المفارقة من أشهر المفارقات، وذلك لإرتباطها المباشر بنظرية الأنماط لذلك أطلق عليها فيما بعد بإسم مفارقة رسل، ويقر رسل أن هذه المفارقة تنشأ من خلال تصور الصنف الشامل وهو صنف كل شيء، ويمكن أن نحدد مجال هذه النقيضة كما أكد على ذلك رسل في كتابه: " أصول الرياضيات" في نقطتين أساسيين : تتعلق الأولى بصورة المحمولات التي لا تقبل الحمل على نفسها، أما الثانية فتتعلق بالصنف الذي يكون أحيانا عضوا في ذاته وأحيانا لا يكون، وقد اهتدى برتداند رسل إلى هذه المفارقة من خلال تأمله لبرهان كانتور"³ حول الأصناف كما يلي: ففي حالة المحمول الذي لا يقبل الحمل على ذاته تنشأ المفارقة عندما نتساءل : -هل المحمول يقبل الحمل على ذاته أو لا تقبل ؟ فإذا

¹- رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص 91

²- ريشارد ديكاند عالم رياضي ألماني "1831-1916"

³-انظر في ذلك: رسل (برتراند)، سيرتي الذاتية"1872.1914" الجزء الأول، تر:عبد الله عبد الحافظ .شفيق مجلي.فايز

اسكندر.أمين العبيوطي، مراجعة:شوقي السكري، دار المعارف، مصر، بدون طبعة، 1970 ، ص 229

كان (س) محمولاً فان (س) في هذه إما تقبل الحمل على نفسها أو لا تقبل، وبافتراض أن ما لا يقبل الحمل على ذاته هو محمول يترتب على ذلك أن المحمول : إما يقبل الحمل أو لا يقبل بناء على الافتراض السابق، ويصبح في هذه الحالة ما لا يقبل الحمل على نفسه ليس محمولاً وعلى هذا الأساس تظهر صورة المفارقة أو النقيضة بناء على التناقض الصريح والموضوع¹. أما الصورة الثانية لمفارقة الصنف يمكن توضيحها كما فعل رسل في كتابه: "فلسفي كيف تطورت" بالمثال الذي قدمه حول ملاعق الشاي في قوله: "فالصنف المكون لملاعق الشاي مثلاً ليس ملعقة أخرى. لكن الصنف المكون من الأشياء التي ليست ملاعق، هي شيء من الأشياء التي ليست ملاعق الشاي"² وعليه فإذا أردنا معرفة ما إذا كان الصنف عضواً في ذاته أو ليس عضواً في ذاته، فإذا كان عضواً في ذاته كان لا بد أن يتصف بالخاصية التي يتحدد بها الصنف وهي وفق برهان كانتور Cantor السابق أنه ليس عضواً في ذاته وفي حالة لم يكن عضواً في ذاته فإنه لا يجوز أن يتصف بالخاصية التي يتحدد بها الصنف، وبناء على ذلك يطرح كل بديل نقيضه ومن ثمة ينشأ التناقض ويمكن توضيح ذلك أكثر من خلال الصياغة الآتية : فإذا كانت لدينا الدالة (م س) والتي تعني س فيلسوف، فإن هذه الدالة تحدد صنف الفلاسفة أي من صنف كل الأشياء بحيث يكون "س" ينتمي إلى الصنف "س فيلسوف". ويمكن صياغتها رمزياً "كما يلي: (∃ ف) (س) (س ∃ ف) تكافئ: "س فيلسوف"، وفي افتراض صنف كل الأصناف يؤدي ذلك إلى تناقض، ويتضح من خلال ما سبق أن الصنف الشامل يتحدد بمجالين فالمجال الأول هو الذي يكون فيه عضواً في ذاته، ويؤدي ذلك في هذه الحالة إلى إبطال الخاصية التي يتصف بها، أما المجال الثاني فيتعلق بالحالة التي لا يحتوي على نفسه كعضو، مادام أنه صنف كل شيء فنصف الأشياء كما يفترض ذلك رسل ليس شيء. - لكن كيف ينشأ التناقض بمعنى أوضح في مفارقة الصنف ؟ وما هي أهم النتائج التي ترتبت عن وجود هذه المفارقة على المستوى المنطقي ؟ يعتبر رسل أن

¹ - رسل (برتراند)، أصول الرياضيات، ج1، ص175

² - رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص90

منشأ التناقض في مفارقة الصنف يرجع بالأساس إلى ما أساه بالأساس أغلوطة الإنعكاس أو مبدأ الذاتية، فالقول بأن الصنف هو عضو في ذاته أو لا يكون عضوا يفترض أن يتضمن ذاته وفق النقطة الثانية التي وضعنا بها مفارقة الصنف "صنف كل الأشياء".

والنتيجة الثانية التي ترتبت عن إستعمال رسل Russil.B لمصطلح "صنف كل الأشياء" وأثناء تحليل لفظ "صنف كل الأشياء" يتضح أنه لا يحقق مطلب الدقة المنطقية التي يجنح إليها المنطق المعاصر لأن هذا اللفظ "كل" يحتمل عدة معاني ودلالات :

1- فقد يفيد على سبيل المثال المعنى الاحتمالي إذا قلنا: " كل الطلبة ناجحون"، فهذا لايعني أنه لا وجود لاحتمال في المستقبل القريب أو البعيد "طلبة راسبون" ونستعمل هذا النوع من المعنى في صياغة القوانين العلمية، ما دام أن القوانين العلمية هي متغيرة بإستمرار .

2-وتفيد في حالات أخرى المعنى الإحصائي، إذا أحصينا عدد أعضاء صنف معين فإذا قلنا مثلا: " كل التلاميذ حاضرون " فإن معنى كل تفيد إحصاء جميع التلاميذ بدون استثناء، إلى غير ذلك من المعاني التي ينفرد بها لفظ "كل" كالمعنى اليقيني مثلا¹. وقد يؤدي استعمال هذا اللفظ في غير المعنى المقصود منه في بعض الأحيان إلى ظهور مفارقات جديدة، أما على المستوى المنطقي ووفق هذه المفارقة ومفارقات أخرى أصبح المرء لا يعي ما يتكلم وهل ما يقوله صحيح أم لا .- لكن هل يمكن أن نجد ما يطابق مفهوم هذه المفارقة في منطق أرسطو؟- إن ظهور مفارقة الصنف أدى إلى التخلي عن بعض مبادئ المنطق الأرسطي وعن مبدأ الثالث المرفوع، الذي يقر بأن القضية إما صادقة أو كاذبة، ونتيجة لذلك كله يمكننا القول بأن أرسطو لم يعرف هذا النوع من المفارقات، على الرغم من أن مفهوم الجنس عند أرسطو Aristote يعادل مفهوم الصنف الشامل في المنطق الصوري الحديث، وهكذا فإن النتيجة المباشرة لمفارقة الصنف انعكست

¹ - هميل(كارل)، فلسفة العلوم الطبيعية، ترجمة:جلال محمد مرسي، دار الكتاب المصري، القاهرة، 1976، ص68

على تطور المنطق المعاصر، على اعتبار أن هذا الأخير استطاع وضع آليات جديدة لعلها وهو ما كان يجهله المنطق التقليدي على حد تعبير "ر.بلانشي"¹.

3.2.4--مقارنة كانتور² : Cantor Parado'x أو مفارقة مجموعة المجموعات

وتسمى هذه المفارقة بإسم متناقضة العدد الأصلي على أساس أنها تعني بالعلاقة بين عدد الأصناف الفرعية لـصنف معلوم وعدد أعضاء هذا الصنف، وقد ظهرت هذه النقيضة نتيجة لرد الرياضيات إلى علم الحساب واتضح ذلك بشكل جلي عند تحليل كانتور لفكرة العدد ونظرية المجموعات، ويمكن توضيح صورة هذه المفارقة كما يلي: إذا افترضنا وجود صنف معين ونرمز له بالرمز <<ل>> فإن هذا الصنف يحتوي على مجموعة من العناصر التي تكون هي في حد ذاتها تعبر عن أصناف فرعية "أ، ب، ج"، وتنشأ صورة هذه المفارقة عندما نتساءل .-هل عدد الأصناف التي يحتويها صنف معين أكبر من عدد الأصناف الفرعية التي يحتويها هذا الصنف؟ أم أن عدد الأصناف الفرعية التي يحتويها هذا الصنف هو أكبر من عدد أعضاء الصنف؟ ومن هنا يمكننا القول بأن التناقض ينشأ من خلال الافتراضين:

أ-الجزء أكبر من الكل على أساس أن عدد الأصناف الفرعية هو أكبر من أعضاء هذا الصنف .

ب-إثبات صدق المبدأين السابقين.

ويمكن تبسيط ذلك كما يلي: إذا افترضنا أن الصنف "ل" يتكون من ثلاثة أعضاء (أ، ب، ج)، يمكن توزيعه إزاء ذلك إلى الأصناف الفرعية الآتية: (أ)، (ب)، (ج) باعتبار أن هناك صنف ذات عضو واحد والأصناف: (أ، ب) ، (ب، ج) باعتبار أن هناك صنف ذات عضوين، والصنف الذي يحتوي على العناصر (أ، ب، ج) وأخيراً

¹ -Blanché(Robert),Introduction a la logique contemporaine, Librairie armand colin, Paris.

4édition, 1968.P165

²- رياضي ألماني من أصول روسية (1845-1918) يعتبر أول من كشف عن نظرية المجموعات.

الصنف الفارغ، وما هو ملاحظ من خلال ذلك هو أن الأصناف الفرعية للصنف " ل " هو ثماني أصناف ،لذا فعدد الأصناف الفرعية بذلك هو أكبر من عدد أعضاء هذا الصنف¹، ويمكن أن ينطبق ذلك في حالة وجود حدود غير متناهية "ن من الحدود " ويترتب على ذلك عدم وجود عدد أصلي في العالم، وذلك لأن العدد الكلي للأشياء ليس بالضرورة العدد الأكبر، وبالتعبير الرمزي 2 ق التي تشير إلى الأصناف الفرعية أكبر من ق الصنف الكلي الشامل ومن هنا ينشأ التناقض². وما يمكن استخلاصه من خلال تحليل صورة هذه المفارقة، أن هناك صعوبة في التمييز ما بين الجزئيات والكليات، خاصة إذا سلمنا بالفرضية السابقة: " الجزء أكبر من الكل" ومن هنا يختلط معنى الأصناف الفرعية مع الأصناف الكلية أو الشاملة، ومن جهة أخرى يمكن القول أن مفارقة كانتور على الرغم من ارتباطها بنظرية المجموعات، إلا أنه يمكن ربطها بمجال المنطق ذلك لأن مجموعة المجموعات التي تكلم عنها كانتور Cantor في إطار بحثه عن العدد الأصلي في المجال الرياضي، نجد لها مثيل عند رسل Russell عندما تكلم في كتبه: " أصول الرياضيات مقدمة في الفلسفة الرياضية، البرنكيبييا"، عن علاقة الصنف بالأصناف الفرعية التي يشتمل عليها، بالإضافة إلى نوع المفارقات التي ترتبط بمجال المنطق، فإن هناك نوع آخر من المفارقات يرتبط بمجال اللغة "سينتاطيقا" كمفارقة الكذاب التي عرضناها أثناء تعريفنا لمفهوم المفارقة، وقد اتضح فيما بعد للمناطق من رواد المنطق المعاصر أن حل هذه المفارقات لا يعتمد بتاتا على الوسائل الرياضية، وإنما يتم ذلك من خلال العمل الفلسفي المبني على التأمل والتفكير العميق ومن بين الحلول المقدمة لحل هذه المفارقات لدينا " نظرية الأنماط المنطقية "

2.4- نظرية الأنماط المنطقية : نظرية الأنماط هي طريقة وضعها رسل Russell لحل جميع المفارقات على اعتبار أن ذلك يؤدي إلى بناء نسق منطقي سليم، وبناء" على ذلك

¹ - رسل (برتراند)، اصول الرياضيات، ج1، مرجع سابق، ص18

² - يستعمل رسل في كتابه: " فلسفتي كيف تطورت"، مثالا من الحياة اليومية (حيات الحلوى) يوضح فيه صورة هذه المفارقة،

رسل(برتراند) فلسفتي كيف تطورت، مرجع سابق، ص 95

فإن نظرية الأنماط بحسب وجهة نظر بوشنسكي "Bouchenski" عبارة عن مجموعة من القواعد التي تؤدي إلى تقسيم الموضوعات المتعلقة بالمنطق إلى أنماط¹. - فما المقصود بالنمط؟ وكيف اتخذ رسل من تدرج الأنماط لحل مشكلة المفارقات؟ يقصد بالنمط في مجال اللغة النموذج المثالي الذي تجتمع فيه أكمل الصفات الذاتية لنوع من الأشياء ويرادفه المثال والنموذج²، أما في مجال المنطق فيقصد بالنمط كما عرفه رسل Russell: " بأنه مجال إنطباق دالة قضية أي مجموعة الأشياء التي تصلح لأن يكون فيها متغيرا للدالة وحين يكون متغيرا" ظاهريا مقيدا" في قضية، فإن مجموع قيم المتغير الظاهري يؤلف نمطا، يتحدد بالدالة التي تتعلق بها كل القيم³. ويمكن توضيح ذلك من خلال المثال التالي، فإذا كانت لدينا الدالة التالية: "إذا كان س طالب في قسم الفلسفة فإن س ناجح"، ليتضح بعد ذلك أن طلبة قسم الفلسفة الناجحون " زيد ، عمر ، الفرابي " الذين يمثلون المجال الدالي للدالة السابقة يشكلون نمطا خاصا، وعليه فإن حل المفارقات وفق نظرية الأنماط يقوم على مبدأ الحلقة المفرعة⁴ الذي يستند إلى المتغير الظاهري والنمط من خلال إلغاء مبدأ الذاتية أي منع أن يكون الصنف عضوا في ذاته، وبمأن الصنف يرتبط بدالة القضية، مادام أن القضية تحدد الأعضاء التي يندرج تحتها صنف معين فإن ارتباط النمط بالمجال الدالي يلغي بالضرورة أن تكون فكرة الدالة متضمنة في ذاتها، فالتعبير الرمزي تا(تاس)، ها(هاس) مرفوض كلما كانت "تا ، ها" تعبر عن ذاتها، وإذا كان مجموع قيم المتغير الظاهري بحسب رسل يؤلف نمطا، فإن مفهوم النمط ينبغي أن يتخذ صورة هرمية إذ يحتوي النمط الصفري على مجموعة من الأفراد، أما النمط الأول فهو يحتوي على أصناف التي تنتمي إليها الأفراد، أما النمط الثاني فيحتوي على

¹ - " The theory of types which divides objects into types "Bouchenski(J.M), precis of mathematical logic, p62

²-صليبا (جميل)، المرجع السابق، ص507

³ -Russell(B), Mathematical logic Based on the theory of Types , Logic and Knowledge, G.Allen and Uniwin, London, 1956, p75

⁴ - Blanché(Robert), La logique est son histoire , p328

الأصناف التي ترجع إلى أصناف من النمط الأول وهكذا... حتى نصل إلى الأصناف التي ترجع إليها أصناف من النمط (ن+1) ويمكن توضيح ذلك من خلال الجدول التالي:

الأشياء	النمط الذي ترجع إليه
الأفراد التي تدل على أسماء الأعلام	النمط الصفري
الأصناف التي تنتمي إليها أفراد النمط الصفري	النمط الأول
الأصناف التي ترجع إلى الأصناف من النمط الأول	النمط الثاني
الأصناف التي ترجع إلى الأصناف من النمط (ن)	النمط (1+ن)

وهكذا فإن فهم دالة معينة يتطلب وفق هذا التقسيم تعريف مسبق عن طريق القيم الممكنة لها، من خلال معرفة نمط الدالة، وبالتعبير الرمزي فإن فهم الدالة تا(س) يستوجب معرفة نمطها أو مجالها الدلالي كما يلي: تا(ل) ، تا(ف)، تا(ج) ... تا(ع) شريطة أن تكون الدالة ذاتها تا(س) خارج هذه القيم جميعاً¹، وعليه نستنتج أن تقسيم الأشياء وفق الصورة السابقة يؤدي إلى تقسيم القضايا إلى مراتب وفق الأنماط، تكون فيه الأشياء التي نتحدث عن النمط الصفري مرتبطة بالأشياء الفردية²، ونموذج ذلك القضايا الذرية مثل قولنا هذا أصفر... إلخ، أما القضايا التي تعني بالأشياء من النمط الأول، قضايا تحتوي على متغير أفرادها من النمط الصفري، وهكذا إلى أن نصل إلى النمط (1 + ن) من القضايا ويمكن أن نوضح ذلك كما يلي:

¹ حمود (جمال)، فلسفة اللغة عند لودفيج فيجنشتاين، الدار العربية للعلوم ناشرون الجزائر، ط1، 2009، ص234

² متى (كريم)، المنطق الرياضي، مؤسسة الرسالة، لبنان، ط2، 1983، ص 243

الأشياء	النمط الذي ترجع إليه
الأفراد مثل القضايا الذرية	القضايا من المرتبة الصفر
القضايا من المرتبة صفر	القضايا من المرتبة الأولى
القضايا من المرتبة (c) أي التي تحتوي على متغيرات قضايا من المرتبة (1-c)	القضايا من الرتبة (ن-1)

وبهذه الطريقة استطاع برتراند رسل Russell.B حل جميع المفارقات :

1.2.4- حل مفارقة الكذاب : إن حل مفارقة الكذاب التي عرضها رسل Russell وفق نظرية الأنماط، يجب أن يحقق المبدأ الذي أقرته هذه النظرية حول "مرتبة القضايا"، والذي ينص على أن القضية التي نتحدث عن مجموعة من القضايا من مرتبة أعلى منها، وعليه يصبح مضمون القضية " أنا كاذب" وفق المبدأ السابق يخضع لشروطين :

أ-ينبغي أن لا يكون قيمة لذاتها .

ب-يجب أن ترجع القضية السابقة " أنا كاذب " التي نتحدث عن القضية السابقة " كل الكريتيون كاذبون" من مرتبة أعلى. وعليه فإذا كانت القضية " كل الكريتيون كاذبون" الكاذبة ترجع إلى الرتبة (c) حسب ترتيب القضايا فإن القضية : " أنا كاذب" ترجع إلى مرتبة (1+c) وعلى هذا النحو استطاع برتراند رسل حل مفارقة الكذاب، ويمكن توضيح ذلك أكثر من خلال المثال التالي : إذا اعتبرنا أن هناك قضية إخبارية عاش الفرابي¹ في القرن التاسع عشر (19م) الكاذبة قياسا بمقارنتها بالواقع ، فإن القضية التي تلخص قولي : " في أنني كذبت في قولي عاش الفرابي في ق 19م" ،ترجع إلى نمط أعلى من القضية السابقة " عاش الفرابي في ق 19م" ، لأنها باختصار نتحدث عنها ومن ثمة نحصل على حل لهذه المفارقة. يتضح من خلال ما سبق أن مكن التناقض في هذه المفارقة ناتج عن التسليم بالمجموع الكلي للقضايا قياسا من رفضنا القاطع للتسليم

¹ - موساوي(أحمد)، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، مرجع سابق، ص287

بالمجموع الكلي للأصناف، ولهذه فالتعبير " كل الأقوال " لا معنى له، بل يلزم عن ذلك تكوين قضايا جديدة تكون خارج المجموع الكلي ويصدق ذلك على الدوال والأصناف... الخ، ويمكن توضيح ذلك بالصورة الرمزية التالية : إذا كانت لدينا القضية كل أقوال إبنيدس " كاذبة" ووضعنا مكان الحدود الرموز نحصل على الصياغة التالية : " أ ق " اختصار: "قول إبنيدس " ، " ك(ق)" اختصار للقول كاذب ". ينتج عن ذلك الصيغة التالية: (ق) (أ(ق) \subset ك(ق))¹، ويمكن قراءة ذلك كما يلي: مهما تكن ق فإذا كانت ق قول إبنيدس فإن ق تكون كاذبة، وينتج عن ذلك أن القضية كل أقوال إبنيدس الكاذبة لا يمكن أن تكون قيمة للمتغير "ق"، لأنها تنتمي إلى نفس النمط الذي ينتمي إليه هذا النمط، وما يمكن استخلاصه من خلال حل مفارقة الكذاب أن ذلك ساهم في الحد من التناقض الناتج عن اللغة وعليه فإن مجال نظرية الأنماط وفق ذلك هو مجال اللغة .

2.2.4- حل مفارقة كانتور: إذا كانت مفارقة كانتور Cantor تخلط بين أنماط الأشياء، والتي ترتب عنها عدم وجود عدد أصلي أكبر فعلى سبيل المثال: إذا كانت "ن" تشير إلى مجموع من الأشياء الفردية، فإن عدد الأصناف التي يمكن تكوينها من أفراد الأصناف يخضع للقاعدة²ن، وعدد أصناف الأصناف التي يمكن تكوينها من 2^2 هو 2^2 وهكذا...، وبالتالي لا وجود لعدد أصل أكبر، غير أن حل هذا التناقض يكمن في تقسيم الأشياء إلى أنماط متتالية، يترتب عنه في النهاية أن لكل نمط عدد أصلي أكبر يكون عدد أصلي لمجموعة ذلك النمط، أما بالنسبة إلى النمط الذي يليه في المرتبة "ن" فإن العدد ينقص عن العدد الذي يليه، ويمكن التعبير عن ذلك رمزياً" كما يلي : إذا كانت القيمة "ن" تشير إلى العدد الأصلي للأشياء من نمط معين، فإن العدد الأصلي من النمط الذي يليه هو "2^ن" وهكذا...، وعليه إذا كانت نظرية الأنماط تشير إلى استحالة جمع أنماط مختلفة من الأشياء فإن الكلام عن العدد الأصلي يكون صادقاً، عندما يرتبط بنمط معين. وباختصار فإن حل مفارقة العدد الأصلي تحدد من خلال :

¹- متى (كريم)، المرجع السابق، ص246

أ- يوجد عدد أصلي أكبر لكل نمط من الأشياء .

ب- لا يصح الكلام عن عدد أصلي لكل الأشياء كما افترض ذلك كانتور .

3.2.4-تقييم نظرية الأنماط :

يمكن القول بأن رسل Russell استطاع بفضل نظرية الأنماط التغلب على مفارقة الصنف، من خلال افتراض أن الصنف الذي ينتمي إليه الفرد يكون من نمط أعلى مباشرة، كما استطاع رسل التخلص من مفارقة العدد الأصلي التي سلم بها كانتور المرتبطة بنظرية المجموعات، مما ترتب عن ذلك ظهور عدة نتائج إيجابية على المستوى المنطقي، مادام أنها كشفت عن التناقض من نفس المستوى، كما شملت هذه النظرية مجال اللغة، إذ تم رفض الألفاظ التي ينطوي عليها اللفظ العام " كل"، فأصبح بمقتضى هذه النظرية التعبير "كل الأشياء" خالي من المعنى، على اعتبار أنه يشير إلى أنماط مختلفة، ومن هنا فقد ساهمت نظرية الأنماط بإدخال القول الخالي من المعنى،¹ على الرغم من أن هذا المفهوم قد وجد عند مالبرانش وجون ستيوارت ميل من قبل يقول ر. بلانشي Blanché في ذلك: " إن إدخال رسل لحالة الأقوال الخالية من المعنى المختلفة بوضوح عن حالة الأقوال الباطلة مكسب ضروري للمنطقي " ²، كما بينت هذه النظرية أن القضية المتناقضة هي ناتجة عن خطأ في تركيب الكلام دون أن يكون هناك خطأ في الاستدلال، لكن بالرغم من مساهمة نظرية الأنماط في معالجة مختلف النقائص اللغوية والمنطقية، إلا أنها لم تكن نظرية دقيقة خاصة إذا اعتبرنا أن رسل في حديثه عن الأنماط أخط بين الرموز ومعانيها ويعترف رسل Russell بهذا النقص إذ يقول في ذلك: " إنني ما اقتنعت على الإطلاق بأن نظرية الأنماط كما قدمتها نظرية نهائية، إنني على إقتناع بأن هناك ضرورة لترتيب هرمي ما إلا أنني على أمل أن تتطور في يوم من الأيام نظرية ما

¹-كوين (ويلارد فان أورمان)، من وجهة نظر منطقية، تر:د.حيدر حاج إسماعيل،مرا: يوسف تيببس، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت: (لبنان)،2006، ط1 ، ص169

² - Blanché(Robert), La logique est son histoire, p329

تكون بسيطة وملائمة. وتكون في ذات الوقت مقنعة من زاوية ما يمكن أن نطلق عليه الحس المنطقي المشترك¹. وينتج عن ذلك كله أن نظرية الأنماط ليس قائمة على أسس دقيقة، فهي من ناحية شديدة التعقيد، ونموذج ذلك أن تطبيق نظرية الأنماط بدقة يستبعد بالضرورة القضايا البسيطة أو الذرية على الرغم من قبولها داخل النسق المنطقي الذي وضعه برتراند رسل ذاته. ونتيجة لذلك أصبح من الصعب التسليم ببعض النتائج التي أتت بها هذه النظرية وخاصة في نظرية الأعداد، مادام أن نظرية الأنماط قامت على قضايا في حاجة إلى البرهنة وليس على قضايا حدسية، وترتب عن هذه النقض توجيه انتقادات واسعة لهذه النظرية من طرف المناطقة، ومن بين هذه الانتقادات: نقد الدكتورة ماري لويس رور في كتابها: "المنطق وما بعد المنطق"، نقد كوين في كتابه: "أسس جديدة للمنطق الرياضي"، "من وجهة نظر منطقية"، والفيلسوف فجنشتاين في: "رسالة منطقية فلسفية".

1.3.2.4- موقف فجنشتاين: لعل النقد الذي خصه فجنشتاين Wittgenstein لنظرية الأنماط يتعلق بتدرج الأنماط المنطقية، لان أصل التفرقة بين الأنماط المختلفة عند رسل مستوحى من معاني العلامات الدالة على الأنماط وذلك بربطها بالواقع، بينما يفترض فجنشتاين أن يكون التمييز بين الأنماط مستقلا عن العالم الخارجي يقول في ذلك: "ويمكننا أن نخلص من هذه الملاحظة إلى ملاحظة أخرى فيما يخص نظرية الأنماط عند رسل، ذلك أن الخطأ الذي وقع فيه رسل وهو انه حين أقام قواعد جهازه الرمزي كان يتكلم عن الأشياء التي تعنيها علاماته"². ويتضح من خلال ذلك أن الخطأ الذي وقع فيه رسل يتعلق أساسا بمعاني العلامات الدالة على الأنماط حينما تم ربطها بالواقع، ومن شأن ذلك كله أن يجعل نظرية الأنماط بعيدة عن مبدأ الصورية، الذي يعد من المفاهيم الأساسية التي يقوم عليها المنطق المعاصر، فالمبدأ الذي يرى استحالة قول القضية شيء عن

¹ - نقلا عن كتاب: مهران (محمد)، فلسفة برتراند رسل، مرجع سابق، ص 278

² - فجنشتاين (لودفيج)، المرجع السابق، الشذرة 3.331

ذاتها تعد من الحقائق الهامة في الرمزية. لكن وعلى الرغم من الأخطاء التي تنتج عن إقامة مبدأ الرمزية الذي وضعه رسل في بناء نظرية الأنماط، إلا أن هذا لا يعني على الإطلاق أن فجنشتاين Wittgenstein لا يأخذ ببعض أفكار هذه النظرية، فإذا كان حل المفارقات التي ظهرت في المنطق المعاصر يقتضي بان لا يكون الصنف عضوا في ذاته " الحلقة المفرغة" من خلال الإقرار بتراثبية الأنماط وهو خلاصة نظرية الأنماط"¹، فان هذا التصور يتطابق في جوهره مع ما سلم به فجنشتاين حينما أكد استحالة جعل الدالة محتوية على نفسها يقول في ذلك: "إن الدالة لا يمكن أن تكون مجهول نفسها، لان علامة القضية ذات الدلالة تحتوي بالفعل على المقولة التي تدرج تحت مجهولها وهي لا يمكن إن تكون محتوية على نفسها"²، وفي موضع آخر يعترف فجنشتاين لرسل بالسبق في التفرقة بين الصورة المنطقية للقضية وصورتها الحقيقية.

وما يمكن أن نستخلصه من خلال مناقشة نظرية الأنماط ومن العرض المختصر الذي قدمه فجنشتاين Wittgenstein لجوانب هذه النظرية، يوحي باهتمام فجنشتاين باللغة الرمزية التي أصبحت جزءا من المشروع الفلسفي في الرسالة والذي سيتطور فيما بعد في كتابه: "أبحاث فلسفية".

4.2.3.2- موقف كوين³ لقد انطلق كوين (Quine) في انتقاد نظرية الأنماط المنطقية كما يظهر ذلك في كتابه: "من وجهة نظر منطقية" من خلال اعتبارها نظرية خالية تماما من أي أساس حدسي، ولعل هذا الإجراء يجعل من نظرية الأنماط ومن الطرق الأخرى التي أريد من خلالها تعيين المتناقضات على حد تعبير بلانشي Blanche أشبه بالأساطير⁴، استنادا إلى النتائج غير الطبيعية وغير الملائمة الناتجة عنها⁵. - لكن ماهو

¹ - نفس المرجع السابق، الشذرة 3.325

² - المرجع نفسه، الشذرة 3.333

³ - Willard Van Orman QUINE ولد في عام 1908 في مدينة اكرين (AKRON) في ولاية أوهايو "Ohio" في و.م.ا.

تحصل على شهادة الدكتوراه في المنطق من جامعة (Harvard)، تحت إشراف هوابتهد

⁴ - بلانشي (روبير)، العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري، مرجع سابق، ص 98

⁵ - كوين (ويلارد فان أورمان)، المرجع السابق ص 171

السبب حسب كوين Quine الذي يجعلها كذلك؟-وهل من طريقة أخرى لحل المتناقضات بعيدا عن نظرية الأنماط المنطقية؟. إن تقسيم الأشياء إلى أنماط منطقية يجعل من قيم المتغير لا تقبل إلا من نمط واحد، وعلى هذا الأساس فالصيغة: $\exists b$ لا تكون ذات معنى إلا إذا كانت قيم " ب " من نمط أعلى من النمط الذي يوجد فيه " أ " وينجر عن تراتبية الأنماط بحسب كوين وجود سلسلة لا متناهية من الأصناف الكلية، مادام أن لكل نمط صنف خاص به وينطبق الأمر كذلك على الأصناف الفارغة ويصبح مفهوم النفي عديم الفائدة داخل النمط ذاته، فهو إما يرتبط بالصنف الأدنى أو الأعلى، وينعكس ذلك كله سلبا على جبر الأصناف وعلم الحساب وحساب العلاقات¹. ولتجنب هذه المزالق التقنية الناتجة عن نظرية الأنماط ونتائجها، يقترح كوين طريقة جديدة يتم من خلالها معالجة مشكلة المتناقضات بعيدا عن هذه النظرية، لان مناقشة جوهر هذه النظرية عند كوين أفضى إلى اعتبارها نظرية انطولوجية: " Théorie ontologique " لا غير².

إن القضاء على المتناقضات وفق نظرية كوين الجديدة يقتضي استبعاد الصيغ المتراصفة واستبدالها بالصيغ غير متراصفة، وذلك للتخلي عن تراتبية الأنماط، مع اعتبار المتغيرات غير مقيدة المجال، وبمقتضى هذا الحل يصبح لدينا كما كان في جبر الأصناف البولي: " صنف شامل واحد"، " صنف فارغ واحد" ويتخذ الحساب العادي مجراه مما يسمح بتفعيل حساب العلاقات وبنائه على مبادئه المعروفة، وعلى الرغم من اعتراف رسل في كتابه: "فلسفتي كيف تطورت" بمهارة كوين الفكرية في بناء انساق منطقية، إلا انه يدعو من جهة أخرى إلى ضرورة معرفة جميع المفارقات بغية إيجاد أساليب ملائمة لحلها. وفي الأخير يمكننا القول بان نظرية الأنماط التي سلم بها رسل Russell والتي تعد أساسا لحل للمفارقات التي ظهرت في المنطق الرياضي، مادام أنها نظرية قدمت محاولات لحل

¹ - نفس المرجع السابق، ص 171

² - « Pour la discussion de l'interprétation par Quine de la théorie des types comme une théorie ontologique » Richard(Christine) , Bertrand Russell et la métaphysique analytique, Thèse de doctorat de philosophie, soutenue a l'université de Nancy2,2010 ,p28

ممکن للتناقض وكل الصعبات التي نواجهها، وانعكس ذلك كله على ميدان اللغة، فأصبح التعبير عن المفاهيم والأفكار يتم في صورة دقيقة، ولهذا فبالرغم من الاعتراضات التي وجهت لهذه النظرية إلا أنها ساهمت في تجاوز التناقض الحاصل في نظرية المجموعات. وباختصار يمكن أن نحصر مختلف النتائج التي ترتبت عن نظرية الأنماط كما يلي:

- 1- الكشف عن النقائض اللغوية.
- 2- فتح النقاش واسعاً في مواضيع المنطق.
- 3- توطيد العلاقة بين الرياضيات والمنطق.

نتائج البحث

نتائج البحث:

كان الغرض الأساسي الذي حاولنا أن نصل إليه هو تحديد المقصود من معنى الصنف، والخصائص التي ينفرد بها هذا المفهوم في المنطق الحديث من خلال تحديد أصنافه، وبيان طبيعة هذه الأصناف مع تحديد الفرق بينها وبين المشكلات المترتبة عنها "المفارقات"، وقادنا ذلك إلى البحث عن أصول منطق الأصناف في المنطق الأرسطي على اعتبار أن المنطق الأرسطي لعب دورا كبيرا في بناء الأنساق المنطقية الحديثة والمعاصرة، وعليه فقد تمخضت عن هذا البحث العديد من النتائج أبرزها:

1- إن مصطلح الصنف غير مصرح به في النسق الأرسطي على حد تعبير الفريد تارسكي Tarski، غير أن ذلك لا يعني أن أرسطو لم يشر إلى مفهومه، على اعتبار أن معنى الصنف يرتبط بمبحث الحدود¹.

2- الاختلاف في تحديد مفهوم الصنف بين المفهوم والماصدق في المنطق الحديث يعكس الترابط الوثيق بين منطق الأصناف ومنطق الحدود الأرسطي، ذلك لان أرسطو سبق وان أشار إلى بعض أصناف الصنف في حديثه عن الحدود، ماعدا الصنف الفارغ الذي يعد من خصائص المنطق الحديث والمعاصر، فالجنس يعادل مفهومه في المنطق الحديث مفهوم الصنف الشامل، والنوع مع الصنف الفرعي، والحد السالب مع الصنف المتمم، والحد الجزئي مع الصنف ذات العضو الواحد وهكذا....

3- إن ربط العمليات الحسابية التي قام عليها منطق الأصناف في صورته الحديثة والتي اعتبرت من المبادئ التي أقيم عليها جبر المنطق وحساب الأصناف عند بول، فن... بأصولها في المنطق الأرسطي يدل على محاولة هؤلاء إلقاء نظرة جديدة على ماضي المنطق على حد تعبير ر. بلانشي²، ومن ثمة إحياء المنطق الأرسطي وجعله أساسا لبناء نظرية الأصناف في شكلها الحديث والمعاصر. لكن وعلى الرغم من أوجه

¹ - Tarski(Alfred) , Introduction to logic and to methodology of the deductive sciences, p71

² - Blanché (Robert), La Logique et son histoire d'Aristote à Russell, p10

التقارب المستنتجة والمستخلصة من جبر الأصناف، إلا أن طابع حساب الأصناف والقوانين الأساسية التي قام عليها وبالأخص عند رسل و هوايتهد يبين تجاوز حدود الطرح الأرسطي، ولعل مرد ذلك بالأساس يتمثل في عدم تبني أرسطو في نسقه المنطقي لمعنى الصنف الفارغ، على خلاف المنطق الحديث الذي اعتمد في بناء نظرية الأصناف على جميع أصناف الصنف، فأرسطو لا يعترف إلا بالحدود الكلية في نظريته المنطقية.

4- لقد كشف تحليل مبحث: "المفارقات" أن عدم مراعاة قواعد المنطق يؤدي إلى الوقوع في المفارقة أو المغالطة سواء تعلق الأمر بالمنطق التقليدي أو المعاصر، لكن وإن كانت المفارقات المنطقية استفحلت في المنطق المعاصر، إلا أن البعض منها لا يرجع إلى منطق أرسطو، فنجد على سبيل المثال أن أرسطو لم يشر إلى مفارقة الصنف "مفارقة رسل" ويرجع ذلك بالأساس إلى سببين رئيسيين: من جهة لا يمكن للجنس الذي يعادل مفهومه مفهوم الصنف الشامل أن يكون محتويا على نفسه، ومن جهة أخرى فإن أرسطو حدد نوع العلاقة بين الحدود على إنها علاقة احتواء أو تضمن، فالأوسط محتويا في الأكبر والأصغر محتويا في الأوسط.

وكخلاصة عامة يمكننا القول أن التلازم بين نظرية الأصناف المعاصرة ونظرية الحدود الأرسطية، يبين لنا مدى الارتباط الوثيق بين المنطق المعاصر والمنطق التقليدي على الرغم من الانتقادات الموجهة إلى هذا الأخير، وإن الفصل بينهما هو فصل تاريخي لا غير، مادام أن نظرية أرسطو المنطقية تحمل البعض من المبادئ التي أقيم عليها المنطق الحديث وعلى هذا الأساس يمكننا أن نتساءل:- هل يمكن أن نجد تطابق مثل بين مبادئ المنطق الأرسطي والحديث غير فكرة الحد والصنف؟.

قائمة المصطلحات بالعربية والانجليزية مرتبة ترتيبا اجديا:

المصطلحات بالانجليزية	المصطلحات بالعربية
Alphabet	أبجدية
Union	إتحاد
Probability	إحتمالات
Inclusion	إحتواء
Statistic	إحصاء
Reasoning	إستدلال
Implication	إستلزام
Formal implication	إستلزام صوري
Deduction	إستنباط
Foundations of mathematics	أسس الرياضيات
Nominalism	الإسمية
Original	أصلي
Type Fallacies	أغاليط النمط
Whole words	ألفاظ كلية
Appartenance	إنتماء
Inherence	إندراج
Organon	أورغانون
Evidence	بداهة
Axiom	بديهية
Demonstration	برهان

Demonstration by absurd	برهان بالخلف
Abstraction	تجريد
Tautology	تحصيل حاصل
Analysis	تحليل
Analycis of language	تحليل لغوي
Analytic prior	تحليلات أولى
Synthetic	تركيب
Concept	تصور
Correspondence	تطابق
Equivalence	تكافئ
Analogy	تمائل
Euler diagram	تمثيل أولير البياني
Contradiction	تناقض
Logical constants	ثوابت منطقية
Algebra	الجبر
Dialectic	جدل
The sum logic	الجمع المنطقي
Genus	جنس
Essence	جوهر
Argument	حجة
Term	حد
Minor term	حد أصغر
Major term	حد أكبر

Middle term	حد أوسط
The positive term	حد سالب
Judgement	حد موجب
Intuitioniste	حدساني
Primitive terms	حدود أولية
Calculus	حساب
Calculus of classes	حساب الأصناف
Calculus of relations	حساب العلاقات
Calculus of propositions	حساب القضايا
Calculus of predicates	حساب المحمولات
Logical calculus	حساب منطقي
Property	خاصية
sense – Non	الخالى من المعنى
Function	دالة
Truth function	دالة الصدق
Prepositional function	دالة القضية
Disjunction	رابط الفصل
Negation	رابط النفي
Conjunction	رابط الوصل
Copule	رابطة
Symbol	رمز
Complet symbol	رمز تام
Incomplète symbol	رمز ناقص

Symbolic	الرمزية
Pure mathematics	رياضيات بحتة
Semantic	سيمانطيقا
Form	شكل
True	صادقة
Valid	صحيح
Truth	صدق
Class	صنف
The unit class	صنف ذات عضو واحد
universel class	صنف شامل
Null class	صنف فارغ
class Sub	صنف فرعي
Every thing	صنف كل شيء
Complementary class	صنف مكمل (متمم)
Formalism	صورانية
Form	صورة
Logical form	صورة منطقية
Formal	صوري
Universe of discourse	عالم المقال
Cardinal number	عدد أصلي
Nom –contradiction	عدم التناقض
Class member ship	عضوية في صنف
Rationalist	عقلاني

Relation	علاقة
Relation equality	علاقة المساواة
Relation of appartenance	علاقة انتماء
One-many relation	علاقة واحد بكثير
Not – convenient	غير ملائمة
Strong disjunction	فصل قوي
weak disjunction	فصل ضعيف
Philosophy of logic	فلسفة المنطق
Mathematical philosophy	فلسفة رياضية
Law of identity	قانون الهوية
De Morgan's laws	قانون دي مورقان
Law of non – contradiction	قانون عدم التناقض
A priori	قبلي
Proposition	قضية
Simple proposition	قضية بسيطة
Predicative proposition	قضية حملية
Atomic proposition	قضية ذرية
Rules of syllogism	قواعد القياس
Syllogism	قياس
Categorical syllogism	قياس حملي
False – hood	كذب
Universal	كلي
Universality	كلية

The infinite	اللانهاية
Language (language)	لغة
Language of classes	لغة حساب الأصناف
Metalogic	ما حول المنطق
Extension	ما صدق
Principles of logic	مبادئ المنطق
Variable	متغير
Apparent variable	متغير ظاهري
Set	مجموعة
Predicate	محمول
Equality	مساواة
Fallacy or sophism	مغالطة
Paradox	مفارقة
Concept	مفهوم
Premises	مقدمة
Convenient	ملائمة
Logic	منطق
Logic of classes	منطق الأصناف
Logical of term	منطق الحدود
Traditional logic	منطق تقليدي
Mathematical logic	منطق رياضي
Formal logic	منطق صوري
Classical logic	منطق كلاسيكي

Non –classical logic	منطق لا كلاسيكي
Logicism	منطقانية
Conclusion	نتيجة
System	نسق
Theory	نظرية
Theory of types	نظرية الأنماط
Theory of set	نظرية المجموعات
Negation	النفي
Logical antinomy	نقائض منطقية
Type	نمط
Ideal	نموذج
Species	نوع
Existence	وجود

قائمة الرموز المستعملة في الدراسة

النفي	\sim
الاحتواء	\supset
الانتماء	\ni
الاتحاد	\cup
التقاطع	\cap
التكافئ المنطقي	\leftrightarrow أو \equiv
المساواة	$=$
القضايا	ق، ك، ل، ...
دالة القضية	تا (س)، فا (س)
الصدق	ص
الكذب	ك
عدد الحدود	ن
المتغيرات	س، ع، ص
الفصل	\vee
الوصل	\wedge
الاستلزام	\leftarrow أو \subset
الفصل القوي أو الاستبعادي	\mathbf{W}
مهما يكن س...	$\forall (س)$
رمز الصنف الفارغ	\emptyset أو الرمز \wedge
رمز الصنف الكلي الشامل	$\mathbf{1}$ أو الرمز \vee
رمز الصنف المتم	$(\mathbf{1}-\mathbf{A})$ أو $\sim \mathbf{A}$

حاصل الضرب المنطقي لصفين	(أ×ب)
حاصل الجمع المنطقي لصفين	(أ+ب)
حاصل الطرح المنطقي لصفين	(أ-ب)
القسمة المنطقية	÷
رمز الكلية الموجبة عند جورج بول	أ(1-ب)=0
رمز الكلية السالبة	أ.ب=0
رمز الجزئية الموجبة	∇ = (أ.ب)
رمز الجزئية السالبة	∇ = أ(1-ب)
الكميتان غير متساويتان	س ≠ س
متغيرات الحدود الشخصية	س-

فهرس الأعلام:

- ابن سينا أبو علي.....31
- ابيمندس.....110.102.101
- أرسطو...02.03.04.05.06.10.29.30.31.32.33.34.35.36.37.38.39.40
- 118.117.104.93.83.82.80.79.78.76.72.69.65.59.58.57.44.42.41
- اولير.....61.50.48.47.45.44
- بلانشي رويير......117.111.105.48.38.31.23.22.12
- ابن رشد......100
- بوشنسكي......107.74.23.20.13
- بول جورج...4..7.17.23.35.38.48.72.73.74.75.76.77.79.81.82.83
- .117.89.88.87.86.85.84
- بيانو جوسيب.....99.96.95.91.90.25.17.14
- بيرس87.17
- تارسكي الفريد......97.27 .03
- دي مورغان اوغست......75.38
- ديكارت رينيه......02
- رسل برتراند.....90.88.86.72.38.36.31.20.19.16.15.14.13.11.10.7.4
- .111.109.107.106.103.102.99.97.96.95.93.91.

- 102.....ريشارد ديكاند.
- 16.....ريشنيباخ هانز.
- 09.....زكي نجيب محمود.
- 97.48.35.17.....شرودر.
- 48.....شوينهاور.
- 99.96.95.91.90.25.17.14.....فريجه غوتلوب.
- 117.84.72.69.65.61.59.57.53.52.51.50.49.48.44.42.....فن جون.
- 113.112.07.....فيجنشتاين لودفيج.
- 02.....كارناب.
- 111.106.105.103.102.07.....كانتور جورج.
- 02.....كانط ايمانويل.
- 13.12.....كوتيراه لويس.
- 114.113.25.17.....كوين ويلارد فان أورمان.
- 76.72.48.44.35.34.17.12.04.02.....لايينتر.
- 90.58.42.36.32.31.23.03.....لوکاسفیتش يان.
- 99.....مالبرانث.
- 118.97.93.90.89.88.72.36.07.....هوایتهد.

فهرس المصادر والمراجع:

المصادر باللسان العربي:

1)أرسطو، العبارة، نقل إسحاق بن حنين، تحقيق عبد الرحمن بدوي،(كتاب: منطق أرسطو) ،وكالة المطبوعات الكويت(دار القلم) ، لبنان،ط1 ، 1980

2)أرسطو ، المقولات، نقل إسحاق بن حنين، تحقيق:عبد الرحمن بدوي،(كتاب: منطق أرسطو)، وكالة المطبوعات الكويت:(دار القلم) ، لبنان، ط1 ، 1980

3)أرسطو، التحليلات الأولى، المقالة الأولى : نظرية القياس، نقل التذاري، تحقيق: عبد الرحمن بدوي،(كتاب:منطق أرسطو)، وكالة المطبوعات الكويت : (دار القلم)، لبنان ط1 1980

4) أرسطو، كتاب الطوبيقا ،نقل أبو عثمان الدمشقي تحقيق: عبد الرحمن بدوي ،(كتاب: منطق أرسطو)،وكالة المطبوعات الكويت،(دار القلم) ،لبنان،ط1،1980

5) أرسطو، فورفوريوس،نقل :أبي عثمان الدمشقي، تحقيق عبد الرحمان بدوي،(كتاب: منطق أرسطو) وكالة المطبوعات الكويت(دار القلم) ، لبنان،ط1 ، 1980

قائمة المراجع باللسان العربي:

1)ابن رشد(أبي الوليد)،تلخيص منطق أرسطو، المجلد الأول ،تحقيق جيار جهامي،المكتبة الشرقية، بيروت،6 198

2)ابن سينا،الشفاء:جزء القياس،تحقيق:سعيد زايد،وزارة المعارف العمومية،القاهرة،1964.

3)ابن سينا(أبو علي)،منطق المشرقيين والقصيدة المزدوجة،المؤسسة السلفية،القاهرة،1910

- 4) ثابت الفندي (محمد)، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية، بيروت: (لبنان)، الطبعة الأولى، 1972.
- 5) حمود (جمال)، فلسفة اللغة عند لودفيج فيجنشتاين، الدار العربية للعلوم ناشرون، الجزائر، ط1، 2009.
- 6) عزمي (إسلام)، الاستدلال السوري، ج1، مطبوعات جامعة الكويت، مصر، بدون طبعة 1972.
- 7) عزمي (إسلام)، أسس المنطق الرمزي، مكتبة الانجلو المصرية، ط2، مصر، 1970.
- 8) فرايبي (أبو نصر)، كتاب في المنطق "العبارة"، تحقيق د.م سليم سالم، مطبعة دار الكتب، 1967.
- 9) مهران (محمد) فلسفة برتراند رسل، دار المعارف بمصر، القاهرة، بدون طبعة، 2003.
- 10) متي (كريم)، المنطق الرياضي، مؤسسة الرسالة، لبنان، ط2، 1983.
- 11) محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت 1979.
- 12) مهران (محمد)، مقدمة في المنطق الرمزي، دار الثقافة للطباعة والنشر، مصر 1980.
- 13) مهران (محمد)، مدخل إلى المنطق السوري، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة 1994.
- 14) موساوي (احمد)، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، معهد المناهج، الجزائر 2007.

15) موساوي (أحمد)، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، ج2، معهد المناهج، الجزائر، 2007

قائمة المراجع المترجمة إلى اللسان العربي:

1.) بلانشي. (روبير)، العقل والخطاب دفاع عن المنطق الفكري، ت:محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، 2009.

2.) بلانشي (روبير)، مدخل إلى المنطق المعاصر، ت: محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2005.

3.) بلانشي (روبير)، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، تر:خليل احمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1980.

4.) بيسون (أ.ه). أوكونر (ج)، ترجمة الدكتور عبد الفتاح الديدي، الهيئة المصرية العامة للكتاب، مصر، 1987.

5) تارسكي (الفريد)، مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة عزمي إسلام، الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، مصر، 1970.

6) رسل (برتراند)، سيرتي الذاتية"1872.1914" الجزء الأول، تر:عبد الله عبد الحافظ شفيق مجلي.فايز اسكندر.أمين العيوطي،مراجعة:شوقي السكري، دار المعارف بمصر، مصر، بدون طبعة، 1970 .

7) رسل (برتراند)، فلسفتي كيف تطورت: ترجمة عبد الرشيد الصادق، راجعه الدكتور: زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، ط1، مصر ، 1960.

8) رسل (برتراند)، "أصول الرياضيات"، الجزء الأول، ترجمة محمد مرسي، أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، القاهرة، 1960.

- 9) رسل (برتراند)، مقدمة للفلسفة الرياضية، تر: محمد مرسي وفؤاد الالهواني، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، 1962.
- 10) سالمون (ويزلي)، المنطق، تر: جلال موسى ، تقديم: محمد علي أبو ريان الشركة العالمية للكتاب، لبنان، ط2، 1986.
- 11) غيماتوف (ألكسندر)، "علم المنطق" مكتبة الطالب، دار القلم، موسكو، بدون سنة.
- 12) فجنشتاين (لودفيج)، رسالة منطقية فلسفية، تر: عزمي إسلام، مراجعة: د. زكي نجيب محمود، مكتبة الانجلو المصرية، 1968.
- 13) كوين (ويلارد فان أورمان)، من وجهة نظر منطقية، تر: د. حيدر حاج إسماعيل، مراجعة يوسف تيبس، مركز دراسات الوحدة العربية، بيروت (لبنان) ط2006، 1.
- 14) لوكاسيفتش (يان)، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق السوري الحديث، تر وتقديم: عبد الحميد صبره، دار المعارف بالإسكندرية (مصر)، 1961.
- 15) همبل (كارل)، فلسفة العلوم الطبيعية، ترجمة: جلال محمد مرسي، دار الكتاب المصري، القاهرة، 1976.

- 1) Alexander(p), In Introduction to logic, George Allen and unwin its, Londo, N.D
- 2) Blanché (Robert), La logique et son histoire d'Aristote à Russell, Paris, Armond Colin, 1970.
- 3) Blanché(Robert), Introduction a La logique contemporaine, librairie Armand Colin, Paris, 4édition,1968.
- 4) Bouchenski.(J.M), A history of formal logic, Translated and edited by Ivo Thomas, university of Notre Dame press, 1961 .
- 5) Boole(G), et Jevons(W.S), Algèbre et logique, introduction par : Frédéric Gillot, Librairie scientifique Albert Blanche, Paris, 1962.
- 6) Bouchenski(J.M), Précis of mathematical logic, Reidel Publishing, Holland, 1959.
- 7) Couturat(Louis), La logique de Leibniz, Félix Algan éditeur. Paris.1901.
- 8) Kant(E), Critique de la raison pure, Traduction et présentation par Alain Renaut, G F Flammrison, 2édition, 2001.
- 9) Lewis(C.I), A Survey of symbolic logic, new York, 1980
- 10) Lewis(Carroll), Symbolic logic, Mac Millan And CO, London, second edition, 1896.

11)Quine(W.V.O), Mathematical logic, Harvard university press
London,1961.

12)Reicherbach(H), Elements of symbolic logic, the true Press
New York, 1966.

13)Richard(Christine), Bertrand Russell et La métaphysique
Analytique, Thèse de Doctorat de Philosophie, Soutenue a
L'université de Nancy2, 2010.

14)Russell(B), Mathematical logic based on Theory of Type Logic,
G.Allen.and Unwin, London, 1956 .

15)Russell(B), Introduction to mathematical philosophy, George
Allen, New York, second edition, 1920.

16)Shipper(E.W) and Schuh(E), A First course in modern logic
Rutledge Paul, London, N.D.

17)Tarsk(Alfred), Introduction à la logique, Traduit :Tremblay
Gauthier– Villars éditeur, paris , 3 édition, 1971 .

18)Tarski(Alfred), Introduction to logic and to methodology of the
deductive sciences, Oxford university press, New York, 4 edition
1994.

19)Venn(John), Symbolic logic, Mac Millan and Co,
London,1881.

20)Whitehead (A.N) and Russell(B), Principia mathematica.vol1.Cambaidje at the university press, London, second edition,1963.

المجلات والدوريات:

1)موساوي(احمد)، طبيعة العلاقة بين المنطق بالواقع، مجلة دراسات فلسفية " العدد السابع، جامعة الجزائر، 2011.

2) موساوي(احمد)،منطق المحمولات من الرتبة الأولى، مجلة دراسات فلسفية ، العدد الأول،جامعة الجزائر،1996،

المعاجم والقواميس:

1-بالعربية:

صليبا (جميل)،المعجم الفلسفي،ج1-ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت(لبنان)، 1982

2-بالأجنبية:

1-Audi(Robert) ,The cambridge dictionary of philosophy ,Cambridge university press, London, 01edition, 1999.

فهرس الموضوعات:

ص02	مقدمة
ص08	1.الفصل الأول: علاقة الحدود بالأصناف
ص10	1.1- مفاهيم أساسية" نظرية الأصناف"
ص29	2.1- الحدود والأصناف
ص43	2.الفصل الثاني: التطور التاريخي لمنطق الأصناف
ص45	1.2 التمثيل البياني عند اولير
ص48	2.2 التمثيل البياني عند فن
ص71	3.الفصل الثالث: منطق الأصناف في المنطق الحديث والمعاصر
ص72	1.3 نظرية الأصناف عند جورج بول
ص88	2.3 حساب الأصناف عند رسل وهوايتهد
ص98	4.الفصل الرابع: مفارقات نظرية الأصناف
ص100	1.4- المفارقات المنطقية
ص106	2.4- نظرية الأنماط المنطقية
ص116	فهرس نتائج البحث
ص119	قائمة المصطلحات
ص126	قائمة الرموز
ص128	فهرس الأعلام
ص130	فهرس المصادر والمراجع
ص137	فهرس الموضوعات

