الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

أبو القاسم سعد الله - جامعة الجزائر 02

كلية العلوم الإنسانية والعلوم الاجتماعية

- قسم الفلسفة -

عنوان البحث :

صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية .

مذكرة لنيل شهادة الماجستير

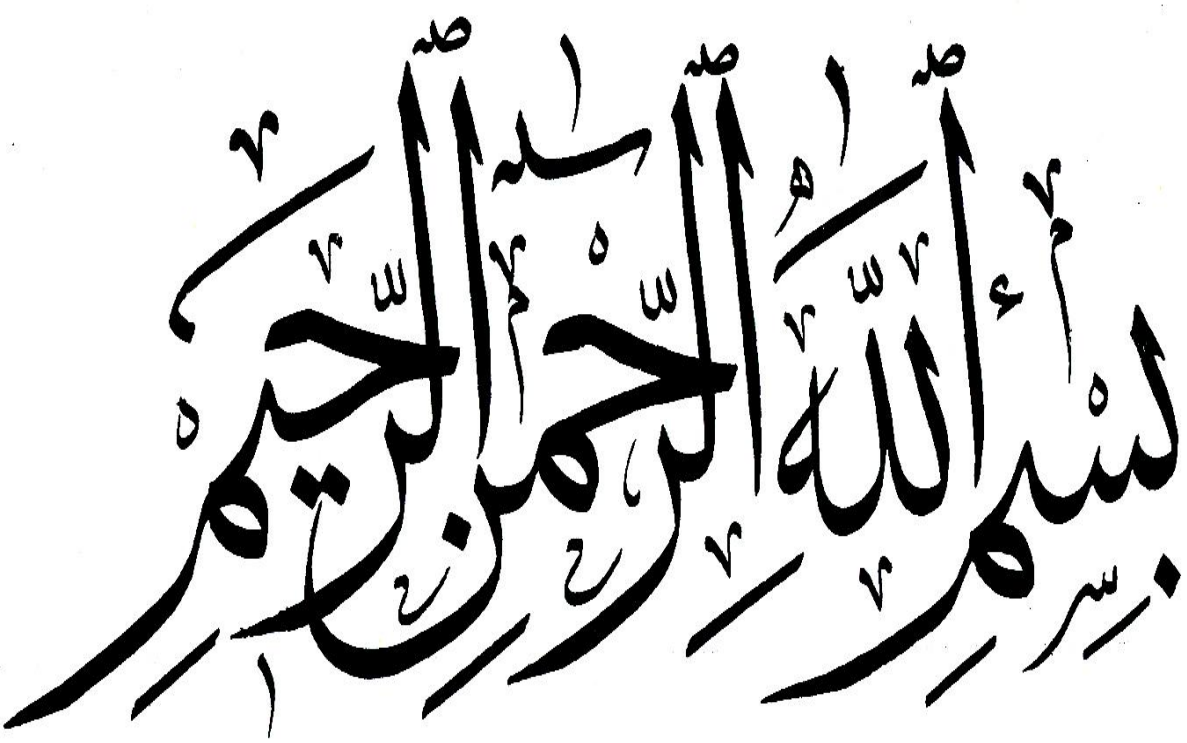
إعداد الطالب

* بن السيحمو عبد الرحمن

إشراف الأستاذ الدكتور

الأخضر شريط

السنة الجامعية: 2016 - 17 20.


بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الجزائر -2- أبو القاسم سعد الله

كلية العلوم الإنسانية

قسم الفلسفة

صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة

إعداد الطالب : **إشراف :**

عبد الرحمن بن السيحمو **الأستاذ الدكتور الأخضر شريط**

لجنة المناقشة:

الأستاذ الدكتور شريف زيتوني	**رئيساً**
الأستاذ الدكتور الأخضر شريط	**مقرراً**
الدكتورة آمال موهوب	**عضواً**
الدكتورة آمال علاوشيش	**عضواً**

السنة الجامعية : 2016 – 2017.

اهـــــداء

إلى روح أبي الذي علمني أن درب العلم طريق الفلاح

إلى أمي التي علمتني حب الحياة .

إلى شريكة حياتي سعيدة التي شاركتني مختلف

مرا حل البحث.

إلى أبني مولاي عبد الكريم وإخواني .

إلى كل أفراد عائلتي.

أهدي هذا العمل المتواضع.

شكر وتقدير

الشكر والفضل لله الذي من علينا بنعمة لإتمام هذا البحث

فالحمد والشكر لك ربي

إلى الأستاذ الدكتور الأخضر شريط الذي أشرف على هذا العمل المتواضع والناصح الدائم لإتمامه

إلى السادة الأساتذة أعضاء لجنة المناقشة الذين سوف ينيرون لي درب البحث بالإثراء والمناقشة .

كما أتقدم بشكري إلى كل من سهام في إخراج هذا العمل

وإلى جميع من ساعدني من قريب أو من بعيد

كما أشكر أساتذتي الأفاضل الذين أطروني في مرحلة الدراسة .

الفهرس :

المقدمـــة: 05

مدخل مفاهيمي : مفهوم ونشأة الفكر الرياضي 10

الفصل الأول صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند القدماء

المبحث الأول: عند المصريين 19

ـ مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند المصريين 18

ـ الرياضيات عند المصريين 23

ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند المصريين 28

المبحث الثاني: عند البابليين 29

ـ مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند البابليين.....29

ـ الرياضيات عند البابليين.....32

ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند البابليين 36

الفصل الثاني صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند اليونان

والمسلمين :

المبحث الأول: صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند اليونان 38

ـ العلوم الرياضية عند فيثاغورس 38

ـ العلوم الرياضية عند أفلاطون 39

ـ العلوم الرياضية عند أرسطو 45

ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند اليونان 49

المبحث الثاني: صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المسلمين..... 55

ـ العلوم الرياضية عند الخوارزمي 61

ـ العلوم الرياضية ابن قنقد القسنطيني.....77
ـ العلوم الرياضية عند ابن الياسمين.....80
ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند المسلمين 83

الفصل الثالث صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المحدثين والمعاصرين:

المبحث الأول: المحدثين :
ـ العلوم الرياضية عند ديكارت 89
ـ العلوم الرياضية عند لايبنتز 95
المبحث الثاني: المعاصريين .....
ـ العلوم الرياضية عند جورج بول 97
ـ العلوم الرياضية عند بيانو.....100
ـ العلوم الرياضية عند راسل.....102
ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند المحدثين والمعاصرين 106

الخاتمـــة: ..... 137 .

ملاحق :

فهرس المصطلحات.....140

فهرس الأعلام :..... 155

قائمة المصادر والمراجع 158

(دون الرياضيات لا يمكننا أن نقتحم مجال الفلسفة إطلاقا)

لايبنتز

المقدمة

المقدمة :

يتميز العصر الحالي بالتطورات السريعة والمتلاحقة في جميع مجلات الحياة ، فقد حقق فيه الإنسان أعظم انتصاراته العلمية والتكنولوجية ، ويبقى العلم في سباق مع الزمن قصد الوصول إلى تحقيق آمال كبيرة وطموحات شامخة ، فالعلم في الواقع يهدف إلى كشف عن الحقائق والقوانين التي تحكم الظواهر الطبيعية والحوادث العلمية في الكون .

وإذا كان للعلم هذا الدور البارز في مسيرة التقدم ، فإن ما يقوم عليه إنما يبنى في أساسه على دور رئيسي للرياضيات ، فهي إضافة إلى أنها كيان مستقل تجريدي في علاقتها ومفاهيمها ، تتميز بأنها على درجة عالية من التطبيق ، فهي سيدة العلوم وخادمتها[1] ، إضافة لذلك ، يبرز فرع الرياضيات بكون النتائج فيه مؤكدة لا محتملة ، نهائية ولا مبدئية ، فهي تخاطب عقل المتعلم وتنمي فيه روح الاكتشاف وحل المشكلات ، وترى اللجنة الوطنية للمناهج[2] : إن الرياضيات جزء من المعرفة الإنسانية أبدعها العقل البشري منذ القدم ، لتلبية حاجة الإنسان إلى تنظيم حياته ومعاملاته وأموره الخاصة ، فهي علم ما فتئ يتطور ويتجدد ويتسع مواكبا للتغيرات التي تطرأ على المجتمعات ، مستجيبا لمتطلبات حاضرها ومساهما في الإعداد لمستقبلها .

---

1 ـ عدنان سليم عابد وعبد الله أمبو سعدي ، معتقدات طلبة المرحلة الثانوية نحو الرياضيات والعلوم ، مجلة العلوم التربية والنفسية ، كلية التربية جامعة البحرين ، الصخير ، المجلد 03 ، العدد 03 ، 2002 ص 127 .

2 ـ اللجنة الوطنية للمناهج ، الوثيقة المرافقة لمناهج الرياضيات للسنة الأولى ثانوي علوم وتكنولوجيا ، 2005 ، وزارة التربية الوطنية الجزائر .

يشتمل بناء الرياضيات على عدة جوانب منها الجانب الشكلي (مسلمات ، تعاريف ، نظريات ، براهين) والجانب الخوارزمي (قواعد الحساب) والجانب الحدسي مشكلا ت فاعلا بين رياضيات شكلية استنتاجيه ورياضيات كنشاط إنساني ، كما للرياضيات فروع عديدة ، منها الهندسة والجبر والتحليل والاحتمالات والإحصاء وحساب المثلثات وعلم الحساب حيث يمثل تطورها سلسلة متصلة الحلقات منذ الإنسان الأول وحتى رياضي العصر الحالي .

ويعود الفضل فيما هي عليه الآن إلى قدرتها على نمذجة المعطيات والوضعيات حيث تمكنت من بناء أنظمة وأعطت لها استقلالية عن العالم المادي ، فكان التجريد مصدر قوة لها ، أدى إلى نموها بشكل واسع ، وقد تجلى هذا النمو في نوعية الاكتشافات الرياضية التي ظهرت خلال القرون الماضية ، إذ تم وضع ودراسة الأسس المنطقية للرياضيات مما أدى إلى توحيد فروعها ، كما منحها انتشار واسعا في مختلف العلوم وذلك من خلال تطبيقاتها في الفيزياء والكيمياء والميكانيكا ، وعلم الأحياء والطب والصيدلة والتكنولوجيا والاقتصاد والتجارة والعلوم الاجتماعية[1] . كما تعتبر الرياضيات أكثر العلوم دقة وعقلانية ويقينا ، الأمر الذي جعل معظم الفلاسفة والمفكرون يفتتنون بها ، واكبر دليل على ذلك ما كتبه أفلاطون على باب أكاديميته " لا يدخل علينا من لم يكن رياضياً " .

إن السبب الرئيسي الذي جعلنا نختار هذا الموضوع حسب إطلاعي كباحث في موضوع الرياضيات ، فإن المهتمين بها اهتموا بتطورها تاريخيا فقط ولم يهتموا بالأسباب والعوائق

1 اللجنة الوطنية للمناهج ، مرجع سابق، ص 2 .

والموانع التي كانت تقف حجر تعثر في هذا التطور في كل مرحلة من مراحلها . كما أن الشيء الذي جعلني أحاول دراسة هذا الموضوع وهو نقص المكتبة العربية لهذا النوع من الدراسات . وكذلك شغفي المستمر والدائم بدراسة الإشكالية الخاصة بفلسفة الرياضيات .

أما الهدف من هذا البحث فهو ربط جسور ما بين الفلسفة والرياضيات: لأنه لا يمكن أن نفصل ما هو تأريخي عن ما هو موضوعات البحث (الرياضي) ، فكذلك لا يمكننا فصل موضوعات ما هو موضوعاتي (ما هو رياضي) عن ما هو نقدي (فلسفي) وعلى ضوء ما سبق فإن الإشكالية المطروحة في هذا البحث تدور حول صعوبات ومفهوم الفكر الرياضي ومراحل تطوره ، فما هي صعوبات تطور الفكر الرياضي ؟ أين تتجلى هذه العوائق والأزمات التي واجهت الفكر الرياضي ؟

وللإجابة على هذه الإشكالية قسمنا بحثنا هذا إلى ثلاثة فصول:

حيث أن المقدمة عرفنا فيها الموضوع وأهميته وأسباب ودواعي اختياره ، إما المدخل العام تطرقنا فيه إلى الفكر الرياضي من المفهوم والنشأة والإستخدام.

في الفصل الأول: والموسوم بصعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند القدماء المصريين والبابليين تناولنا فيه مفهوم ومراحل وصعوبات الفكر الرياضي لديهم مع الصعوبات التي واجهتهم .

أما الفصل الثاني تطرقنا فيه إلى صعوبات الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند اليونانيين والمسلمين وعرفنا فيهما ابرز الفلاسفة المهتمين بالرياضيات فيثاغورس ،

وأفلاطون ، وأرسطو ، هذا عند اليونان إما عند المسلمين نجد الخوارزمي ، ابن الياسمين ثابت بن قرة وابن قنفذ، وابن البنا المراكشي ، وغيرهم .

أما الفصل الثالث تطرقنا فيه إلى صعوبات الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المحدثين والمعاصرين وذكرنا فيه ابرز الفلاسفة المهتمين بالرياضيات فنجد مع المحدثين ديكارت ، ولايبنتز ، أما مع المعاصرين جورج بول ، بيانو ، راسل .

وأخيرا تأتي خاتمة اجتهدنا أن نصوغ فيها أهم النتائج التي توصلنا ليها من خلال البحث .

وضمن هذا المشوار البحثي صادفتني ككل الباحثين جملة من الصعوبات نذكر منها على الخصوص التالي :

1ـ اختلاف المفاهيم الرياضية من عصر إلى عصر، وكل مفهوم رياضي له دلالاته الفلسفية، مما وضعني كباحث أمام اختيار التقنية ألائقة لكل عصر من عصور الفكر الرياضي، وهي صعوبة تعود بالأساس في نظرنا إلى الترجمة للمصطلحات والمفاهيم الرياضية .

2 ـ نقص المعاجم والموسوعات الخاصة بميدان الرياضيات مما اضطرني إلى الاجتهاد في ترجمة بعض المفاهيم .

3 ـ لقد تطرق الفكر النقدي الرياضي المعاصر إلى مسالة تطور الرياضيات ، لكن تاريخيا، إي تطورها التاريخي غير أن المادة العلمية في الصعوبات (الانتقادات الفلسفية) شحيحة .

ولكن رغم كل هذه الصعوبات وبتوفيق من الله وصلنا البحث ووصل إلى ما هو عليه ألان.

مدخل :

مفهوم ونشأة الفكر الرياضي :

لقد ظهرت الرياضيات لتلبية حاجات الإنسان الضرورية ، كالقيام بالحسابات التجارية وقياس المقادير كالأطوال والمساحات ، وتوقيع الأحداث الفلكية ، ولهذا فقد كانت شديدة الارتباط بالواقع العملي الحسي وبالممارسة اليومية للإنسان ، وهذا بالنسبة إلى للمرحلة البدائية للرياضيات ونجدها في الحضارات القديمة كالحضارة المصرية والبابلية وغيرهم .

ومن المنطلق إن التفكير عملية عقلية إذا استطاع الإنسان أن يسيطر عليها ، وهذا ما يجعله قادر على التعامل مع مشاكله اليومية التي يواجهه في حياته ، كما يكون قادرا على التعامل مع الرموز والمفاهيم والقضايا ، كما يستطيع إجراء عمليتي التحليل والتركيب ، وهذا يساعد الإنسان على فهم طبيعة المشكلات وحلها .

وإذا خصصنا الحديث عن الرياضيات ،فإنها علوم قديمة ، حيث نجدها عند أهالي الشعوب القديمة من بابليين ومصريين وإغريق وهنود وصينيين وغيرهم ، ممن كانوا قد قطعوا شوطا لا ينكر في مجال العلوم الرياضية بسبب دورها الهام مثل الفلك والفيزياء والكيمياء والطب ، ولذلك فان الرياضيات تعتمد نظاما للتفكير ، يتميز عن باقي الأنظمة الأخرى التي تقوم على أساسها العلوم المختلفة ، ولذلك يجب أن نصف الرياضيات بأنها العلم الذي

يسمح للإنسان بممارسة أقصى درجات التفكير والبرهان والاستنتاج، وهذا ما يجعل الرياضيات تتميز بالوضوح والصرامة العقلية والدقة ، ويعمل كل هذا على تبسيط وتوضيح الأفكار ، وتوجيه التفكير في مسارات صحيحة . وهذا ما جعل للفكر الرياضي مفاهيم عديدة ، نذكر منها "نشاط عقلي خاص بدراسة الرياضيات ، يهدف إلى حل المشكلات رياضية محددة كما يعرفه مجموعة من العمليات العقلية التي تتمحور حول مشكلات رياضية محددة ، والتي تهدف إلى إنتاج أفكار تستخدم كوسيلة او كإستراتيجية لحل تلك المشكلات ، وان تعلم المفاهيم الفكرية للرياضيات تعتبر أمر مهما لأنه يساعد على فهم العديد من الأشياء " المفاهيم تمكننا من الاستدلال والتصنيف والتعميم والاتصال مع الآخرين ، وزيادة المعرفة الإنسانية في حل المشكلات التي تواجهنا ، ولهذا اعتبر التربويون إن تعلم المفاهيم الرياضية هو اللبنة الأساسية في اكتشاف ودراسة الرياضيات "[1] كما إن المهارات الرياضية ما هي إلا للمفاهيم الرياضية ووضعها في صورة قواعد وخوارزميات تستخدم في حل المسائل والمشكلات الرياضية **وللفكر الرياضي عدة مفاهيم نذكر منها :**

. هو فكرة عامة مجردة تتشكل في الذهن إما عن طريق التجربة أو انطلاقا من محتوى فكري فطري [2] .

[1] . صلاح الدين عبد الجواد ياسين ، المفاهيم الرياضية ، جامعة ولاية فلوريدا الولايات المتحدة الامريكية (1990) ص 7

[2] . بن لخضر العيد ، بحث حول الحقل المفهوماتي ، مديرية البحث العلمي والدراسات ما بعد التدرج ، المدرسة العليا للأساتذة بالقبة ، الجزائر ، ص 3 .

. ويعرفه تصور رمزي يستعمل في عملية التفكير ، ويأخذ هذا التصور معنى متشابها بالنسبة لجميع المتعلمين .[1]

. بناء عقلي يساعدنا على تنظيم المعلومات بشكل له معنى ، وهو ديناميكي قادر على التغير والتكيف مع المعلومات الجديدة [2].

. مجموعة من الخصائص المشتركة للمضامين الرياضية التي ترتبط مع بعضها البعض في إطار رياضي موحد لبناء الأساس المنطقي لمصطلح المفهوم أو القاعدة [3].

ويذكر **بدوي** إن الفكر الرياضي لابد من تتوافر فيه معايير ثلاثة هي :

1 ـ أن يكون مصطلحا آو رمزا ذا دلالة لفظية ، أي يمكن تعريفه .

2 ـ أن يكون تجريدا للخصائص المشتركة لمجموعة من الحقائق او المواقف غير المتشابهة تماما .

3 ـ أن يشير إلى كافة المواقف التي تتضمنها مجموعة ما .

اما المفهوم الرياضي عند **فيرنيو** (Vergnaud) هو ثلاثي التركيب يبني بثلاث مجموعات هي :

ـ مجموعة من الوضعيات التي تعطي معنى للمفهوم وتسمى المرجعية .

ـ مجموعة الثوابت (الخصائص) التي يعتمد عليها تنفيذ المخططات وتسمى المدلول .

---

[1] . نفس المرجع ص3.

[2] . نفس المرجع ص 3.

[3] . موسى محمد عبد الرحمان جودة ، اثر استخدام بعض المفاهيم الرياضية بالفكر الإسلامي ، الجامعة الإسلامية غزة فلسطين ، (2007) ، ص 13 .

ـ مجموعة الأشكال اللغوية وغير اللغوية التي تسمح بتقديم رمزي للمفهوم وخصائصه وتسمى الدال .

ويتصف المفهوم الرياضي ببعض الخصائص التي تعطي دلالة واضحة عن طبيعة مفهومه وكيفية تكوينه في أذهان المتعلمين ، ويذكر **أبو هلال** [1]، مجموعة من الخصائص منها :

- يتكون المفهوم من فكرة أو مجموعة أفكار عقلية تكون ذلك المفهوم .
- يمكن التعبير عن المفهوم بتمثيله بأكثر من طريقة سواء كان لفظيا أو رمزيا أو بالصورة أو الرسم ....
- تتولد المفاهيم عن طريق الخبرة والممارسة ، وبدونها يكون المفهوم ناقصا في أذهان المتعلمين .
- تعتمد المفاهيم على الخبرات السابقة للمتعلم .
- كلما استطاع المتعلم التعبير عن المفهوم بلغته الخاصة ، وربطه بمفاهيم وتطبيقات أخرى كلما ترسخ المفهوم في بنيته المعرفية .

ويمكن توضيح المفهوم الرياضي من خلال تمثيل الأفكار التي يتضمنها ، والمساعدة على الربط بين تلك الأفكار ، ويمكن تمثيله لفظا أو رسما أو بالإشكال المحسوسة ونقله من موقف إلى أخر كلما كان إدراكه للمفهوم اكبر [2] .

---

[1] محمد احمد أبو هلال ، اثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل ، الجامعة الإسلامية ، غزة ، فلسطين ، (2012) ،

[2] نفس المرجع ، ص 38 .

وقبل التطرق إلى تمثيل المفهوم الرياضي نذكر استخداماته ، ويرى بعض الباحثين إن للمفهوم الرياضي ثلاثة استخدامات [1]:

. الاستخدام الاصطلاحي :

يتم التحدث عن خصائص الأشياء التي يتصف بها المفهوم والتي تدخل ضمن إطار المفهوم أو المصطلح الدال على المفهوم ، بعبارة أخرى الاستخدام الاصطلاحي للمفهوم يتحدث عن الشروط التي تحدد المفهوم ، كأن نتناول الشروط التي تحدد العدد الأولي أو صفات الأعداد الأولية .

. الاستخدام الدلالي :

وهو يستخدم لتمييز المفهوم من غيره من المفاهيم ، أي انه استخدام تصنيفي ، كان يستخدم مفهوم العدد الأولي في تمييزه عن غيره من الأعداد ، بعبارة أخرى الاستخدام الدلالي يقوم على أساس فرز الأمثلة من اللا أمثلة للمفهوم .

. الاستخدام التضميني :

وفيه يتم اللجوء إلى استخدام مصطلح المفهوم أكثر من الأشياء المسماة به أو المتعلقة به كتعريف العدد الطبيعي ، بعبارة أخرى الاستخدام التضميني للمفهوم هو مصطلحات مرادفة للمفهوم .

[1] موسى محمد عبد الرحمان ، مرجع سابق ، ص 14 . 15 .

ـ التمثيل الرياضي :

مع تزايد الاهتمام بالرياضيات بالتعلم من اجل الفهم ، برز التمثيل الرياضي كموضوع حيوي في تعليم الرياضيات وتعلمها ، وسنتطرق في الجزء الموالي لبعض تعار يف التمثيل الرياضي وأهميته .

عرف عبيد التمثيلات (الخارجية) على إنها عرض العلاقات الرياضية بالصورة أو الرسم أو الرمز ، تمثيلات الصورة تشمل رسم المجسمات والرسوم التخطيطية والخطوط والخرائط ، أما التمثيلات البيانية فتشمل الخط أو الشعاع أو الدوائر والأشكال البيانية بشكل عام ، أما التمثيل الرمزي فيشمل الجداول والتعبير عن المتغيرات بصيغ عامة او تمثيلات واقعية [1]

يرى السعيد إن التمثيل الرياضي الخارجي يعني إعادة تقديم أو ترجمة الفكرة الرياضية أو مشكل في صورة أخرى آو في شكل جديد مما قد يساعد على فهم هذه الفكرة أو الاهتداء لإستراتيجية مناسبة لحل المشكل[2] .

وعرفه السواعي التمثيل الرياضي الخارجي على انه استخدام أشياء مثل الكلمات والجداول والرسومات ... للتعبير عن فكرة أو مفهوم رياضي للتمثيل الداخلي[3] .

وصنف التمثيل الرياضي إلى عدد من التصنيفات اختلفت فيما بينها من منطلق التصنيف ، فمنهم من صنفها على أساس الوظيفة ، ومنهم من صنفها حسب المعلومات المراد تمثيلها ،

---

[1] وليد عبيد ، في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير ، جامعة عين شمس ، دار المسيرة للنشر والتوزيع ، عمان ، الأردن 2004 ، ص 18 .

[2] رضا مسعد السعيد ، التواصل الرياضي ، كلية التربية جامعة المنوفية ، مصر ،2005 ، ص 4 .

[3] . عثمان نايف السواعي ، مهارات التمثيل الرياضي ، مجلة العلوم التربوية والنفسية ، جامعة البحرين ، الصخير ، المجلد 11 ، العدد 30 ، ص 142 .

ومنهم من صنفها وفق شكل التمثيل ، فان التصنيفات المختلفة للتمثيلات هي[1] :

ـ التصنيف من حيث الوظيفة :

. تمثيلات داخلية : تعني الصورة العقلية التي تتفاعل مع تتفاعل مع البنى الداخلية للمعرفة لدى المتعلم .

. تمثيلات خارجية : التي تشير إلى كل التضمينات الممثلة للمعلومات بشكل بصري .

ـ التصنيف وفق التمثيلات الرمزية منها :

. الأنماط التي تنظم المعلومات في شبكة سببية تؤدي إلى نتائج معينة .

. أنماط التعميم التي تنظم المعلومات في تنظيم تدعمه الأمثلة .

. نمط المشكل وحله الذي ينظم المعلومات في تنظيم تدعمه الأمثلة .

ـ التصنيف وفق الشكل :

. التمثيل اللفظي التعبير عن فكرة بكلمات .

. التمثيل الشفهي المعبر عنه شفهيا بشكل منطوق .

. التمثيل الرمزي الذي يسهل التعامل مع المفاهيم والتعبير عنها .

. التمثيل باستخدام الحاسوب السامح بعرض الكثير من التمثيلات سواء كانت مصورة أو مرسومة لعرض مجموعة من الأمثلة .

. التعبير بالصور والرسومات للأشكال والمجسمات .

[1] . محمد أحمد أبو هلال ، مرجع سابق ، ص 18 .

إما أهمية التمثيل فيعرفه بعض الباحثين هو أداة مهمة للتفكير حيث يجعل الأفكار الرياضية أكثر حسية وينمي الاستدلال من خلال مساعدة المتعلم على التركيز على مظاهر مهمة في الموقف الرياضي ، كم انه أداة للتفكير[1] .

[1] عثمان نايف السواعي ، مرجع سابق ، ص 144 .

الفصل الأول

صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند القدماء

1 . صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المصريين

ـ مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند المصريين .

ـ الرياضيات عند المصريين .

ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند المصريين .

2 . صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند البابليين .

ـ مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند البابليين .

ـ الرياضيات عند البابليين

ـ صعوبات تطور الفكر الرياضي عند البابليين .

1 ـ مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند المصريين :

تقع مصر شمال شرق إفريقيا عند ملتقى قارتي أسيا وإفريقيا ، يحدها البحر المتوسط شمالا والسودان جنوبا والبحر الأحمر شرقا وصحراء ليبيا غربا ، يقطعها نهر النيل من الجنوب إلى الشمال على مسافة تزيد عن 1000 كلم ، يتفرع النيل إلى عدة فروع مكون مصر السفلى ومصر العليا ، وقد أعطاها هذا الموقع أهمية بالغة فتنوعت علاقاتها واتسعت تجارتها وازدهرت حضارتها ، لم يكن البحر عند المصريين هو البحر المتوسط ، بل النيل نفسه ، وكانت مصر واحة نهرية طويلة وسط الصحراء ، ومن المحال طبعا أن نحدد بداية الحضارة المصرية ، ولهذا نهتم بالوثائق الموجودة على مظاهر الحضارة المصرية ، ومضمون النشاط الرياضي المصري وعلاقته بالبيئة المصرية ، ولقد قسم المؤرخون هذه الحضارة إلى عدة مراحل أساسية لتوضيح النشاطات الرياضية وهي كما يلي [1] :

1 ـ مرحلة المملكات الصغيرة : [4000 ق .م ـ 3300 ق . م] :

ظهرت في هذه المرحلة مملكات صغيرة على شواطئ النيل ، وامتد حكمها حتى شواطئ البحر الأبيض المتوسط ، وظهرت هذه المملكات على أساس اقتصادي مبني على الفلاحة ،حول النيل ومركزة على مياهه ، وهذه الفلاحة ذات تقنيات وأساليب خاصة وذات علاقات متميزة بين العمال والفلاحين والملوك ، ولا سيما إنها متعلقة بفيضان النيل ، حيث

[1] مطبوعات يوسف قرقور ،، تاريخ الرياضيات ، المدرسة العليا للأساتذة ، القبة ،2007 ـ 2008 .

أن هذه الفيضانات تأتي محملة بالخيرات من زائدة وتراب جديدة لإنعاش التراب القديم ، غير أن هناك نتيجة مهمة أخرى في الأرض وهي إنها كانت مقسمة على الفلاحين ، وبعد الفيضان يغطي التقسيمات القديمة واختفاء الحدود الترابية وهذا ما يجعلهم يسعون إلى تقسيم جديد للأراضي لمعرفة حدود كل مالك من الأرض وهذا ما يجعل فيضانات النيل مبنية على خيرات من نتائج السلبية والايجابية .وهذا ما يجعل للرياضيات ظهور وتأثير ، ففي هذه المرحلة ظهر تطور في الإنتاج ألفلاحي وزيادة في الإنتاج ، مما سبب في ظهور تجارة مبنية على التبادل بالتبادل بالسلع دون استعمال فكرة النقود أو الدراهم ونتيجة لهذه الزيادة في الإنتاج ألفلاحي كان تأثير كبير على الرياضيات وهذه نتيجة لدفع الضرائب بالمنتجات نفسها حيث كان للملك وسائل حسابية لتقسيم هذه الضرائب على الشعب وبها كذلك يستطيع أن يفرق بين الذين يستطيعون دفع الضرائب والذين لا يستطيعون وهذا ما جعل ظهور تقسيم جديد للأراضي بعد فيضان النيل ، وحساب الضرائب من الوسائل الهامة في ظهور تاريخ الرياضيات .

2 ـ مرحلة الدولتين :(مصر الجنوب ومصر الشمال)[3300ق .م ـ 3100 ق م]

ظهرت في هذه المرحلة الكتابة وفي نفس الوقت نظام العد .

3 ـ مرحلة السلطنة الأولى والثانية : [3100 ق .م ـ 2700 ق .م] :

ظهرت في هذه المرحلة مسائل كثيرة ، مع تطور في الاقتصاد والمستوى العلمي ويتجلى ذلك في : ظهور الرزنمات (اليوميات) وكانوا يستعملون يومية قمرية للحفلات ويومية شمسية

للتنبؤات الفلكية ، وهذا هام جدا لان ظهور اليوميات معناه تداول الحساب أي العمليات الحسابية ، وبالتالي معرفة الأعداد وعملية التعداد وهذا معناه ظهور الحساب والعمليات الحسابية .

ظهور توجيه للمعابد والمقامات والمقابر عند بنائها أي يوجهونها في اتجاه معين، وهذا يدل على ظهور إمكانيات تقنية لمعرفة توجيه هذه المعابد ، إذن ظهور كيفية معينة لحساب الزوايا ، وربما ظهور بعض الآلات ولو بسيطة لتقدير الزوايا .

تطور النظام المتر ولوجي (الكيل ، والقياس ، والوزن) :

وهذا يدل ربما على نشاط رياضي حقيقي وراء هذه النشاطات والممارسات اليومية ، و يمكننا التأويل والاستفادة من كل هذا في كتابة تاريخ الرياضيات .

4 ـ مرحلة المملكة العتيقة : [2700 ق .م ـ 2200 ق م] :

في هذه المرحلة ظهرت مملكة كبيرة استطاعت أن توحد مصر الجنوب ومصر الشمال ، كم تميزت هذه المرحلة عن غيرها بأشياء لا تزال إلى يومنا هذا بدون وجود أي كتاب رياضي أو بدون قراءة في الرياضيات ، ومنه إذا رأينا شعب بني أهرمات بهذه الدقة وهذه الضخامة يجب أن يكون هناك رياضيات ذات مستوى عاليا مع العلم أن البحوث لا تزال مستمرة إلى حد ألان لمعرفة السر الرياضي في بناء هذه الأهرامات .

5 مرحلة المملكة الوسيطة : [2200 ق .م ـ 1600 ق .م] :

تظهر في هذه المرحلة الوثائق المتعلقة بالرياضيات الموجودة حاليا لكتابة تاريخ الرياضيات المصرية ، بردية جولينسف في موسكو حوالي 1788 ق .م [1] ، وغيرها ، تغير وانتقال المجتمع من مجتمع كان مبني على الفلاحة إلى مجتمعات كثيرة اقتصادية وثقافية ، ثم ظهرت فئات جديدة هي الكتاب والمحاسبين والكهان ، ومن هذا ظهرت مسائل حسابية لدفع الضرائب المختلفة ، لان في السابق كانت تحسب على شكل مساحات أراضي ، أما الكتاب فكانت إعمالهم تتجلى في خدمة المالك والذين استعملوا الرياضيات في حساب الضرائب بطريقة دائمة ومنتظمة ، المفروضة من طرف الملك .

6 مرحلة الانحطاط [1600 ق. م - 300 ق .م] :

في هذه المرحلة بدأت الهجمات من اليونان وكانت مرحلة استقرار ثم انحطاط ولكن كان الحكم مصريا .

7 مرحلة الحكم اليوناني [300 ق .م - 30 ق .م] :

تحكم في مصر اسكندر الكبير عسكريا وكان ذلك حوالي 30 ق .م حيث جلب معه علماء وعسكريين فتحول الحكم إلى حكم عسكري وسياسي يوناني .

[1] جورج سارتون ، تاريخ العلم ، القاهرة ، دار المعارف ، ، ص 97 .

الرياضيات وصعوباتها عند المصريين :

ظهرت الرياضيات عند قدماء المصريين بفضل الكتاب[1] ، الذين كانوا مكلفين بتسيير أموال الدولة ، ومن المسائل التي كانوا يعالجونها نذكر كمية مواد البناء اللازمة لبناء معبد ، وعدد العمال وعدد أيام العمل اللازمة لهذا الغرض ، كمية المعاش التي تحتاجها مجموعة من الجنود ، مسح الأراضي بعد فيضانات وادي النيل وذهب هيرودوت (ق . 5 ق .م) إلى أن مصر هي المهد الذي ولدت فيه الهندسة ، فقال : "ويبدوا لي أن هذا هو السبب في أن مصر سبقت غيرها إلى معرفة الهندسة وعنها اخذ اليونان "[2] . يقصد هنا تقسيم واستخراج مساحات الأراضي بعد فيضان النيل ، وهذا ما أعطى لثقافة المصرية القديمة مكانة فريدة في التاريخ ، فنهر النيل كان عاملا طبيعيا له الأثر البالغ في تشكيل حضارة مصر ، فنجد هناك مشكلات مسح الأراضي الزراعية وتحديد معالم حدودها بعد فيضان النيل .

لقد قام المصري القديم بتسجيل كل شيء ، نصوص أدبية التي لم تصلنا كاملة ، إما النصوص الدينية التي كانت مكتوبة على المقابر ، فهي أكمل شيء وصل إلينا[3] ، ولذلك اهتم المصري بالكتابة اهتماما شديدا ، وعمل على تطويرها لتتناسب مع احتياجاته ، حيث بدأت الكتابة على هيئة صور ، فقد استعمل المصريون منذ الأسرة الأولى نوعين من

---

1 الكتاب : أشخاص يسيرون أموال الدولة ، ويقابلهم في عصرنا الحالي المقتصدون .

2 سعيدان احمد سليم : هندسة اوقليدس بايد عربية ، دار البشير ، عمان 1991 ، ص 5 .

3 مولاي احمد حسين السليماني ، محاضرات في تاريخ تاريخ الشرق القديم 2003 م ، ص 30 .

الخطوط إحداهما زخرفي ، وهو الخط الهيروغليفي ، وتتألف رموزه من أشكال صغيرة مرسومة بعناية ، والأخر خط سريع وهو الهيراطيقي ، وكان يستعمل للكتابة على ورق البردي ، والرموز الهيراطيقية ما هي إلا رموز هيروغليفية مختصرة ، وفي عصر البطالمة ظهر خط ثالث مبسط من الهيراطيقي ، أطلق عليه اسم الديموطيقي ، وكان يستعمل في كتابة اللغة الحامية ، وكان في اعتقاد المصريين ان العدد يحكم الإنسان ويسيطر عليه لأنه يتجاوز مستواه المنطقي والفكري ، وهو وسيلة من وسائل التعبير عن التناغم الكوني ، بدأ المصريون يستخدمون رموز للأعداد بالخط الهيروغليفي في حوالي 3400 ق م .

الأرقام الهيروغليفية

1 10 100 1000

100000 10000 1000000

مثال عددي

1111223

وقد استخدم المصري القديم للكتابة رقائق الحجر الجيري الأبيض وكسر الأواني الفخارية واستخدموا أيضا ألواح خشبية والجلد المكسو ، وفي العصر المتأخر استخدم في التدوين على العاج والطين والكتان ، واكبر اكتشاف للمصريين هو ورق البردي الذي كان يصنع من سيقان البردي الطويلة ، كما أبدعوا في العديد من العلوم خاصة علم الفلك والطب ، حيث عالجوا مرضاهم عن طريق السحر كما استخدموا الأعشاب والعقاقير ، كما تمكنوا من إجراء العمليات الجراحية البسيطة ، وأعظم ما توصلوا إليه هو تحنيط موتاهم .

يسر للرياضيات المصرية القديمة سبيل التطور عاملان : عامل قديم وهو اهتداء أصحابها إلى تصور رموز مفردة بسيطة عبروا بها عن الأعداد ، أما العامل الأخر فهو تعدد المشكلات الحسابية ، والمساحات التي استمرت تشغل الكتبة المصريين خلال مسح الحدود الزراعية ، وتعيين الحدود الإقليمية ، وعند تقدير الضرائب عليها وعلى محاصيلها ، وبالاعتماد على بعض الوثائق المصرية المهمة مثل بردية ريند[1] وبردية أدوين سميت (حوالي 1600 ق .م) وبردية أيبرس (حوالي 1550 ق.م) وبردية موسكو[2] ، وبردية كهون[3] ، ولوحة تبس[4] ، ولوحتين من الخشب محتفظ بهما بمتحف مصر تمكن من معرفة محتوى الرياضيات المصرية .

---

1 تدعى أيضا بكراسة أحمس ، محفوظة حاليا بالمتحف البريطاني في لندن (رقم 10057 ـ 10058 BM) ، وليس أحمس هو الذي ألفها بل نسخها من كتاب أخر حوالي 2200 ق م ، تحتوي على 85 مسالة رياضية .

2 تحتوي على 25 مسالة رياضية موجودة بمتحف الفنون موسكو .

3 محتفظ بها في لندن .

4 محتفظ بها في برلين .

وكان نظام العد عند قدماء المصريين هو النظام العشري ، واستعملوا جداول الحساب والكسور كالكسور الأحادية .

العمليات الحسابية :

لقد عرف المصريون العمليات الحسابية كالجمع والطرح والضرب والقسمة ، وكانوا يجرون عملية الضرب على أساس الجمع والقسمة على أساس الطرح (مع العلم أنهم لا يعرفون الإشارات)[1]

الضرب : يعتمد أساسا على عملية التضعيف تضعيف الكمية والجمع .

مثال : 13×7

العمود الأيمن	العمود الأيسر
13	1
26	2
52	4
91	7

[1] ـ هوارد إيفن : مقدمة في تاريخ الرياضيات ، ترجمة خالد احمد السمري ، جامعة بغداد ، 1987 ، ص 33 .

وضعوا تحت العمود الأيمن 13 وتحت العمود الأيسر 1 ، ثم ضاعفوا الرقمين فصار 26 و 2 ثم كرروا عملية التضعيف على الرقمين الجديدين فصار 52 و 4 ، وتبقى عملية التضعيف مستمرة حتى يتبين لهم في العمود الأيسر أن هناك مجموعة أرقام مجموعها يساوي الرقم المضروب فيه (7 = 4 + 2 + 1) ، وبذلك جمعوا الأعداد المقابلة لهذه المجموعة فوجدوا 91 .

القسمة :, تشبه طريقة الضرب ، ولكنها تحتاج إلى الانتباه ، خاصة لمجموع الأرقام في العمود الأيمن .

مثال : 13 ÷ 195

العمود الأيمن	العمود الأيسر
13	1
26	2
52	4
104	8
195	15

صعوبات تطور الفكر الرياضي عند المصريين : وتتمثل في كيفية العد لحيواناتهم عن طريق الحصا والحجارة ، فنجد مثلا لمعرفة عدد الغنائم يضع لكل رأس من البقر أو الغنم حجر ، والكتابة على الحجر الجيري الأبيض والألواح الخشبية بعد كسوها بالجص بالإضافة إلى استخدامهم الجلد المكسو واستخدم في التدوين العاج والطين والكتان ، وسيقان البردي الطويلة . وصعوبة كتابة الأرقام وخاصة منها الهيروغليفية والرموز الصعبة والغير واضحة والمعتمد فيها على تكرار الرسم ، حيث كان الواحد يرمز له بالرمز عصا شاقولية أو خط شاقولي ، والاثنين خطين وهكذا إلى التسعة ، وجعلوا العشرة بابا مقنطرا ضيقا أو حذوة الفرس ، والمائة جزء من سلسلة مقياس النيل والألف عبارة عن زهرة اللوتس ، وعشرة ألاف عبارة عن صورة الأصابع أو الثعبان ، والمائة ألف عبارة عن صورة الضفدع الصغير أو فرخ الضفدع ، وجعلوا العلامة الدالة عن المليون رجلا رافع يديه يتعجب من هذا الشيء الكثير ، كما كان اعتقاد المصريين إن العدد يحكم الإنسان ويسيطر عليه ، لأنه يتجاوز مستواه المنطقي والفكري ، إما الأشكال الهندسية فهي دافع عملي أكثر مما هو علمي ويقول دكتور محمد عابد الجابري في كتابه مدخل إلى فلسفة العلوم : " إن فيضانات وادي النيل دفعت المصريين القدماء إلى ابتكار طرق وأساليب هندسية لتحديد مساحات الحقول وتنظيم الزراعة والري "[1] ، عند فياضان واد النيل ويؤدي إلى مسح كل حدود المحاصيل الزراعية وهذه الأشكال هي ما يسعون إليه في كيفية تحديد المساحات الممسوحة بعد فيضان النيل .

[1] د محمد عابد الجابري مدخل الى فلسفة العلوم ، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي ، مركز دراسات الوحدة العربية ،

2 . مفهوم ومراحل تطور الفكر الرياضي عند البابليين :

بلاد الرافدين أو بلاد مابين النهرين ، بين نهري دجلة والفرات ، هي المنطقة المعروفة ألان بالعراق من دول الشرق الأدنى ، وهي بلاد واقعة في أسيا تحدها هضبة الأناضول شمالا والخليج العربي جنوبا وإيران شرقا ، وبادية الشام غربا .

لا نعرف الكثير عن أقدم سكان بلاد الرافدين ، وان أقدم الآثار التاريخية الخاصة بهم جاءت ألينا من بلاد سومر ، غير أن هذه الحضارة شملت غير السومريين الذين استوطنوا السهل ، وان أقدم الآثار والوثائق التي في متناول الباحث لا تمثل له البداية أبدا ، وهذا ما يجعلنا نتساءل فهل بدأت حضارة مابين النهرين في بلاد سومر ام انتقلت من الأقاليم المرتفعة في أعالي النهرين ؟ أو غيره ، والمهم من هذا كله هو إن الحضارة البابلية كانت مجموعة من الشعوب تعيش على شواطئ الفرات والخليج العربي ، والذي يهمنا في هذه الحضارة هو التقليد الرياضي وصعوباته ، وقبل التطرق إلى هذا نقدم لمحة تاريخية عن المراحل التي مرت بها هذه الحضارة لما لها من ارتباطات بممارسة وتطور الرياضيات ، ويتفق الباحثون على إن حضارة بلاد الرافدين تحدد بالفترة مابين (3500 ق .م إلى غاية 60 ق . م) ويمكن تقسيم هذه الفترة إلى المراحل التالية [1] :

1 ـ المرحلة السومرية (الإمبراطورية السومرية) : (3500 ق .م . 2400 ق.م)

[1] مطبوعات يوسف قرقور، تاريخ الرياضيات ، المدرسة العليا للأساتذة القبة ، القسم الأول ،1997 . 1998

في حوالي 4000 ق . م نزح قوم ساميون من إيران إلى سومر المنطقة الواقعة في القسم الجنوبي من العراق واستقروا على ضفاف نهر الفرات ، وكانت حياتهم تعتمد على الزراعة وظهر عندهم الإنتاج ألفلاحي لأول مرة ، وهذا ما أدى إلى تكون الحياة المدنية والاقتصادية المبنية على التجارة ، وظهرت فئة الحرفيين والتجار والصناع والكهنة ، وهذا ما أدى إلى ظهور إدارة لتسيير حياة الإنسان وتنظيم حاجياتهم ، ومن ابرز المدن اور وتيبور ، وفي هذه الفترة ظهرت الكتابة المسمارية لقد تمكن السومريون من التحكم في هذه المنطقة ، وبسطوا نفوذهم حتى شواطئ البحر الأبيض المتوسط ، وقد ظهرت في هذه الفترة أنظمة مترو لوجية من كيل ووزن وقياس ، وبعد مضي 100 سنة من عهد زاخر بالرغد والرفاهية مني السومريون بالدمار على أيدي العي لاميين ، ولم يستطيعوا إعادة الاستقرار إلى البلاد

2 ـ المرحلة الأكادية : (2500 ق . م ـ 2000 ق .م)

الأكاديون مواطنون ساميون نزحوا من جنوب البلاد العربية ، واستقروا في اكاد الواقعة في القسم الشمالي من العراق ، وأقاموا بها مدن مثل بابل وكيش واشور ، وسيطر ملكهم الكبير " سرجون " على بابل كلها ، حتى الخليج الفارسي جنوبا ، وحدود عيلام شرقا والجهة الغربية من المنطقة العليا لنهر الفرات ثم إلى البحر الأبيض المتوسط ، وقد ظهرت في هذه المرحلة النصوص الرياضية الأولى ونظام العد ، وجداول عددية ، وقد ظلت الحروب ، وانتهى الأمر للأكاديين سكان بابل الذين تمكنوا من تأسيس دولة بابلية عظمة .

3 ـ الإمبراطور البابلية : " الحكم البابلي " (2000 ق . م ـ 1600 ق . م)

إنها أهم مرحلة في حضارة واد الرافدين ، إذ فيها أنشئت عاصمة كبيرة جدا هي مدينة بابل ، وأول ملوكها هو النمرود [1] . وفرضت سيطرتها على جميع الجهات سياسيا ، واقتصاديا ، وعلميا ، حيث استطاع الحكم البابلي ان يوحد المسائل الرياضية بين مختلف الجهات ، وان يسن الشرائع ، ويقنن القوانين ، ومن أشهرها قانون "حمو رابي " والذي تعتبر فترة حكمه العصر الذهبي للدولة البابلية ، ولقد تميزت هذه الفترة بظهور مسائل رياضية مع خوارزمياتها وحلولها ، مسائل جبرية ، ومسائل هندسية ، ومسائل عددية ، ومسائل فلكية .

3 ـ المرحلة الفارسية : (700 ق .م ـ 60 ق .م)

في عام 539 ق . م تدهورت الإمبراطورية البابلية ، فقام ملك الفرس (سابروس) بمهاجمة بابل وهزم (بلشازار) في اوبيس ، وانهارت بابل دون مقاومة وهكذا انتهى التاريخ المستقبل لبلاد الرافدين ، التي أصبحت بعد ذلك ولاية من ولايات الإمبراطورية الفارسية ، كما تميزت هذه المرحلة بظهور تجديد في ميدان الرياضيات مرتبط بالتقليد البابلي نفسه ، وقد يكون له صلة بتقليد رياضي جديد هو التقليد الرياضي اليوناني ، وفي القرن السابع بعد الميلاد تمكن العرب من فتحها ونشر الدين الإسلامي والثقافة الإسلامية ، وبعد ضرب المغول نظام الري في القرن الثالث عشر ميلادي ذبلت البلاد وأصبحت أرضها جدباء مهجورة .

---

[1]. النمرود: هو الذي حكم في زمن إبراهيم الخليل عليه السلام وكان جبار .

رياضيات وصعوباتها عند البابليين :

إن المرجع الأساسي لمعرفة مضمون للرياضيات في حضارة بلاد الرافدين هو تلك الألواح الطينية عددها يزيد عن 300 لوحة ، التي تم اكتشافها في بداية القرن 19 م ، تحتوي 100 منها على معلومات مهمة ، معظمها موجودة في المتحف البريطاني ، تتمثل في نصوص رياضيات مختصرة وعملية اغلب هذه الألواح غير مؤرخ والبقية منها إما تالفة او مكسرة ، يعود تاريخ كتابة بعض هذه الألواح إلى :

المرحلة البابلية الأولى ، الفترة الممتدة بين (1800 ـ 1500) ق . م ، رغم ذلك فان ما تم معرفته حول الرياضيات في بلاد الرافدين يبين إنها احتوت على فروع عديدة كالحساب والجبر والهندسة ، لقد تم تحليل ودراسة ونشر محتوى هذه الألواح من طرف الكثير من المفكرين ، ورغم اكتشاف شعوب بلاد الرافدين لوسائل الكتابة المتمثلة في الألواح الطينية المكتوبة بالخط المسماري إلا إن الكتابة على هذه الألواح الصغيرة الحجم عادة ، لم تشجع على تدوين النصوص الطويلة ، وقد يكون تلف بعض هذه الألواح عائق لمعرفة حقيقة ما وصلت إليه الرياضيات في بلاد الرافدين .

المعروف على الحضارات القديمة إن العلوم الطبية والفلكية تطورت بوازع إنساني وديني ، لذلك الحساب تطور نتيجة الحاجة الملحة للمعاملات اليومية من تجارة وغيرها ، وكان العدد والرموز الدالة عليه من بين المواضيع التي اهتم بها الإنسان منذ القدم فقد أدى

استعمال الرموز وتداولها كتمثيل للكميات الذهنية المحسوسة إلى فكرة الاستعمال المبكر للعمليات الحسابية وبعدها إلى نظرية الإعداد المجردة .

لكن من بين المسائل المهمة التي شغلت بال الباحثين هي نظام العد المستعمل وخوارزميات العمليات الحسابية التي انتشرت عبر الحضارات نتيجة التبادلات والمعاملات اليومية ، ومن المعروف انه بقدر ما تكون الرموز الدالة على الأعداد والنظام المتبع معقدا بقدر ما تكون العمليات المرافقة له أكثر تعقيدا ، كما اختلفت الشعوب القديمة فيما بينها للتعبير عن إي عدد معطى وتتحد قيمة العدد بوضعه هذين الرمزين وهذا ما نسميه مراتب العدد ، لكن قبل أن تكون لشعوب بلاد الرافدين فكرة عن معنى الإعداد وأسمائها ، وعن نظام العد كانوا يعبرون عن الكمية باستخدام الإشارة بالأيدي للدلالة على مقدارها إي وصف الكميات وليس تحديد مقاديرها ، ثم جاءت مرحلة أخرى استخدموا فيها مقارنة الأشياء بنظائرها لكنها استعملت للمجموعات الصغيرة مما جعلهم يشعرون بالحاجة إلى ابتكار طريقة أخرى هي طريقة العد بواسطة (الحصى والحجارة) ، ونظر لامتهان شعوب بلاد الرافدين التجارة ونجاحهم فيها ، أسسوا نظام عد مرتبط بتقسيمات الأوزان والمكاييل والمقاييس ، وهو النظام الستيني ، ولم تيم اختياره لأسباب رياضية محضة لكن قد يكون مقاييسهم هي التي دلتهم على هذا الأساس ، وقد يرجع أيضا سبب اعتمادهم الأساس الستيني إلى التقسيمات الفلكية بحيث قسموا الدائرة إلى 360 درجة والسنة إلى 360 يوم والساعة إلى 60 دقيقة

والدقيقة إلى 60 ثانية ، وهذا ما يدل على أن للرياضيات في بلاد الرافدين ثلاثة منابع أساسية هي الحساب والمقاييس والفلك .

فلقد أحرز البابليون تقدما كبيرا في علم الجبر ، حتى ليمكن القول إن عبقريتهم في الجبر تضاهي عبقرية الإعريق في الهندسة ، غير أنهم لم يعرفوا الإعداد السالبة [1] .

يبدوا إن السومريين قد اخذوا علوم الحساب عن المصريين أو العكس ، فاخترعوا مقاييس الأطوال والأوزان والمكاييل ، وعلى العموم فان نظام العد عندهم هو مزيج بين النظام الستيني الوضعي والنظام العشري ، وستمر استعمالهم للنظام الستيني على نطاق واسع ، وان للرقم الواحد شكل واحد إلا أن قيمته تختلف حسب موضعه ولما كان تنوع الرموز العددية محدود بطبيعة الخط المسماري فلم يكن هنالك سوى رمزين للإعداد هما :

الرمز ا : يعبر عن الإعداد من 1 إلى 9 وذلك بتكراره .

الرمز < : يعبر عن الإعداد 10 ، 20 ،30 ، 40 ، 50 وذلك بتكراره .

ولكتابة أي عدد نبدأ من اليمين إلى اليسار

أمثلة :

2 يرمز له : ا ا

4 يرمز له : ا ا ا ا

13 يرمز لها : < ا ا ا

[1] جورج سارتون ، تاريخ العلم ، القاهرة ، دار المعارف ، ص 163 .

24 يرمز لها : ا ا ا ا > >

55 يرمز لها : ا ا ا ا ا > > > > >

وكانت الرموز التي استخدموها تعرف بالإشكال المسمارية ، فجعلوا رمز شكل "واحد " على شكل مسمار قائم ، يتكرر من الواحد إلى التسعة إما العشرة فجعلوها 1) من الشكل ⊄ ، وكانت أسماء الإعداد من واحد إلى خمسة موافقة لأسماء أصابع اليد الواحدة كتالي : 1 = أش ، 2 = من ، 3 = إش ، 4 = أمو ، 5 = أي ، او يا ، ثم يضيفون "أي " إلى الأرقام الأولى لتعني زيادة خمسة وأصبحت 6 = (أي اش) ، 7 = (أي من) ، 8 = (أي شو) ، 9 = (أي امو ا) ، إما العشرة فأسمها (او) .

و توجد في اللوحات المسمارية المتطابقات الشهيرة ، والتي كانت تعتقد بأنها من اختراع إقليدس حتى القرن 20 م وهذه المتطابقات هي :

مربع مجموع عددين : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

مربع فرق عددين : $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مجموع مربع مجموع ومربع فرق عددين :

$$(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$$

فرق مربع مجموع ومربع فرق عددين : $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

اختزال المقادير المتساوية : $(A\ m = B\ m) \Leftrightarrow (A = B)$

صعوبات الفكر الرياضي عند البابليين: وتتمثل في تلك الألواح التي كانت مكتوبة بالحروف المسمارية والتي لا تتسع إلا لنصوص قصيرة ، كما إنها غير مؤرخة ، ولم تكن لديهم رموز للكمية المجهولة ، وحصر الأعداد الحسابية في رمزين هما الرمز < **يرمز للوحدات** والرمز يرمز للعشرات ويستمر العد عن طريق التكرار مثل العدد 2 بـ << والعدد 3 بـ <<< والعدد 4 بـ <<<< وتبقي العملية مستمرة إما العشرة تكتب على الشكل▼ **و20** ▼▼ **و30** ▼▼▼ **و40** ▼▼▼▼ وهكذا ، كما ظهرت لديهم عمليات الحسابية بالحروف المسمارية والتي غير معبر عنها بالرموز والمجاهيل ، وكانت الهندسة البابلية عبارة عن الحاجيات الأساسية للممارسة اليومية من صناعات وبناءات وحساب مساحة بعض الحقول ، ويرجع الفضل لهم في اختراع مقاييس الأطوال والأوزان والمكاييل ، وقسموا الدائرة إلى 360 درجة والسنة إلى 360 درجة التي تستعمل إلى الآن ، وتوصلوا إلى طرق نموذجية لحلول مسائل الدرجة الثانية ، مثال ذلك " حقل مربع نزيد عليه طول ضلعه يساوي 40 ، الملاحظ عن هذه المسألة إنها هندسية ولكن في الحقيقة هي مسألة جبرية بالمفهوم العصري : 40 = س + $س^2$ وحل هذه المسالة في اللوحات المسمارية يعتمد على جوارزميات هي نفسها التي نعرفها ألان "[1] كما عرفوا منذ ألفي سنة قبل الميلاد كيف يقسمون مساحة المستطيلات والمثلثات المتساوية الساقين ، والقائمة الزوايا ، وأن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمين في المثلث القائم .

[1] مطبوعات د يوسف قرقور ، مرجع سابق ، ص 13 .

الفصل الثاني

صعوبة تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند اليونان والمسلمين :

1 . صعوبة تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند اليونان .

أ ـ فيثاغورس .

ب ـ أفلاطون .

جـ ـ أرسطو .

2 . صعوبة تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المسلمين .

ا ـ الخوارزمي .

ب ـ ابن قنفد القسنطيني .

جـ ـ ابن الياسمين .

1 . صعوبات تطور الفكر الرياضي وتحديات العلمية عند اليونان :

تمهيد :

من المؤكد إن اليونان لم يبتكروا الرياضيات من عدم ، فلقد لعبة الأبحاث التي قامت بها الحضارات التي سبقتهم من المصريون والبابليون وهنود وغيرهم دورا مهما في نشأة الرياضيات اليونانية كعلم صارم قائم على استدلالات عقلية محضة ، كما ذكر جورج سارتون في كتابه (تاريخ العلم) إن معظم المفكرين وخصوصا الرياضيين من طاليس وإقليدس وأفلاطون وغيرهم ذهبوا إلى بلاد المشرقية مصر وبابل ، والصين والهند ، كي يتعلموا الحكمة المشرقية كما لا ينفى وجود معارف وممارسات رياضية قبل ذلك ، لكنها كانت تطبيقية ارتبطت بحاجات عملية ، فمثلا فيضانات وادي النيل دفعت المصريين إلى ابتكار طرق وأساليب هندسية لتحديد مساحات الحقول وتنظيم الزراعة[1] ، لكن رغم التبني هذه إلا أن الرياضيات اليونانية قد أحدثت نقلة نوعية في هذا المجال حيث نجد لهم مفاهيم ومناهج جديدة لم تكن موجودة من قبل كالتحليل والتركيب ، والتعميم والتجريد .

فيثاغوس . pythagore (580ـ 500 ق م): هو فيثاغورس بن ميسارخس ، من أهل سامينا وقيل انه أول من سمى الفلسفة بهذا الاسم ، وقد اشتهر انه عاش في القرن السادس قبل الميلاد ، وانه ادخل علم الهندسة وعلم الطبيعة وعلم الدين إلى اليونان[2] ، اخذ الحكمة

---

1 محمد عابد الجابري ، مدخل إلى فلسفة العلوم ، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي ، ط4 ، بيروت مركز دراسات الوحدة العربية 1998 م ، ص 57 .

2 ابن النديم : **الفهرست** ، اعتنى بها وعلق عليها إبراهيم رمضان ، دار المعرفة ، بيروت ، 1997 م، ص 304 .

عن أصحاب سليمان بن داود بمصر حين دخلوا إليها من بلاد الشام ، واستخرج بذكائه علم الإلحان وتأليف النغم وأوقعها تحت النسب العددية وادعى انه استفاد من مشكاة النبوة وكان من تلاميذه سقراط [1] ، وان الفيثاغوريين عامة اهتموا بالبرهنة على عدة نظريات متفرقة دون محاولة وضعها في نسق علمي موحد .

العلوم الرياضية عند أفلاطون . platon (428 ـ 347 ق م) :

يعتبر أفلاطون أول باحث جاد في نظرية المعرفية[2] ، وتتوقف نظريته في المعرفة على نظريته في المثل ، تلك المثل التي تدرك بالعقل لا بالتجربة ، فالمثل أزلية أبدية ، إما الظواهر الحسية فهي سريعة التغير ، ولا يقوم هذا التعقل على انتزاع الماهيات من معطيات الحس ، بل يقوم على التأمل والتذكر ، أي يدرك الماهيات بحدس الفكر من غير قدرة على رؤيته آو لمسه[3] لكن لم افترض أفلاطون أن العالم المحسوس عالم متغير ، يبدو إن اهتمامه بالرياضيات البحتة قاده إلى هذا الفرض ، فقضايا الهندسة صادقة مطلقا ونتوصل إليها ببرهان ، وهي جديرة باسم المعرفة ، بينما القضايا التجريبية ليست موضوع معرفة لأنها تحتمل الصدق والكذب والخداع [4] .

---

1 . صاعد الأندلسي : **طبقات الأمم** ، تحقيق حياة بوعلوان ، دار الطليعة للطباعة والنشر ، بيروت ، 1985م ، ص ص 73 .74 .

2 محمود زيدان ، نظرية المعرفة عند مفكري الإسلام وفلاسفة الغرب المعاصرين ، ط1 ، دار النهضة العربية للطباعة والنشر بيروت ، 1989 م ، ص 17 .

3 الربيع ميمون ، نظرية القيم في الفكر المعاصر بين النسبية والمطلقة ، ش .و.ن.ت الجزائر 1980 م ، ص 260 .

4 . نفسه ، ص 20 ,

يعد أفلاطون من اشد فلاسفة اليونان اهتماما بالرياضيات وإخضاعها لطابع فلسفته مثالية ، فهي تتسم بطابع مزدوج ، فالرياضيات من جهة تترفع عن كل موضوع متعلق بالعالم المحسوس ، وهي من جهة أخرى تهيئ الذهن للصعود إلى العالم المعقول[1] ، والرياضيات عند أفلاطون منزلة بين عالم المثل وبين عالم الواقع أنها تشبه المثل لأنها تتألف من إعداد مطلقة وتعبر عن مدارك في العدد عامة ، ثم هي تشبه الأجسام في عالم الواقع لأنها تدل على معدودات (أعيان ، أجسام ، أوجه) معينة[2] ، كما يمكن القول إن أفلاطون ليست له مساهمة في الرياضيات تذكر ، نعني مساهمة خاصة بفكرة العمليات الحسابية او الهندسية ، على الرغم من إن النقاد يجمعون على انه كانت له اهتمامات كبرى بالفكر الرياضي ، ومع هذا فلقد أكد التاريخ انه كان يكتب على أكاديميته "لا يدخل علينا إلا المهندسون " وهو بهذا قد يكون أعطى للرياضيات اهتماما كبير[3] .

ويقول أفلاطون عن أولئك الذين يشتغلون بالهندسة والحساب بأنهم " يبدؤون بمسلمات كالإعداد الزوجية والفردية ، أو مختلف أنواع السطوح ، والأنواع الثلاثة من الزوايا ، وأشياء أخرى مشابهة تبعا لموضوع بحثهم "[4] .

---

1 فؤاد زكريا ، **دراسة لجمهورية أفلاطون** ، القاهرة ، مؤسسة التأليف والنشر ، دار الكتاب العربي ، 1967م، ص 131 . 132.

2 عمر فروخ ، **المنهاج الجديد في الفلسفة العربية** ، دار العلم للملايين ، بيروت ، ط2 ، 1981م ، ص 33 .

3 . نقل عن الدكتور الأخضر شريط ، في مبادئ العلم الرياضي ، الأزمة والحلول .

4 جمهورية أفلاطون ، ترجمة فؤاد زكريا ، مراجعة محمد سليم سالم ، القاهرة ، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والنشر ودار الكتاب العربي للطباعة والنشر ، 1968م ص 241 .

ويبين أيضا إنهم ينظرون إلى تلك المسلمات على إنها معروفة ، بحيث إنهم عندما يتخذونها مسلمات لا حاجة بهم إلى إثباتها ، وإنما يعدونها واضحة بذاتها ، وبعد ذلك يبدؤون بهذه الفروض ويستمرون في سيرهم حتى يصلوا بعد سلسلة من المراحل المتسقة إلى البرهان الذي يسعون إليه ، فهم يستخدمون الإشكال المنظورة ويقيمون استدلالاتهم عليها وان لم يكن تفكيرهم منصبا عليها هي ذاتها ، وإنما على الأصول التي تعد هذه الإشكال صورا لها ، فهم لا يقيمون استدلالاتهم على هذا المربع أو ذاك القطر وإنما على المربع في ذاته والقطر في ذاته [1] .

يتعرض أفلاطون في كتابه (الجمهورية) إلى تصنيف العلوم وتقسيم المعارف يقول: "يوجد عالمان : العالم المنظور الذي تتناوله البأصرة ، والعالم العقلي البصيرة ، وفي كل منها قسمان يتدرجان من الخفاء إلى الوضوح هكذا :

أ) العالم المنظور وفيه :

1 ـ الصور أي الظلال والانعكاس .

2ـ الموضوعات ، أي الأشياء المادية الحية والجامدة .

ب) العالم العقلي وفيه :

1 ـ المعرفة المحصلة بواسطة المقدمات ، وعليها تبنى النتائج كافة ، ويستخدم لأجل إيضاحها الفرع الثاني من العالم المنظور كالهندسة مثلا .

---

1 المرجع نفسه ، ص 241 . 242 .

2 ـ المعرفة التي ليس في أبحاثها أشياء مادية ، بل تقتصر على الصور الجوهرية ، التي تعالج الفروض للتوصل إلى مبدأ أولي مطلق نستخرج منه نتائج صحيحة ، ويقابل هذه الأقسام الأربعة حالات عقلية أربعة ، تتقدم من الخفاء إلى الوضوح هكذا

أ ـ الظن ب ـ الاعتقاد ج ـ الفهم د ـ الإدراك "[1]

ويقول في نفس الكتاب :

" فافرض انك أخذت خيطا مقسوما إلى قسمين غير متساويين ، يمثل احد قسميه الموضوعات المنظورة ، والأخرى العقلية ، ثم اقسم كلا منهما إلى قسمين على النسبة نفسها ، فإذا اتخذت طول القسمين مثلا متباينا في درجة الوضوح والخفاء ، فاحدهما الذي يمثل العالم المنظور يمثل (بأحد القسمين) الصور اعني بها أولا الظلال ، وثانيا ما عكس عن سطح الماء المواد الصقلية اللامعة ، وما هو من نوعها إذا كنت قد فهمتني"[2]

ويمكن أن نستخلص من نظرية أفلاطون إن عالم المعرفة ينقسم عنده إلى قسمين :

القسم الأول : يمثل الموضوعات الحسية أو عالم المحسوسات .

القسم الثاني : هو عالم المثل أو المعقولات .

وعالم المحسوسات بدوره ينقسم إلى قسمين ، فالقسم الأول يمثل الموضوعات الحقيقية وهي الموجودات الحية كالإنسان والحيوان والنبات وكذا عالم الطبيعة والفن.

---

1 أفلاطون ، **جمهورية أفلاطون** ، ترجمة حنا خباز ، ط2 ، دار القلم ، بيروت 1980 ، ص 179 .180 .

2 افلاطون ، المصدر نفسه ، ص203 .

والقسم الثاني من الجزء الأول فهو شبيه بالصور الوهمية أو المتخيلة بالظلال الناتجة عن انعكاس المحسوسات (عن سطح الماء والمواد الصقلية اللامعة) [1].

إما عالم المعقول فهو بدوره يقسمه إلى قسمين أيضا فيقول : "قسم منه يمثل ما تخطر النفس أن تدركه مستعينة اضطرارا بأقسام الخط الأول ، التي تستخدمها الصورة مبتدئة من الفروض ومتجهة ليس إلى مبدأ أولي ، بل إلى نتيجة ، ويمثل القسم الأخر موضوعات النفس المرتقبة من الفروض إلى مبدأ أول ليس فرضا ، ولا مستعانا على إدراكه بالصور التي استخدمها القسم السابق وهي النفس نصوغ تقدمها بمساعدة الصيغ الجوهرية الحقيقية.....ويعني من هذا كله أن القسم الأول منه يشمل الرياضيات ، والقسم الثاني يشمل الإلهيات "[2] .

فالمعرفة الرياضية التي يطبق فيها المنهج الفرضي الاستنباطي هي معرفة تقوم على الفروض النظرية ، وهي كالهندسة والحساب ، ولا يبرهن فيها على المبادئ فيقول :

"فيقصدوا إن يفهموا هذه الأشياء كفروض ومثل ، فلا يعلقون عليها أهمية في البحث لا لأنفسهم ولا للآخرين لأنها أمور بينة في ذاتها"[3] .

المعقولات السفلى ، لأنها معرفة وسط بين الظن والتعقل ، أو هو الجسر الذي تنتقل به من عالم المحسوس إلى عالم المعقول ، لأننا في الرياضيات نرسم مربعات ومثلثات

---

1 المصدر نفسه ، ص 203 . 204 .

2 المصدر نفسه ، ص 204 .

3 المصدر نفسه 204 .

محسوسة،[1]ومع ذلك فإننا نهتم بالمثلثات والمربعات المعقولة والتي تدرك بالعقل ، يقول أفلاطون : " فلا يدرسون هذا المربع المرسوم أو ذلك القطر الذي رسموه ، بل يرمون بفكرتهم إلى المربع المطلق والقطر الطلق ، وهكذا فإنهم مع استخدامهم هذه الأشكال والمجسمات كصور ، وهي أيضا أشباح معكوسة على المياه ، ولكنهم بالحقيقة يرمون إلى إدراك الحقائق المجردة التي إنما يدركها الإنسان بالفكر "[2]، وهذا المعقول ذاته هو القسم الثاني من عالم المعقولات ، والذي يمثل المعرفة اليقينية ، ويسميها المعقولات العليا ، أو عالم المثل أو عالم الصور المجردة ، وهو يمثل قسم الإلهيات .

أن العلوم والمعارف عند أفلاطون ثلاثة وهي :

أ ـ العلوم السفلى : وتمثل العلوم الطبيعية .

ب . العلوم الوسطى : وتمثل العلوم الرياضية.

ج . العلوم العليا : وتمثل معرفة المبدأ الأول والمثل "الإلهيات ".

والمعرفة الرياضية واسطة بين المادية والعقلية ، وهي دون العقلية كما ان المعرفة الرياضية هي أول ما نبتدئ به التعليم[3] ، وهكذا فإننا نجد أفلاطون قد نظر الى العلوم المتعارف عليها بأنها علوم وسطية بين الرأي والعلم ، فلا الرياضيات ولا علم الفلك ولا علم الموسيقى ولا العلوم الطبيعية ..... كما هي معروفة في عصر أفلاطون يمكن أن تعتبر علوم حقيقية ، إذا ما بنيت على الأساس الميتافيزيقية التي تضعها فلسفة أفلاطون .

---

1 المصدر نفسه ، 204

2 أفلاطون ، المصدر السابق ، ص 204

3 حسام الالواسي ، دراسات في الفكر الفلسفي الإسلامي ، ط1 ، المؤسسة العربية للدراسات والنشر 1980 ، ص 201 .

الفكر الرياضي عند أرسطو . Aritote (384 . 322 ق م) :

يعد أرسطو احد أهم أعمدة الفكر اليوناني ، الذين أسسوا للفلسفة رصينة بمختلف مباحثها ، تلك الفلسفة التي عرفت امتدادا لأراء صاحبها طيلة قرون طويلة ، وهي الفلسفة الأولى التي ترجمت في البيئة العربية ....ومن المعروف إن أرسطو رفض المنهج المعرفي عند أفلاطون ، حيث رفض تصورات أستاذه في المعرفة ، وكان في اعتقاده انه مذهب قاصر[1] ، وعلى الرغم من انه لم يقبل نظرية المثل فقد رأى إن المعرفة تكون دائما بالأشياء الثابتة ، وهي صور الأشياء المحسوسة ، وهذا تطوير لمذهب أفلاطون [2] ،ونتيجة هذا النقد وتوضيح رفضه تأسيس مفهوم العدد الطبيعي على التجريد فقط ، بحيث لم يمكن تأسيس العدد إلا على فكرة التجريد من الموضوعات الموجودة في الطبيعة ، وفصل العدد عن الشكل الهندسي [3] ، ولم يقل أرسطو إن الحواس خادعة ، أو أن العالم المحسوس موضوع للظن ، لكنه رأى إن العالم المحسوس موضوع معرفة ، بمعنى إن موضوع المعرفة هو الصور المنبثة في المادة [4] ، ويشرح ذلك بقوله : " إن المعرفة تتألف من إدراك العلاقات الأساسية بين الصور ، لكي نعرف شيئا يجب إدراجه تحت نوع وجنس ، ومن ثم تعرف ماهيته ، وهي صورته وعلته ، ولكي نعرف علته يجب البرهان على الماهية من مبادئ أولى ، ونعرف هذه المبادئ بنوع من الحدس ، ونرى صدقها في الأمثلة الحسية ، ومن الغباء إن

---

1 خالد الحديدي ، فلسفة علم تصنيف الكتب كمدخل لفلسفة العلوم ، ط1 ، مكتبة النهضة العربية القاهرة ، 1969 ، ص 112.

2 محمود زيدان ، مرجع سابق ، ص 22 .

3 د الاخضر شريط ، في مشكلة أسس الرياضيات ، الازمة والحلول

4 نفس المرجع ، ص 23 .

تطلب البرهان على شيء ،فالمبادئ الأولى لا تقبل البرهان ."[1] يميز أرسطو في كتابه (الجدل) بين العلوم النظرية ، والعلوم العلمية ، والعلوم الإنتاجية [2].

أ) ـ العلوم النظرية :

العلم النظري ينتهي إلى مجرد المعرفة ، ويقع على الوجود من ثلاثة جهات من حيث هو متحرك ومحسوس ، وهذا هو العلم الطبيعي ، ومن حيث هو مقدار وهذا هو العلم الرياضي ، ومن حيث هو وجود بالإطلاق ، وهذا ما بعد الطبيعة [3]، وبهذا فالعلوم النظرية تتفرع على : الطبيعيات والرياضيات والإلهيات .

ب)ـ العلوم العلمية :

المعرفة فيها ترمي إلى غاية متمايزة منها ، وهذه الغاية هي تدبير الأفعال الإنسانية ، وذلك إما في نفسها ، وهذا هو العلم العملي بمعناه المحدود ، وإما بالنسبة إلى موضوع يؤلف ويصنع ، وهذا هو الفن ، ويدبر العلم العملي أفعال الإنسان من ثلاثة نواع في شخصه وهو الأخلاق بمعنى ضيق ، وفي الأسرة وهو تدبير المترل ، وفي الدولة وهو السياسة[4] ، وبهذا فالعلم العملي يتفرع بدوره إلى ثلاثة فروع هي : الأخلاق وعلم الاجتماع والسياسة .

---

1 . نفسه ، ص 23 .

2:جلال محمد موسى ، منهج البحث العلمي عند العرب في مجال العلوم الطبيعية والكونية ، دار الكتاب ألبناني بيروت ، بدون تاريخ ، ص 58.

3 يوسف كرم ، **تاريخ الفلسفة اليونانية** ، دار القلم ، بيروت ، لبنان ، بدون تاريخ ص118 .

4 يوسف كرم ، المرجع السابق ، ص 118.

ج) ـ العلوم الإنتاجية :

يدخل في العلوم الإنتاجية عامة الفنون والصناعات التي تهدف إلى إنتاج ما هو نافع او جميل كعلوم الشعر والخطابة والجدل .

هذه العلوم الثلاثة عند أرسطو تستهدف كلها المعرفة ، لكن غاية هذه المعرفة ليست واحدة ، فالمعرفة النظرية غايتها المعرفة الخالصة ، والمعرفة العلمية غايتها العمل ، والمعرفة الإنتاجية غايتها إن تحقق منتوجا .

وجاء إسهام أرسطو في نظرية العلم ، رغم ما كان بها من مؤثرات قديمة عليه إلا انه تجاوز هذا التأثير ، ورفض ان تكون نظرية المثل جواهر مطلقة ، لها استقلالية عن المحسوسات ، وجاء رفضه بالبديل وهو الواقعية ، واعتبر الجوهر الأول هو المحسوسات او العالم الواقعي ، بينما الجوهر الثاني هو عالم المثل أو عالم المعقول.[1]

إن المثل الأفلاطونية في تحليل أرسطو هي جوهر ثانوي ، لأنها كليات وأنواع ، فلها وجود ثانوي ، بينما الجوهر الثاني هو عالم المثل او عالم المعقول ، وان الجوهر في نظر أرسطو هو المادة المحسوسة الملموسة في عالمنا الحسي الواقعي الذي نعيشه ، ولذلك فهو جزئي وليس كلي مادي ، وليس مثالي ، فالجوهر الأرسطي يشير إلى مفردات العالم الحسي ، وان المفرد آو الجزئي هو الوجود الحق المركب من صوره ومادة [2] ، غير إن الصورة والمادة ليس

---

1 نوال صراف الصايغ ، المرجع في الفكر الفلسفي ، (نحو فلسفة توازن بين التفكير الميتافيزيقي والتفكير العلمي) ، دار الفكر العربي ، بيروت ، بدون تاريخ ، ص 86 .

2 محمد علي أبو ريان ، تاريخ الفكر الفلسفي (أرسطو والمدارس المتأخرة) ، ط3 ، دار النهضة العربية للطباعة والنشر ، بيروت 1976 ، ص 30 .

شيئين مجتمعين آليا ليكونا شيئا واحد ، إن الصورة هي ماهية الشيء الذي يحدد الشيء ، إما المادة فهي إمكانية وجود الشيء الذي يصبح حقيقة ، إن المادة والصورة يمكن أن يفصلا ذهنيا ، ولكن ليس واقعيا ، وهذا ما يفسر لنا النظرية الأرسطية التي يلتقي فيها بأفلاطون ، حيث يراها أفلاطون صورة مستقلة عن وجود الأشياء في العالم المادي ، بينما يراها أرسطو منفصلة عن الماديات والفر ديات لأنها لا توجد في ذاتها بل بمادتها ، لكن الحقيقة إن أرسطو قد استهدف في منطقه ما لم يستهدفه أفلاطون بوضوح ، فقد أراد أن يصل إلى جوهر العلم ، أن يبني نظرية في العلم ... فقد كان الهدف من منطقه أصلا هدفا منهجيا ... فالمطلب الأساسي للبحث العلمي والمعرفة العلمية هو استنتاج الإحكام الجزئية من الكلية [1] .

1 مصطفى النشار ، نظرية العلم الأرسطية ، دراسة في منطق المعرفة العلمية عند أرسطو ، ط 1 ،دار المعارف القاهرة ، 1995 ، ص 21 .

الصعوبات عند اليونان :

ومن الوضوح في العهد اليوناني القديم (الفيثاغوريين) ربطوا بين الأعداد والأشكال الهندسية ، وجعلوا العلاقة بينهما جد متينة ، فالعدد واحد مثلا يعبر عن النقطة ، والاثنان يعبر عن الخط ، إما العدد ثلاثة فهو يعبر عن المثلث .... ، وهكذا توصلوا إلى الرأي القائل إن الكون من طبيعة رياضية ، مع العلم إن الهدف الأساسي من دراستهم للإعداد هو محاولة فهم الكون الذي يكتسي طبيعة رياضية في نظرهم .

وترجع أول أزمة رياضية من الناحية التاريخية إلى فيثاغورس ، وهي تربط باكتشافه لقطع مستقيمة غير قابلة للقياس تكافئ الإعداد الصماء وكان ذلك خلال تطبيقات حسابية لقانون " تربيع الوتر " [1] ، في المثلث القائم الذي ينص على أن "مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين " فتبين له ان الوتر في بعض الحالات غير قابل للقياس ، مثلا إذا كان لدينا المثلث ا ب جـ قائم في ب .

إذا افترضنا أن طول كل ضلعين أب و ب جـ يساوي واحد أي مقياس كل منهما يساوي واحدة واحدة ، فإذا أردنا حساب طول الوتر أجـ ، نستخدم القانون المذكور أعلاه ، فنحسب مربع الوتر ثم نستخرج منه طول الوتر ، وسنوضح ذلك حسابيا :

---

1 ـ قانون تربيع الوتر في المثلث يماثل قانون تربيع القطر في المربع ، حيث :
(أجـ)2 = (أب)2 + (ب خـ)2 ، في الرباعي (أ ب خـ د) .

$$(أجـ)^2 = (أب)^2 + (ب جـ)^2$$

$$= 1^2 + 1^2$$

$$= 2$$

إذن مربع الوتر يساوي 2 ، وطول الوتر يساوي ذلك العدد الذي أذا ضربناه في نفسه يعطينا العدد 2 ، لكن الفيثاغوريين انتبهوا إلى أن مثل هذا العدد لا يمكن التعبير عنه بوحدات صحيحة ، بمعنى انه لا يمكننا التعبير عنه بالإعداد الطبيعية ، وفي الحقيقة لا يمكن التعبير عنها لا بالإعداد طبيعية صحيحة ولا بالكسور وبمعنى أدق لا يمكن التعبير عنها بالإعداد الناطقة وسميت لدى العرب بالإعداد الصماء .

وإضافة إلى الصعوبات التي أثارتها هذه الأعداد عند الفيثاغوريين ، لعدم توافقها مع تصوراتهم ومفاهيمهم ، تبين أيضا إن الأعداد الناطقة غير كافية ، فكان لابد من إدخال أعداد جديدة لتجاوز الصعوبات المطروحة ، وعن تلك الصعوبات مثلا إذا أخذنا قطعة مستقيمة ما فهي تتكون من النقط ، فهناك نقط تقابل أعداد ناطقة إذا قمنا بقياسها ، لكن ليس كل النقط تقابلها أعداد ناطقة ، إذ هناك نقط لا تقابل أي عدد ناطق ومنها ما يقابل الأعداد الصماء " كل عدد ناطق يقابل نقطة ما (في مستقيم) لكن العكس غير صحيح فهناك عدد لا متناهي من النقط لا تقابل أي عدد ناطق "[1] .

1

1- André Darbon : La philosophie des mathématiques ,Etude Sur la logistique de Russell ; préface de René poirier ,(paris :I er presses Universitaires de France 1949 P 110 .

وفكرة الخط مأخوذة عن حدسهم عن الأشياء في العالم الحسي ، فالخط متصل يحتوي على عدد محدود من النقاط ، وهذا لا يتوافق مع القول بخط أو قطعة مستقيمة غير قابلة للقياس أي أن عدد نقاطها غير قابلة للعد ، بمعنى إنها قابلة للتقسيم النهائي، واتضح أن التقسيم اللانهائي للمقادير الهندسية ، يحطم التعريف الفيثاغوري للهندسة عن طريق الحساب [1] ، ولذا كان العدد الذي يكافئ قطعة غير قابلة للقياس مصدر إزعاج بالنسبة لهم لعدم توافقه مع مفاهيمهم الأساسية في الرياضيات والفلسفة .

وتنظر الفيثاغورية إلى حقيقة هذا العالم على أنها أعداد ونسب ، الإعداد منفصلة عن بعضها البعض ، فلا يوجد مثلا وسط بين 3 و4 أو 4 و5 . والنسب هي قسمة هذه الأعداد وبتعبير حديث أن الأعداد هي الأعداد الطبيعية فقط ، باستثناء الصفر ، لأن الصفر يعني الفراغ ، يعني العدم ، والعلم موضوعه الوجود ، ومن جهة أخرى فإن العقل لا يتصور العدم وبالتالي لا يدرسه ، أما النسب فهي كل ما يمكن التعبير عنه بقسمة عددين طبيعيين ، فالأعداد تتمتع بالوجود المستقبل مثل الكائنات التي نشاهدها ، وبالتالي فإذا ما قمنا بعد مجموعة من الأفراد ، كان عددها طبيعيا ، ومجموع الأفراد لا يقبل الكسور ، وبالتالي فلا يمكن أن يكون مجموع طلبة قسم معين عددا كسريا ، أو فيه عدد أقل من الواحد ، وتقسيم شجرة أو خروف أو أي كائن إلى اثنين أو ثلاثة يفقد هويته ، ولا يصبح ثلاثة أو شيء أخر

1 – Irving M .Copi ; The theory of logical types (London : printed in Great Britain by routain & Kegan paul Ltd , 1971 , p2 .

وكذلك ما نراه في الأعداد [1].

وعندما نطبق الأعداد على الهندسة يصبح الواحد هو الوحدة L'unité ، وتصير بذلك الوحدة هي مبدأ الأطوال ، فكل طول في نظر الفيثاغوريين ، مهما كان ، له قيمة عدد صحيح ، وبتعبير رياضي حديث فإن طول القطعة المستقيمة ل = و×س حيث و يمثل الوحدة س يمثل عدد طبيعي صحيح ، ل عدد طبيعي صحيح يمثل جداء الوحدة ضرب عدد صحيح آخر ، فإذا كان المثلث هو تناسب ثلاثة أضلاع ، بمعنى أن أطوال أضلاع المثلث الثلاثة يمكن قياسها بوحدة واحدة ، مثلا المثلث قائم الزاوية الشهير ، الذي أضلاعه على التوالي 3 ، 4 ، 5 ، يمكن قياسه بوحدة واحدة تساوي واحد ، أما إذا كانت تساوي 2 تكون أضلاعه على التوالي 6 ، 8 ، 10 ، وهكذا ... وكان الفيثاغوريون لا يكتبون الأعداد بالشكل الحالي ، بل يكتبونها على شكل ترتيب نقاط ، فالواحدة هي نقطة والنقطة هي شكل هندسي لا يقبل القسمة ، فهي وحدة بسيطة ، والواحد ليس عددا لأنه مبدأ الأعداد من جهة ولأنه لا يرمز لأي شكل هندسي من جهة أخرى ، ولذلك فهو يدخل كأبسط وحدة في أي شكل ، فالنقطة في نظرهم هي مبدأ الأشكال الهندسية كما أن الواحد هو مبدأ الأعداد ، وهناك نوع من التماهي : أي وحدة الكائن (واحد ـ نقطة) ، وبعد ذلك فالاثنين هي الخط المستقيم ، لأنها تحده من الطرفين ، والأعداد المثلثة هي الثلاثة والستة والعشرة ، والأعداد المربعة هي : 4 ، 9 ، 16 ، ....

---

1) تأليف جماعي ، عمر التو مي الشيباني وآخرون : تاريخ العلوم الأساسية في الحضارة العربية والإسلامية ، الهيئة القومية للبحث العلمي ، طرابلس ليبيا ، ط1 ، 1996 ، ص 120 .

اصطدمت نظرية فيثاغورس منذ بدايتها بعقبة كأداء تمثلت في ظهور الأعداد الصماء فعندما انتقل فيثاغورس من الهندسة إلى الحساب العددي لقياس أطوال الأضلاع ، ظهرت له هذه المشكلة غير المتوقعة ، تلك الأعداد الصماء لا يقابلها شكل هندسي ما ، سواء في تربيعها لتكون مستقيما يقاس من أضلاع المثلث بعدد منطوق على حد سواء ، فتساءل كيف لا تستقيم نظريته الهندسية بالنسبة إلى الكثير من الأعداد ، وهي الأعداد الصماء ، واعتبر ذلك فضيحة ينبغي السكوت عنها [1] .

وهذه النتيجة تمثل أزمة خانقة للفيثاغورية القائمة على مبدأ الانفصال الذي يقبل بتوقف القسمة عند العدد واحد وتنتهي عنده ، أي أن القسمة في نظرهم منتهية ، لكن من خلال المثال فإن القسمة تتواصل إلى ما لا نهاية ، وكل ما ينقسم إلى ما لا نهاية فهو متصل تعريفا ومنه فأزمة الفيثاغوريين تتمثل في تسليمهم بمبدأ الانفصال ومحاولة البرهنة على وجوده ، حيث أفضى بهم ذلك إلى مبدأ الاتصال ، وتسليمهم بأن القسمة منتهية ، او عكس ذلك بمعنى مبدأ الانفصال وتسليمهم بأن القسمة لا منتهية . ونجد من الصعوبات التي ظهرت عند اليونان ، افتقار علم الجبر للغة رمزية رياضية ، ومع كذلك ظهور الركود الذي عرفته الرياضيات مع المثلث اليوناني (سقراط ، أفلاطون ، وأرسطو)[2]، كما نجد أرسطو رفض ونقد الأعداد المتعالية عند أفلاطون ، كما يستحيل عنده إخضاع الهندسة إلى الجبر

[1]) محمد ثابت الفندي ، **فلسفة الرياضة** ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ط1 ، 1969 ، ص 34 .
[2] د الاخضر شريط ، في مشكلة أسس الرياضيات ، مرجع سابق ، ص 47 .

أو العكس إخضاع الجبر إلى الهندسة بمعنى يجب فصل العدد عن الشكل الهندسي كما قلنا سابقا .

2- صعوبات تطور الفكر الرياضي في الحضارة العربية الإسلامية :

جذور العلم الرياضي في الفكر العربي الإسلامي :

كان العرب في القرون السابقة منقسمين إلى قبائل يخضعون لمشيئة الشيخ أو لرئيس القبيلة ، وتتفرع القبيلة إلى أقسام لكل منها زعيم ، أما ديانتهم فتتصل بالعقائد السامية المشتركة في جوهرها مع جميع شعوب المنطقة فكانوا يعبدون الحجارة والأشجار والنار ....الخ وفي ظل الظروف السابقة ولد محمد صلى الله عليه وسلم ، الذي جاء يبشر العرب والمسلمين بدين الجديد ، مما دفع بقريش باضطهاد النبي صلى الله عليه وسلم وأصحابه ، مما حمله على الهجرة إلى يثرب عام 622 م والتي عرفت منذ ذالك الحين باسم المدينة ومن هذا التاريخ يبتدئ الحساب الهجري ولتعرف على علم الرياضيات عند العرب لا بد لنا من معرفة التراث الثقافي والعلمي للحضارات القديمة ، ذلك إن جهود العرب لم تتوقف في الواقع عند حد النظر والاجتهاد الشخصي ، عمدوا ما أثاره الإسلام فيهم من حماسة للعلم ، وما حثهم عليه من تسامح إزاء الديانات والثقافات الأخرى ، إلى التزود بقسط نافع من العلوم الأوائل ، كالفرس ، واليونان ، والهنود ، والمصرين عن طريق نقلهم إلى اللغة العربية[1] .

إما الجذور الأولى لحركة الترجمة يمكن إرجاعها إلى حياة الرسول صلى الله عليه وسلم الذي كان يكلف بعض الصحابة بتعلم اللغات الأخرى حتى ينقلوا الكتب التي ترد علية من

[1] عبد المنعم ماجد ، **تاريخ الحضارة** ، القاهرة ، 1972 ، ص 148 .

أقطار غير عربية إلى اللغة العربية ، فقد استطاع زيد بن ثابت ان يتعلم اللغة السريانية في سبعة عشر يوما ، وصار يكتب رسائل الرسول صلى الله عليه وسلم بهذه اللغة .[1] ، وليس بغريب أن يشهد العهد الأموي بعض ثمار هذه السياسة الحكيمة ، وان بدت ضعيفة بعض الشيء واقتصرت حسب روايات اغلب المؤرخين على ما قام به خالد بن يزيد بن معاوية الذي نعت بحكيم أل مروان ، ونسب إليه ترجمة كتب النجوم والطب والكيمياء وغيرهم بعد ان أقصي من الخلافة[2] .

استطاع المسلمون والعرب من خلال حركة الترجمة أن يقفوا على التراث اليوناني والفرس والهنود وغيرهم من أصحاب الحضارات القديمة ، بعد أن بين أيديهم مؤلفات كل من أرسطو وأفلاطون وارخميدس وغيرهم من الرياضيين ، فمن المنطقي أن يعقب عصر الترجمة ويحل عصر أخر متميز هو عصر الإضافة والابتكار ، فقد أخذا علماء المسلمين يفحصون أراء القدماء ويشرحونها ويصححون ما فيها من أخطاء ويضيفون إليها .

مما لا شك فيه أن البواكير الأولى للفكر الإسلامي قد شيدت مع مطلع الرسالة المحمدية ، التي جاءت لتقويم فكر الإنسان وصناعة حضارته ، وفق تعاليم سماوية خاطبت العقل الصريح بأسس دينية ومنطقية ، كان لها الأثر الواضح في ترشيد العمل الإسلامي بمختلف أشكاله القيمية منه والعلمية .

---

1 ابن سعد ، **الطبقات الكبرى** ، لندن ، بيروت ،1978، ج2 ص 358 .

2 ابن خلكان ، **وفيات الأعيان** ، بولاق 1859 ، ج1 ص 237 ـ 238 .

وكان لابد للمشتغلين بالفكر الإسلامي في بواكيره الأولى ، أن يؤسسوا للمنهج الفكري العلمي الإسلامي المنوط يبحث مختلف إشكال العلوم وأنماط التفكير في مناهجها وأنساقها ، تلك العلوم التي كانت سائدة إلى وقت قريب في الحضارة اليونانية ، والتي عكف عليها المسلمون بالبحث والترجمة ومن ثم نقلها بعد تمحيصها. وقد كان رواد الفكر العلمي في البيئة الإسلامية أقرب العقلية اليونانية في تناول مختلف العلوم وخاصة منها الرياضية من حساب وجبر وهندسة.

ا ـ الحساب :

يعرف ابن خلدون علم الحساب بأنه مصانعة عملية في حساب الأعداد بالضم ، والتفريق ، فالضم يكون في الأعداد بالإفراد ، وهو الجمع ، وبالتضعيف ، أي يضاعف عدد بآحاد عدد أخر وهذا هو الضرب ، والتفريق يكون أيضا في الأعداد إما بالإفراد مثل إزالة عدد من عدد أخر ومعرفة الباقي وهو الطرح او تفصيل عدد بأجزاء متساوية تكون عدتها محصلة وهو القسمة .[1]

فعندما نتكلم عن الحساب عند العرب ، نجدهم اقتبسوا في بادئ الأمر عدة طرق حسابية أهمها :

1 . مرحلة الاكتساب المباشر للرياضيات المنتجة من قبل الشعوب أخرى ، خلال الفترة الممتدة من القرن الثامن إلى القرن العاشر ميلادي .

1 ابن خلدون ، **المقدمة** ، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع بيروت ، 2007 ، ص 509 .

2 . مرحلة إبداع وابتكار وإعداد لغة رياضية عربية مابين القرن التاسع والثالث عشر ميلادي

3 . مرحلة نقل مجموعة من الأدوات الجديدة والكتب الكلاسيكية إلى أوروبا خلال الفترة الممتدة من القرن عشر إلى القرن السادس عشر .

4 . مرحلة الجمود وتوقف جميع أنشطة البحث ابتداء من القرن الثالث عشر ميلادي حيث أتى العرب بالشيء الكثير حتى قال كاجوري "[1] إن العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر "[2] هذه المراحل التي عرفت بحساب الجمل ، أي الترتيب النبطي للحروف العربية ابجد ، هوز ، حطى ، كلمن ، سعفص ،قرشت ، بالإضافة إلى الروادف الناقصة ، ثخذ ، ضظع ، وهو على النحو التالي :

ابجد : ا = 1 ، ب = 2 ، ج = 3 ، د = 4 .

هوز : هـ = 5 ، و =6 ، ز = 7 .

حطى : ح = 8 ، ط = 9 ، ي = 10.

كلمن : ك = 20 ، ل = 30 ، م = 40 ، ن = 50 .

سعفص : س = 60 ، ع = 70 ، ف = 80 ، ص = 90 .

قرشت : ق = 100 ، ر = 200 ، ش = 300 ، ت = 400 .

ثخذ : ث = 500 ، خ = 600 ، ذ = 700 .

---

1 الكاجوري : هو أبو بكر محمد بن الحسن الحاسب ،لم يترك لنا المؤرخون سنة مولده غير إنهم ذكروا انه عاش في منتصف القرن العاشر ، وتوفى سنة 421 هـ 1029 م عرف منذ صباه بذكائه ونبوغه وأدبه في طلب العلم .

2 قدري حافظ طوقان ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك** ، القاهرة ، دار الشروق ص 61 .

ضظغ : ض = 800 ، ظ = 900 ، غ = 1000.

إما الأعداد التي تزيد عن الألف فيرمزون لها بضم الحروف بعضها إلى بعض في نظام تجميعي ضربي وهو كما يلي :

بغ : 2 × 1000 = 2000 .

طغ : 9 × 1000 = 9000 .

قغ : 100 × 1000 = 100000.

ثغ : 500 × 1000 = 500000 .

لكن هذا النظام سرعان ما فقد قيمته بعد أن اطلع علماء المسلمين على نظام الترقيم الهندي الذي يستخدم الأرقام التسعة المعروفة اليوم ، بالإضافة إلى الصفر ، بفضل زيارة الفلكي (كنكه)[1] لبلاط الخليفة العباسي أبو جعفر المنصور في سنة(156هـ 773 م) ومعه كتاب سدهانتا ، الذي كتبه براهما قوبطا في عام (7 هـ / 628 م) واستخدم فيه الأرقام التسعة [2] والصفر كرقم عاشر [3] ، وهو عبارة عن رسائل هندية في عالم الفلك ، فأمر الخليفة المنصور بترجمة هذا الكتاب إلى اللغة العربية ، وان يعمل كتاب على نهجه يتخذه العرب أصلا في حركة الكواكب ، فتولى ذلك " محمد إبراهيم الفزاري"[4] وعمل منه كتابا عرف

---

1 كنكه عالم فلكي هندي من كتبه نجد كتاب المنودار في الأعمار ، كتاب أسرار المواليد كتاب القرنان الكبير والصغير .

2 G , coede , bulletin school of oriental studies ,vl, 1931 .P 323 /328

3 حكمت نجيب عبد الرحمن ، **دراسات في تاريخ العلوم عند العرب** ، وزارة التعليم العالي ، جامعة الموصل ، 1976 ، ص 83 .

4 الفزاري : هو أول فلكي في الإسلام ، توفى مابين (796 . 806) .

" بالسند هند الكبير " الذي يعني بالغة الهندية الدهر الداهر[1] أخذا به علماء المسلمين حتى عصر الخليفة المأمون (198 –218 هـ / 813 –833 م) حيث أعاد محمد بن موسى الخوارزمي كتابته وقام بتصحيحه ، وأضاف إليه عدة ازياج اشتهرت في العالم الإسلامي[2] ، وكان لدى الهنود أشكال عديدة للأرقام ، هذب علماء المسلمين بعضها وكونوا منها سلسلتين عرفت إحداهما بالأرقام الهندية وهي المستعملة حاليا في اغلب البلاد العربية ، والأقطار الإسلامية ، وعرفت الثانية باسم الأرقام الغبارية بسبب أهل الهنود كانوا يأخذون غبارا لطيفا ويبسطونه على لوح الخشب أو غيره ويرسمون عليه الأرقام التي يحتاجون إليها في عملياتهم الحسابية أو معاملاتهم التجارية ، وقد انتشر هذا النوع من الأرقام في بلاد المغرب والأندلس ونتقل منها إلى أوربا حيث عرفت بالأرقام العربية[3] ، ويعتقد بعض العلماء إن الأرقام الغبارية كانت مرتبة في الأصل على أساس الزوايا ، فالرقم واحد يتضمن زاوية ، والرقم اثنان يتضمن زاويتين ، والرقم ثلاثة ثلاثة زوايا ، والرقم أربعة أربع زوايا ، وخمسة خمس زوايا ، وهكذا .

وبعدها تعرضت هذه الأرقام الغبارية لبعض التحويل والتعديل حتى اتخذت في النهاية الإعداد المعروفة حاليا[4] بـ 1،2،3،4،5،6،7،8،9، . وكان الهنود يستعملون سونيا (sunya) بمعنى الفراغ للدلالة على الصفر ، الذي عبروا عنه بنقطة في الأرقام الهندية ،

1 ابن القفطي ، تاريخ الحكماء ، ليبرج ، 1903 ، ص 270 ,

2 عبد الحليم منتصر ، تاريخ العلوم ودور العلماء العرب في تقدمه ، القاهرة ، 1980 ، ص 102 ,

3 قدوري حافظ الطوقان ، تراث العرب العلمي ، مرجع سابق ص 39 ,

4 عبد الحليم منتصر ، تاريخ العلم والعلماء ، مرجع سابق ، ص 92 / 93 .

وبدار صغيرة في الأرقام الغبارية [1] ، وكان العرب قبل الإسلام قد استخدموا لفظ الصفر بمعنى لا شيء .

ويعتبر **محمد بن موسى الخوارزميِ [2] المتوفى سنة (232 هـ /846 م)** في عهد الخليفة المأمون ألف كتابا الجبر والمقابلة وقال فيه: "وقد شجعني ما فضل الله به الأمام المأمون أمير المؤمنين مع الخلافة التي حاز له إرثها وأكرمه بلباسها وحلاه بزينتها ، من الرغبة في الأدب وتقريب أهله وإدنائهم وبسط كنفه لهم ومعونته إياهم على إيضاح ما كان مستبهما وتسهيل ما كان مستوعرا ، على أن الفت من كتاب الجبر والمقابلة كتابا مختصرا حاصرا لطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسمتهم ، وأحكامهم وتجارتهم وفي جميع ما يتعاملون من مساحة الأراضي وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه ، مقدما لحسن النية فيه ، وراجيا لأن ينزله أهل الأدب بفضل ما من نعم الله تعالى وجليل آلائه ، وبالله التوفيق في هذا وفي غيره "[3] ، ويرجع الفضل له أول من بين نظام الأعداد الهندية وطريقة استخدمها علميا عن طريق ضرب الأمثلة على ذلك حتى يسهل على رجال المال ، والتجار في أعمالهم ، كما عرض فيه للعديد من الأمثلة بالنسبة لتقسيم الميراث بين مستحقيه حسب ما ورد في القران الكريم

---

1 . نفس المرجع ، ص 93 .

2 . ابن النديم ، الفهرست ، تحقيق فلوجل ، القاهرة 1871 ، ص ، 397 .

ِ . الخوارزمي : قال ابن النديم " اسمه محمد بن موسى ، واصله من خوارزم ، وهو من أصحاب علوم الهيئة ، وكان الناس قبل الرصد وبعده يعولون على زيجية الأول والثاني ، ويعرفان بالسند هند , وله من كتاب الرخامة كتاب العمل بالإسطرلابات كتاب التاريخ .

3 ـ علي مصطفى مشرفة ، محمد موسى أحمد (تحقيق) ، كتاب الجبر والمقابلة لمحمد موسى الخوارزمي ، دار الكتاب العربية للطباعة والنشر ، 1968 م ، ص 15 .

بطريقة مبسطة[1] وشرح فيه أيضا طرق الجمع ، والطرح ، والقسمة ، والضرب ، وموقع الصفر قي العمليات الجمع والطرح بقوله :" في عمليات الطرح إذا لم يكن هناك باق ، نضع صفرا ولا نترك المكان خاليا حتى لا يحدث لبس بين خانة الآحاد وخانة العشرات " وذكر كذلك أن الصفر يجب أن يكون عن يمين الرقم ، لان الصفر عن يسار الاثنين مثلا لا يغير من قيمتها ولا يجعل منا عشرين .[2] ويرجع الفضل إلى الخوارزمي أيضا في نقل نظام الأرقام الجديدة إلى الغرب الأوربي بعد انتقال كتابه إلى الأندلس[3] وترجمته إلى ألاتينية في القرن السادس الهجري/ الثاني عشر ميلادي حيث حلا هذا النظام الجديد محل النظام العددي الروماني الذي يتصف بالتعقيد الشديد ، والصعوبة البالغة بسبب أن قيمة الرقم كانت ثابتة في ظل النظام الروماني ، ولا تتغير بنقله من خانة إلى خانة أخرى كما هو الحال بالنسبة لنظام الأرقام الهندية ، هذا فضلا عن الأرقام الرمانية ، كانت محدودة العدد تنحصر في الأرقام السبعة التالية : I =1 ، V = 5 ، X = 10 ، L = 50

C = 100 ، D = 500 ، M = 1000 . وعليه فان الرقم 1988 مثلا يكتب على النحو التالي : M C M L X X X V I I I الأمر الذي يشير بوضوح إلى مدى الصعوبة التي كانت تواجههم عند استعمال الأرقام الرمانية خاصة في العمليات الحسابية المعقدة[4] .

---

1 هونكة ، **شمس العرب تصطع على الغرب** ، نقله إلى العربية فاروق بيوض وكمال الدسوقي ، ط 8 ، دار الأفاق الجديدة 1993 ، ص 74 .

2 نفس المرجع السابق ، ص 76 .

3 قدوري حافظ طوقان ، مرجع سابق ، ص 169 .

4 ـ سعيد عبد الفتاح وآخرون ، **دراسات في تاريخ الحضارة العربية الإسلامية** ، الكويت ،1985 ، ص 104

ويذكر ابن قنفد[1] في كتابه حط النقاب عن وجوه أعمال الحساب ، هو شرح لتلخيص أعمال لابن البنا المراكشي ، الذي يعتبر أهم مؤلفات ابن قنفد في الرياضيات : إما سر العلم الشرعي فأكثر مسائله يتصرف بالعدد فيها . كالزكاة مثلا فانه يجب على الحر المكلف إذا تم الحول عنده ، وكذلك يعتبر العدد في الصوم عند رؤية الهلال فإذا عد المكلف للماضي ثلاثين وجب عليه الصوم في اليوم الحادي والثلاثين ، وما يحسبه الحاج في الميقات ألزماني ، وعدد أشواط الطواف وأعداد الرمي وما يتعلق بفعل الحج ،وعلى المكلف بالصلاة لابد أن يعرف عدد الركعات والسجود وعدد أعضاء الوضوء ، وقد وردت في القرآن الكريم آيات تضمنت معنى الحساب من جمع وطرح وقسمة وأعداد منها :

فالواحد : قال الله تعالى : ﴿وإلهكم اله **واحد** لا اله إلا هو الرحمن الرحيم ﴾سورة البقرة ، الآية (163).

والاثنان : قال الله تعالى : ﴿الا تنصروه فقد نصره الله إذ أخرجه الذين كفروا ثاني **اثنين** اذ هما في الغار ..... والله عزيز حكيم ﴾سورة التوبة ، الآية (193) .

1 ـ ابن قنفد هو احمد بن حسين الخطيب بن علي بن حسن بن ميمون (740 . 810 هـ) عالم ومؤرخ في الرياضيات وغيرها من العلوم .

والثلاثة : قال تعالى : ﴿... فمن لم يجد فصيام **ثلاثة** أيام في الحج ..... إن الله شديد العقاب ﴾ سورة البقرة ، الآية (196) .

والربعة : قال تعالى : "﴿ ... منها **أربعة** حرم ذلك الدين القيم ..... إن الله مع المتقين "﴾ سورة التوبة ، الآية (192) .

والخمسة : قال تعالى : ﴿" ... ويقولون **خمسة** ..... ولا تستفت فيهم منهم أحدا ﴾" سورة الكهف ، الآية (296) .

والسادسة : قال الله تعالى : ﴿"... **سادسهم** كلبهم رجما بالغيب ..... ولا تستفت فيهم منهم أحدا ﴾" سورة الكهف ، الآية (296) .

والسبعة : قال الله تعالى :﴿ وبنينا فوقهم **سبعا** شداد ﴾" سورة النبأ ، الآية (12) .

والثمانية : قال الله تعالى : "﴿ ... **وثمانية** أيام حسوما فترى القوم فيها صرعى كانهم أعجاز نخل خاوية ﴾" سورة الحاقة ، الآية (7) .

والتسعة : قال الله تعالى:﴿ وكان في المدينة **تسعة** رهط يفسدون في الأرض ولا يصلحون ﴾ سورة النمل ، الآية (48) .

والعشرات : أيضا مذكورة في القران ، قال الله تعالى : ﴿ ...تلك **عشرة** كاملة ذلك لمن لم يكن أهله حاضري المسجد الحرام واتقوا الله واعلموا أن الله شديد العقاب﴾البقرة .الآية(196)

والعشرون : قال تعالى : ﴿" يا أيها النبي حرض المومنين على القتال ان يكن منكم **عشرون** صابرون... ﴾" سورة الأنفال .الآية (65).

والثلاثون : قال الله تعالى : ﴿ وواعدنا موسى **ثلاثين** ليلة ... ولا تتبع سبيل المفسدين ﴾ سورة الأعراف .الآية (142)

والأربعون : قال الله تعالى:﴿ ... فتم ميقات ربه **أربعين** ليلة ... ولا تتبع سبيل المفسدين﴾ سورة الأعراف . الآية (142)

والخمسون : قال تعالى : ﴿...إلا **خمسين** عاما فأخذهم الطوفان وهم ظالمون ﴾ سورة العنكبوت . الآية (14)

والستون : قال الله تعالى : ﴿ فمن لم يستطع فإطعام **ستين** مسكينا ... وللكافرين عذاب أليم ﴾ سورة المجادلة . الآية (4)

والسبعون : قال تعالى : ﴿ واختار موسى قومه **سبعين** رجلا لميقاتنا ... أنت ولينا فاغفر لنا وارحمنا وأنت خير الغافرين ﴾ الأعراف . الآية (155) .

والثمانون : قال الله تعالى : ﴿ ... فاجلدوهم **ثمانين** جلدة ولا تقبلوا لهم شهادة أبدا وأولئك هم الفاسقون ﴾ سورة النور . الآية (4) .

والتسعون : قال الله تعالى : ﴿... و**تسعون** نعجة ولي نعجة واحد فقال أكفلنيها وعزني في الخطاب ﴾ سورة ص الآية (23) .

ولم تقتصر جهود علماء المسلمين في مجال علم الحساب عند حد استعمال الأرقام الهندية ، ونقلها إلى الغرب الأوربي ، بل عمدوا أيضا إلى تقسيم الأعداد إلى قسمين: أعداد زوجية ، وأعداد فردية ، وأشاروا إلى أنواع كل منها بالتفصيل ، كما ذكروا أن الواحد يعد بمثابة أصل هذه الأعداد جميعا فردية وزوجية ، وتوصلوا كذلك إلى معرفة علامة الكسر

العشري وطرق استخدامها ، فقد روى " إن غياث الدين الكاشي [1] " كان أول من عرفها واستخدمها في تحديده للنسبة بين محيط الدائرة وقطرها ، الذي قيل انه اوجد تلك النسبة بصورة لم يسبق إليها احد من الأوربيين بشهادة منهم [2] ، وعرف المسلمون كذلك تقسيم الحساب العلمي إلى غباري ويقصد به الحساب الذي يحتاج إلى ورقة وقلم عند استعماله ، وهوائي ، إي الحساب الذهني في العمليات الحسابية ، وهذا النوع الأخر كان عظيم الفائدة للتجار في الإسفار أو لأهل السقوف من العوام الذين يجهلون الكتابة ، وأيضا للخوص ، إذا ما عجزوا عن إحضار آلات الكتابة. لذلك كان من الطبيعي أن يبرز في علم الحساب كثير من علماء المسلمين أمدتنا المصادر التاريخية بنفث ممن أخبارهم ، يأتي في مقدمتهم "محمد بن موسى الخوارزمي "ابرز شخصية في تاريخ العلوم الرياضية عند المسلمين ، فهو أول من وضع كتابا في علم الحساب ، ويعد الأول من حيث الترتيب والتبويب والمادة ، كما يرجع إليه الفضل في تعريف الناس بالأرقام الهندية ، وكذا نقلها للغرب الأوربي ، حيث عرفت هناك في بداية الأمر باسم ALGORISMS نسبة إليه ALGORITHMUS [3] ذلك الاسم الذي عرف به الأوروبيين في العصور الوسطى و "أبو كامل شجاع " الحساب المصري ، عالم زمانه وحاسب أوانه [4] ،صاحب كتاب الجمع ، والتفريق ، وكتاب الخطأين[5] ، وتتلمذا

---

1 . غياث الدين بن مسعود بن محمد الكاشي ولد 1380م المتوفي 839 هـ / 1436 م من أعظم من اشتهر في القرن التاسع الهجري بالحكمة والرياضيات والفلك والنجوم وغيرها .

2 Esmith history of mathamatice london 1925 p 290

3 هونكة ، شمس العرب تسطع عن الغرب ، مرجع سابق ، ص 77 .

4 ابن القفطي ، تاريخ الحكماء ، مرجع سابق ، ص 211 .

5 ابن النديم ، الفهرست ، مرجع سابق ، ص 406 .

على يده العديد من الطلاب ، وبرع في علم الحساب والأعداد في أوائل القرن الثالث الهجري ، ووضع فيه العديد من الكتب التي وصلنا بعض أسمائها مثل "التخت في الحساب الهندي " وكتاب "الجمع والتفريق " ، الذي تعرض فيه لأجراء العمليات الحسابية بالجمع والطرح بدلا من الضرب والقسمة ، وكتاب " شرح الجمع والتفريق " وكتاب "حساب الوصايا" [1] ، كما نجد أيضا فيلسوف العرب الشهير " أبو يوسف الكندي "[2] المتوفى سنة 252هـ 867 م الذي جعل من الرياضيات جسر للفلسفة ، ووضع إحدى عشر كتابا في الحساب [3] من أهمها رسالة في المدخل الارثماطيقي ، ورسالة في الحساب الهندسي ، ورسالة في الخطوط والضرب بعدد الشعير ،ورسالة في الحيل العددية [4] .

ومن المعروف إن الرياضي البارز كان يعتبر صناعة الحساب من " ارفع الصناعات درجة وأعمها مصلحة وأتمها فائدة ....يحتاج إليها جميع الناس على طبقاتهم واختلاف أديانهم ولغاتهم لما فيها من صلاح الجمهور وسداد الأمور " الأمر الذي يشير بوضوح إلى علماء المسلمين في علم الحساب كانوا يعملون دائما للإبقاء على فائدة علم الحساب العلمية الصرفة من اجل الخدمات والمصالح العلمية ، بالإضافة إلى تطويره من الناحية النظرية البحتة .[5]

---

1 قدري حافظ طوقان ، تراث العرب العلمي ، مرجع سابق ، ص 149 .

2 ابن النديم ، الفهرست ، مرجع سابق ، ص 337 .

3 عبد الحليم منتصر ، تاريخ العرب العلمي ، مرجع سابق ، ص 162 .

4 ابن النديم ، الفهرست ، مرجع سابق ص 371 – 373 .

5 حكمت نجيب عبد الرحمن ، **دراسات في تاريخ العلوم عند العرب** ، الموصل ، 1969 ، ص 30 .

ب . الجبر :

علم الجبر من العلوم العربية المنشأ رغم ما قيل بان الأصول الأولى لهذا العلم قد عرفت عند الشعوب القديمة من بابليين وإغريق وهنود [1] ، إلا أن فضل المسلمين لا ينكر بالنسبة للجبر بدليل انه مازال يحتفظ حتى الآن باسمه العربي في اغلب لغات العالم ، فبلغة الانجليزية والألمانية والايطالية والروسية والفرنسية يعرف بـ Algebre [2] ، ويعد محمد بن موسى الخوارزمي أول من ألف فيه [3] ، إذ استطاع بفضل عبقريته أن يخلق لنا عملا متكاملا في كتابه المعروف باسم "الجبر والمقابلة " وضمنه ما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم ، وفي مقاسمتهم وأحكامهم ، وتجارتهم ، وفي جميع ما يتعلمون به بينهم من مساحة الأرضيين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك [4] ، لذلك كان كتاب الخوارزمي بمثابة المنهل الذي نهل منه علماء المسلمين والغرب الأوربي على حد سواء ، بل واعتمدوا عليه في بحوثهم مما كان له اكبر الأثر في تقدم هذا العلم ، إذ يفهم من هذا الكتاب وغيره من مؤلفات علماء الجبر إن المسلمين عرفوا حل معادلات الدرجة الأولى بطريقة حساب الخطين ، وتوسعوا فيها ، بل ونقلوها أيضا إلى أوربا[5] ، وحلوا معادلات الدرجة الثانية ، التي استخدموا لبعضها طرق هندسية مبتكرة ، ومن ثم فقد أصبحوا أول من

---

1 ابن النديم ، الفهرست ، مرجع سابق ، ص 394 .

2 محمد عبد الرحمن مرحبا ، **الموجز في تاريخ العلوم عند العرب** ، بيروت ، 1979 ، ص 128 –129 .

3 ابن خلدون ، المقدمة ، مرجع سابق ، ص 510 .

4 الخوارزمي ، **كتاب الجبر والمقابلة** ، ، نشره علي مصطفى مشرفة وآخرون ، القاهرة 1937 ، ص 15 –16 .

5 قدوري حافظ طوقان ، ترث العرب العلمي ، مرجع سابق ، ص 55 .57 .

جمع بين الجبر والهندسة[1]، ووضعوا بذلك أساس الهندسة التحليلية ، مما ساعد فيما بعد على ظهور التكامل والتفاضل ، وحلوا أيضا معادلات من الدرجة الثالثة نالت إعجاب علماء الغرب ، لاسيما إنهم سبقوا بها كل من ديكارت وبيكر[2]، وعرفوا كذلك حل بعض معدلات الدرجة الرابعة[3]، كما اهتموا بالجذور الصماء وقطعوا فيها شوطا بالغا ، ومن المعروف ان الخوارزمي كان أول من استخدما لفظة أصم الدلالة على العدد الذي لا جذور له[4] ، ويرجع الفضل إلى المسلمين في استخدام الرمز في الأعمال الرياضية وسبقوا بذلك علماء الغرب الأوربي أمثال " فيتا وستيقن وديكارت في هذا المجال[5] . استخدموا لمربع المجهول بالحرف الأول من كلمة مال (م) وصار ألان (س ^{2}) ، وللمجهول بالحرف الأول من كلمة شيء (ش) ، الذي حول فيما بعد إلى (س) ، ولمكعب المجهول بالحرف الأول من كلمة كعب (ك) ، وهو ألان (س ^{3}) ، والعلامة المساواة بالحرف (ل) الذي استبدل بالعلامة (=) ، ولعلامة الجمع عطف بلا (واو) ، ثم استبدلت فيما بعد بعلامة (+) ، وقد ساعدت هذه الرموز على تقدم العلوم الرياضية تقدما هائلا ، ويكفي علماء الجبر من المسلمين فخرا إن " فيتا " الذي يعد حاليا في نظر الكثيرين واضع مبدأ استعمال الرموز في علم الجبر ، قد

---

1 المرجع نفسه ، ص 54 .

2 المرجع نفسه ، ص 58 ,

3 عبد الحليم منتصر ، تاريخ العلم ، مرجع سابق ، ص 97 .

4 . حكمت نجيب عبد الرحمن ، دراسات في تاريخ العلوم عند العرب ، مرجع سابق ، ص 118 .

5 قدوري حافظ طوقان ، مرجع سابق ، ص 54 .

اطلع على كتاب " كشف الإسرار عن علم الغبار " للقلصادي بعد ترجمته إلى اللاتينية ، ونقل عنه فكرة استعمال الرموز ، ثم ارتقى بها إلى أن أخذت شكلها الحالي [1] .

وللإشارة إن ابرز علماء المسلمين في مجال الجبر ويأتي على رأسهم جميعا محمد بن موسى الخوارزمي الذي اشتهر بباعه الطويل في الرياضيات عامة والجبر بصفة خاصة ، بدليل إن كتابه الجبر والمقابلة ظل حتى القرن العاشر الهجري والسادس عشر الميلادي بمثابة المرجع الرئيسي الذي نهل منه فحول العلماء في جامعات أوربا[2] ، كما نجد أيضا أبو كامل شجاع بن اسلم المصري[3]، الذي يعد بحق وحيد في حل المعادلات الجبرية ، وأبو حنيفة احمد بن داود الدينوري المتوفى حوالي (262 هـ/ 895 م) ،الذي جمع بين حكمة الفلسفة وبيان العرب[4] ، صاحب المؤلفات النفيسة في علم الجبر والحساب الهندي ، وأبو الوفاء البوزجاني المتوفى سنة (388 هـ/ 998 م)[5] الذي يعد احد الأئمة المعدودين في الرياضيات ، والعالم الاشبيلي أبو عبد الله محمد بن عمر المعروف بابن بدر الذي عاش في أواخر القرن السابع الهجري والثالث عشر الميلادي[6] ، صاحب كتاب " اختصار الجبر والمقابلة " الذي يدل على قوة فكره ورسوخه التام في هذا العلم [7] ، بالإضافة إلى الشاعر

---

1 نفس المرجع ، ص 54 .

2 جاك ريسلر ، الحضارة العربية ، ترجمة نعيم عبدون ، واحمد فؤاد الاهواني ، القاهرة ، (د، ت) ، ص 175 .

3 ابن خلدون ، المقدمة ، مرجع سابق ، ص 510

4 ابن النديم ، الفهرست ، مرجع سابق ، ص 116

5 ابن القفطي ، تاريخ الحكماء ، مرجع سابق ، ص 189 .

6 قدوري حافظ طوقان ، مراجعة كتاب الجبر والمقابلة ، مجلة المجتمع العلمي العربي ، دمشق ، كانون الثاني ، 1957 ، ، ج 1 ، ص 286 . 288 .

7 ـ حكمت نجيب عبد الرحمن ، دراسات في تاريخ العلم ، مرجع سابق ، ص 132 .

عمر الخيام المتوفى حوالي سنة (526 هـ / 1131 م)[1]، وأبو محمد عبد الله بن حجاج المعروف بابن الياسمين ، المتوفى سنة (601 هـ / 1204 م) ، الذي دفعه ولعه بعلم الجبر إلى صياغته في شكل ارجوزة تتم عن أدب رائع وسيطرة عجيبة على فنون الكلام[2] .

جـ ـ الهندسة :

يعرف ابن خلدون الهندسة بأنها : " النظر في المقادير ، إما المتصلة كالخط والسطح والجسم ، وأما المنفصلة كالأعداد ، وفيما يعرض لها من العوارض الذاتية ، مثل أن كل خطين متوازيين لا يلتقيان ، ومثل إن كل خطين متقاطعين فالزاويتان المتقابلتان منهما متساويتان ، ومثل إن الأربعة مقادير المتناسبة ضرب الأول منها في الثالث كضرب الثاني في الرابع أمثال ذلك "[3] ، والهندسة من العلوم القديمة التي عرفت عند أهل بابل ، وعند قدماء المصريين ، وعند الهنود ، والفرس ، فقد قيل إنها من أصل فارسي[4] ، ومن المعروف إن المسلمين اخذوا أصول هذا العلم عن الأمم القديمة التي سبقتهم ، خاصة الإغريق بعد إن قاموا بنقل بعض كتبهم في الهندسة إلى العربية مثل كتاب " الأصول " لإقليدس[5] ، الذي نقله الحجاج بن يوسف بن مطر الكوفي نقلين ، عرف احدهما بالهاروني نسبة إلى الخليفة هارون الرشيد ، والثاني بالمأمون نسبة إلى ابنه الخليفة المأمون العباسي ، كما نقله ثابت بن

---

1 E . smit . History of mathematics .OP–CIT . P . 284

2 ـ قدري حافظ طوقان ، تراث العرب العلمي ، مرجع سابق ، ص 338 .

3 ـ ابن خلدون ، المقدمة ، مرجع سابق ، ص 511. 512 .

4 ـ ابن صاعد ، كتاب طبقات الأمم ، حياة العيد بوعلوان ، دار الطليعة للطباعة والنشر بيروت ، 1985 ، ص 28 . 29 .

5 ـ ابن خلدون ، المقدمة ، مرجع سابق ، ص 512 .

قرة الحراني ، كذلك قام أبو عثمان الدمشقي بنقل عدة مقالات منه على حد رواية ابن القفطي[1] ، وكتاب المخطوطات لابلونيوس السكندري ، ومؤلفات ارخميدس الذي اخذ على المصريين القدماء أنواعا من الفنون الهندسية[2] ، ومن يبدوا إن دور علماء المسلمين لم يتوقف في مجال الهندسة على حد النقل والهندسة فقط ، بل عملوا على التصحيح والتجديد ، والإضافة والابتكار ، بحيث خلقوا من علم الهندسة القديم ، علما جديدا كما يتضح هذا من مؤلفاتهم في المساحات والحجوم ، وتحليل المسائل الهندسية ، واستخراج المسائل الهندسية بجهتي التحليل الهندسي والتقدير العددي ، وفي التحليل والتركيب الهندسيين على جهة التمثيل للمتعلمين ، وفي موضوعات أخرى كتقسيم الزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية ، ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية ، وفي محيط الدائرة ، وغير ذلك مما يتعلق بالموضوعات التي تحتاج إلى استعمال الهندسة ، وبينوا كيفية إيجاد تلك النسبة إلى درجة كبيرة من التقريب كانت محل إعجاب العلماء[3] ، كما تناولوا علم تسطيح الكرة فنقلوا الخرائط من سطح الكرة إلى سطح المستوى ، ومن السطح المستوي إلى السطح الكروي ، كما سخروا أيضا الهندسة المستوية والهندسة المجسمة في أبحاث الضوء بهدف تعيين انعكاس الضوء على السطوح العاكسة والمرايا الكروية والاسطوانية والمخروطات بنوعيها المحدبة والمقعرة ، ويتجلى ذلك في أعمال ابن سهل وابن الهيثم .

---

1 ـ جرجي زيدان ، تاريخ التمدن الإسلامي ، دار الهلال ، القاهرة ، ج3 ، 155 .

2 ـ نفس المرجع ، ص 126 .127

3ـ قدوري حافظ طوقان ، **علماء العرب وما أعطوه للحضارة** ، دار الكتاب العربي ، بيروت ، ص 61 .

وتكشف لنا العمائر الإسلامية بشتى أنواعها وإغراضها عن مدى معرفة علماء المسلمين بالعديد من النظريات الهندسية الخاصة بالتعمير والتشديد مثل نظرية ازدياد الضغط الأفقي للأتربة كلما زاد العمق إلى الأسفل ، تلك النظرية التي طبقت في بناء مقياس النيل بجزيرة الروضة في سنة (247 هـ/ 861 م) على يد احمد بن موسى الحاسب[1] ، والنظريات الخاصة بالري وتوزيع المياه ، وعمل الفورات ، وبناء القناطر التي كانت تتطلب معرفة دقيقة بمستوى الأرض وانحدارها ، وبكمية المياه وسرعتها ومجراها ، وبمواد البناء لاختيار الأنسب منها[2] ، والجدير بالذكر إن علماء المسلمين قسموا الهندسة إلى حسية وعقلية ، وأكدوا أن الهندسة الحسية هي معرفة المقادير ، وما يعرض فيها من المعاني إذا أضيف بعضها إلى بعض ، وقال أيضا إنها ترى بالعين وتدرك باللمس وان النظر فيها يؤدي إلى الحذق في الصنائع العملية كلها[3] ، ، لا سيام المساحة التي يحتاج إليها العمال والكتاب وأصحاب العقارات في معاملاتهم في جباية الخراج وحفر الأنهار وغيرها[4] ، على حين كانت الهندسة العقلية تعد احد أعراض الحكماء الراسخين في العلوم الرياضيات الفلسفية ، والذين كانوا يهدفون من وراء تقديم الهندسة بعد علم العدد ، تخريج المتعلمين من المحسوسات إلى المعقولات ، وترقية تلاميذهم وأولادهم من الأمور الجسمانية إلى الأمور

---

1. فريد شافعي ، العمارة العربية ، المجلد الأول ، جامعة الملك سعود 1982م ، ص 391 .

2. صالح احمد العلى ، دراسة العلوم الرياضية ومكانها في الحضارة الإسلامية ، مجلة المورد ، م 3 ، العدد الرابع 1974 م، ص 45 ، نقلا عن احمد عبد الرزاق احمد ، الحضارة الإسلامية في العصور الوسطى ، دار الفكر العربي ، 1991 م، ص 60 .

3. إخوان الصفاء ، رسائل إخوان الصفاء ، ج 1 ، ص 101 .

4 . نفس المرجع السابق ، ص 97 .

الروحانية ، على أساس إن الهندسة العقلية تؤدي إلى معرفة جوهر النفس التي هي جذر العلوم وعنصر الحكمة ، واصل الصنائع العلمية والعملية[1] ، وهذا يعني مدى تقدير علماء المسلمين لأهمية الهندسة العلمية والنظرية ومدى ارتباطها بحياتهم العلمية واليومية وبجوهر الذات البشرية[2].

ومن أشهر الشخصيات التي ساهمت في تقدم العلم الرياضي عند المسلمين:

- . **الكندي : (أبو يوسف يعقوب ابن إسحاق)**

يقسم الكندي فلسفته إلى علم وعمل ، آو فلسفة نظرية وفلسفة عملية كما فعل أرسطو فهو يقسم العلم النظري إلى قسمين كبيرين هما علم الأمور الإلهية وعلم الأشياء المصنوعة المخلوقة ، ويستدل بترتيب الخالق للموجودات بين الغليظ اللطيف على التدرج من عالم المحسوسات إلى عالم الإلهيات ، فقسم العلم النظري إلى علم الأمور الإلهية ، وعلم الأشياء المصنوعة أو المخلوقة[3] ، إثناء ترتيبه لكتب أرسطو . يصنف الكندي الرياضيات التي تعد مدخل العلوم ، وهو في هذا متأثر تماما بالفكر اليوناني حيث يضع العلم الرياضي في الأول[4] ، ويقسم الرياضيات إلى أصنافها الدقيقة ، إلى علم العدد والتأليف والهندسة والتنجيم ، وفي وجه أخر يقسمها إلى علم العدد والهندسة والفلك والموسيقية[5] .

---

1 إخوان الصفاء المرجع نفسه ، 101

2 حكمت نجيب عبد الرحمن ، **دراسات في تاريخ العلوم** ، مرجع سابق ، ص 153 .

3 حسن الشرقاوي ، **مسلمون علماء وحكماء**، ط1 مؤسسة مختار 1978 م ص 110 .

4 محمد بن أبي بكر المرعشي ، **ترتيب العلوم** ، تحقيق محمد بن إسماعيل ، ط1,دار البشائر الإسلامية ،بيروت 1988ص 15.

5 الكندي ، **الرسائل** ، تحقيق محمد عبد الهادي أبوريدة ، طبعة القاهرة 1950 ، ص 365 .

وقد كان يصنف الرياضيات من حيث الكيف والكم فيقول : "الباحث عن الكمية صناعتان ، صناعة العدد ، وهي تبحث عن الكمية المفردة ، اعني كمية الحساب وجمع بعضه إلى بعض ، وفرق بعضه من بعض ... الخ" وتارة أخرى يصنف من حيث الكيف فيقول " والباحث عن الكيفية صناعتان أيضا ، احدهما علم الكيفية الثابتة ، وهو علم المساحة المسمى هندسة ، والأخرى علم الكيفية المتحركة ، وهو علم هيئة الكل في الشكل والحركة ، وهذا هو المسمى علم التنجيم "[1] .

ينتقل الكندي بعد الرياضيات إلى المنطق فيقول إما المنطقيات فثمانية[2] :

الأول منها المسمى قاطوغورياس وهو على المقولات ، اعني الحامل والمحمول ، والحامل يقصد الموضوع وهو ما سمي جوهرا ، والمحمول هو ما سمي عرضا محمولا في الجوهر ، أم الثاني بارمنياس ، يعني تفسير ما يقال في المقولات لتكون قضايا موضوع ومقول (محمول) ، أما الثالثة انولوطيقي الأولى ، والرابع فالمسمى انالوطيقي الثانية ، وهي المخصوص باسم افوذقطيقا ومعناه الإيضاح ، والخامس فهو المسمى طوبيقا ، ومعناه المواضع يعني مواضع القول ، أما السادس ، فهو المسمى سوفسطيقا ومعناه المنسوب في السفسطائية ، والسابع ريطوريقا ومعناه البلاغي ، أما الثامن بوئيطيقا ومعناه الشعري .

---

1 المصدر نفسه ، ص 366 .

2 المصدر نفسه ، ص 367 .

ابن القنفد القسنطيني (740 هـ – 810 هـ) : هو احمد بن حسن بن علي بن الخطيب القسنطيني الجزائري الشهير بابن قنفد – رحمه الله – هو واحد من هؤلاء الذين كانوا المفاتيح الذهبية لفتح السجل التاريخي والحضاري للعلوم العقلية والفكرية والدينية .

إن العصر الذي عاش فيه ابن قنفد كان عصر مزدهر ، إذ بلغت فيه المعارف أوجها من جميع النواحي العلمية ، مما أدى إلى وقوع تنافس كبير بين علماء عصره ، حيث أخذا تعليمه في مسقط رأسه قسنطينة التي كانت حضارة علم في ذلك الزمن ، ثم انتقل إلى المغرب بفاس وبقى هناك نحو 18 سنة وهو يتعلم ، فقد استفاد كثيرا ثم عاد الى الجزائر للتزود بالعلم ، لكنه لم يكتفي بهذا بل انتقل إلى تونس ليغترف من مناهل العلم فيها ، ويعد من اشهر العلماء الذين أستوعبوا جميع معارف عصرهم .[1] وعرفه صاحب نيل الابتهاج فعرفه بقوله : " الإمام العلامة المتفنن الرحلة القاضي الفاضل المحدث المصنف "[2] كان ابن قنفد مكتبة متنقلة ، فهو موسوعة زمانه ، أمد التاريخ والمؤرخين بمعلومات قيمة . له العديد من المؤلفات ومن مؤلفاته في الرياضيات القنفذية في إبطال الدلالة الفلكية ، تيسير الطالب في تعديل الكواكب ، تحصيل المطالب وتكميل المآرب ، حط النقاب عن وجوه أعمال الحساب وقاية المؤقت ونكاية المنكت .... الخ.

ويعتبر كتابه الشهير **حط النقاب عن وجوه أعمال الحساب** من أعظم وأهم كتاب في الرياضيات ، حيث يبدأ كل باب بتقديم قائمة بمواضيع هذا الباب ،على سبيل المثال فهو

---

[1] ـ ابن قنفد القسنطيني ، وسيلة الإسلام بالنبي عليه الصلاة والسلام ، تقديم وتعليق سليمان الصيد المحامي ، دار المغرب الإسلامي ، ط1 ، 1984م ،ص 7 .

[2] ــ احمد بابا التنبكتي ، نيل الابتهاج ، مطبعة الجوية ، بدون تاريخ ، ص 75 .

يقسم باب الضرب الى : حقيقة الضرب ، استعماله ، وضعيته ، أقسامه ، قواعده. أما باب الجبر فيقسمه الى : حقيقة معنى المعادلة ، الحدود المستعملة في الجبر وشرحها ، عدد أنواع المعادلات وأسمائها في الجبر ، رمزية المعادلات وعدد طرق حلها ، القواعد الأساسية لطرق حل المعادلات ، طريقة المعادلات النموذجية المركبة الثلاث ، العمليات في الجبر وقواعدها .[1]

ـ الفارابي (محمد بن محمد اوزلغ بن طرخان أبو نصر) (ت 339 هـ):

يقسم الفارابي في كتابه (إحصاء العلوم) في الفصل الثالث ، علوم التعاليم (الرياضيات) ، إلى سبعة أجزاء وهي :

أولا : علم العدد ، وهو علمان علم عملي والثاني نظري ، فالأول (العملي) ، يفحص عن الأعداد من حيث هي أعداد معدودات تحتاج إلى أن يضبط عددها من أجسام وغيرها .... وهي التي يتعاطها الجمهور في المعاملات السوقية ، والمعاملات المدنية[2] .والثاني (علم العدد ألناظري) ، يفحص عن الأعداد بإطلاق على إنها مجردة في الذهن من الأجسام [3] .

ثانيا : علم الهندسة وهو كذالك علمان أحداهما عملي والثاني نظري ، فعلم الهندسة العملي ، ينظر في خطوط وسطوح جسم خشب الذي يستعمله نجار أو في جسم حديد إن كان

---

[1] ابن قنفد القسنطيني ، وسيلة الإسلام بالنبي عليه الصلاة والسلام ، مرجع سابق ، 122 .

2 الفارابي ، **إحصاء العلوم** ، تحقيق عثمان أمين ، ط1 ، دار الفكر العربي ، القاهرة 1949 م ، ص 34 . 35 .

3 المصدر نفسه ، ص 35 .

يستعمله حداد ، أو في جسم حائط إذا كان يستعمله البناء[1] ، إما علم الهندسة النظري ، ينظر في خطوط وسطوح وأجسام على الإطلاق والعموم [2] .

ويتكلم الفارابي عن المنطق ، والذي يخبر عنه بالجملة على ما فيه عرضا وجوهرا من تعريف حده ومدلول عنوانه ، وذكر العلوم التي تناسبه ، وإيضاح منفعته ، وفائدته ومضرة الجهل بعدم معرفته ، وإحصاء أجزائه ، وجمل ما في كل واحد منها، وقوانين المنطق عند الفارابي هي قوانين عامة ، تقوم العقل البشري وتسدده نحو الصواب ونحو الحق ، وهي مدخل لكل معرفة ولكل علم ، ولابد من مراعاتها حتى نصل إلى الحق اليقين[3] ، فهو يرى إن كل علم أسسه المعرفية قائمة على قوانين المنطق ، التي هي بمثابة منهج يقيم مبادئه ، ولهذا فهي ضرورية لكل من أراد أن يدرك الحقيقة العلمية والفلسفية لأي من العلوم او معرفة من المعارف .

ويرى الفارابي أن فائدة[4] المنطق تتمثل في :

الفائدة الأولى : هي في كل ما نلتمس تصحيحه عند غيرنا .

الفائدة الثانية : هي فيما نلتمس تصحيحه عند أنفسنا .

الفائدة الثالثة :هي فيما يلتمس غيرنا تصحيحه عندنا .

---

1 المصدر نفسه ، ص 35 .

2 المصدر نفسه ، ص 38 .

3 عباس محمود العقاد ، **إعلام الإسلام الفارابي** ، دائرة المعارف الإسلامية ، ص 89 .

4 الفارابي ، المصدر السابق ، ص 13 .

هذه الفوائد التي ذكرها الفارابي هي لب الأسس المعرفية التي يقوم عليها أي منهج سليم في تصحيح المفاهيم ، وتتعلق بالتداخل الوظيفي بين الحضارات .

ـ بن الياسمين ت (891 هـ – 1486): هو أبو محمد عبد الله بن محمد بن ، الذي اشتهر بابن الياسمين نسبة الى أمه ، وهو من أهل فاس ، ولا يعرف المؤرخون مكان وتاريخ ميلاده [1]، يعتبر من الأوائل الذين استخدموا كلمة جذر (ج) التي صار يرمز له حاليا بالشكل (√) ، وللمجهول بالحرف الأول من كلمة شيء (ش) ، والذي حول فيما بعد الى (س) ، ولمربع المجهول بالحرف الأول من كلمة مال (م) ، وصار الان ($س^2$) ، ولمكعب المجهول بالحرف الأول من كلمة كعب (ك) ، وهو الان ($س^3$) ولعلامة المساواة بالحرف (ل) الذي استبدل بالعلامة (=) ، ولعلامة الجمع عطف بـــ (واو) ثم استبدلت فيما بعد بعلامة (+) . وقد ساعدت هذه الرموز على تقدم العلوم الرياضية تقدما هائلا ، ويكفي علماء الجبر من المسلمين فخرا أن " فيتا " الذي يعد حاليا في نظر الكثيرين واضع مبدأ استعمال الرموز في علم الجبر ، قد اطلع على كتاب " كشف الأسرار عن علم الغبار " للقلصادي بعد ترجمته إلى اللاتينية ونقل عنه فكرة استعمال الرموز ، ثم ارتقى بها إلى أن أخذت شكلها الحالي [2] .

ـ ابن سينا (أبو علي الحسن بن عبد الله) (980 . 1037 م) : ألف كتابا ضخما سماه (الشفاء) يقسم ابن سينا العلوم النظرية إلى ثلاثة أقسام : العلم الطبيعي والعلم الرياضي والعلم الإلهي ، فالعلم الرياضي له فروع ، وفروع علم العدد هو علم الجمع والتفريق وعلم

[1] ابن السعيد ، الغصون اليانعة في محاسن شعراء المائة السابعة ، تحقيق ابراهيم الأربياري ، دار المعارف ، القاهرة ، 1945 م ، ص 42 .
[2] قدوري حافظ طوقان ، مرجع سابق ، ص 54

الجبر والمقابلة ، ومن فروع الهندسة علم المساحة وعلم الحيل المتحركة ، وعلم جر الأثقال ، وعلم الأوزان والموازين وعلم الآلات الجزئية.

ـ الإخوة بني موسى وشاكر محمد واحمد والحسن ، والذين نبغوا في الرياضيات والفلك والميكانيكا في زمن الخليفة المأمون العباسي[1] ، فقد استعملوا منحى "نيكوميدس " في تقسيم الزاوية إلى أقسام ثلاثة متساوية ، كما عرفوا استعمال الطريقة المستخدمة حاليا في إنشاء الشكل الاهليلجي[2] ، وثابت بن قرة الحراني المتوفى سنة (288 هـ / 901 م) الذي كان من المع علماء عصره وعرف بابتكاراته التحليلية ، وبتقسيمه للزاوية إلى ثلاثة أقسام متساوية بطرق تغاير الطرق التي كانت معروفة عند الإغريق[3] ، وأبو الوفاء البوزجاني المتوفى سنة (388 هـ / 998م) ، الذي برع في علم الهندسة ويعتبر من المع علماء العرب الذين كان لبحثهم ومؤلفاتهم الأثر الكبير في تقدم العلوم من فلك ، والمثلثات ، وأصول الرسم ، وفوق ذلك كان من الذين مهدوا لإيجاد الهندسة التحليلية بوضعه حلولا هندسية لبعض المعادلات والإعمال الجبرية العالية[4] ، وهناك أيضا الحسن ابن الهيثم المتوفى سنة (430 هـ / 1048 م) ، الذي اعتبره ابن القفطي في الهندسة بأنه" صاحب التصأنيف والمأليف في علم الهندسة ، كان عالما بهذا الشأن ، متقنا له بغوا مضه ومعانيه ، مشارك في علوم الأوائل ،

1 ابن القفطي مرجع سابق ، ص 441 .

2 قدري حافظ طوقان ، علماء العرب وما أعطوه للحضارة ، دار الكتاب العربي ، بيروت ، ص 56 .

3 قدري حافظ طوقان ، تراث العرب العلمي ، مرجع سابق ، ص 169 .

4 قدري حافظ طوقان علماء العرب وما أعطوه للحضارة ، مرجع سابق ، ص 61 .

أخذا عنه الناس واستفادوا ...."[1]. وقال عنه (جورج سارتون) في كتابه الشهير " تاريخ العلوم " : " إن إبن الهيثم أعظم عالم ظهر عند العرب في علم الطبيعة ، بل أعظم علماء الطبيعة في القرون الوسطى ومن علماء البصريات القليلين المشهورين في العالم كله "[2].

وأبو الريحان الباروني ، ولد في خوارزم عام (973 م)، المتوفى (440 هـ / 1048 م) ، الذي كان يعد من المع علماء زمانه ومن ذوي العقول الجبارة ، اشتهر في كثير من العلوم وفاق علماء عصره وعلا عليهم ، وكانت له ابتكارات وبحوث مستفيضة ونادرة في الرياضيات .ولقد أتقن العديد من اللغات إلى جانب الخوارزمية ، لغة بلده والعربية ، فقد اتقنا الفارسية و السريانية ، مما ساعده على الاطلاع على أصول العلوم في لغاتها الأصلية .

1المرجع نفسه ، ص 61 .

[2] سيف أنطوان ، تاريخ العلوم عند العرب ، 1985 ، بدون دار النشر ، 133 .

صعوبات تطور الفكر الرياضي في العربية الاسلامية :

إن العرب والمسلمين فتحوا الآفاق للدفعة العلمية عامة والرياضية خاصة ، لما ننظر في إيجاد الحلول لحل مسائل طالما بقيت عالقة على مدار الحضارات التي سبقتهم من مصريين وبابليين وهنود ويونانيين ... حيث يقول كاجوري [1](Cajori) : " إن العقل ليدهش عندما يرى ما عمله العرب في الجبر ... " حيث أنهم استطاعوا وتمكنوا حل وفك الحصار عن الرياضيات والذي عرفه العدد عند اليونان وجعلوا لصفر مكانة لم يكن يعرفها من قبل حيث أعطى للرياضيات تصورا جديدا واكتشافا رائعا ساهم في تطور الرياضيات ، كما صنعوا تكاملا وانسجام في الرياضيات بين الجبر والهندسة ، حيث أصبح الأول مساعد للأخر والعكس بالنسبة للهندسة مساعدة للجبر ومن هذه الحلول كذلك[2] :

ـ حل مشكلة العد والحساب .

ـ حل مشكلة الفصل بين الحساب والهندسة .

ـ حل مشكلة الجبر.

ـ حل مشكلة المثلثات .

نجد الخوارزمي الرياضي والفلكي ، وعضو بيت الحكمة ببغداد في كتابه " المختصر في حساب الجبر والمقابلة "وهو كتاب جامع مانع وموضح مبسط ، ومهم لعلم الحساب ، لقد اثبت مبرهنة فيثاغورس في الحالة الخاصة في المثلث المتساوي الساقين اختلافه عن مبرهنة

[1] ذكر سابقا
[2] د الاخضر شريط ، مرجع سابق ، ص 72 .

أوقليدس الذي لم يتمكن من اثباتها هندسيا رغم أن الفيثاغريين اثبتوا قبله كما قلنا سابقا ان العدد جذر اثنان ليس عددا ناقطا ، وهو طول وتر في المثلث قائم الزاوية طولا ضلعا القائمة فيه 1 . ووجود المبرهنة في كتاب الخوارزمي كان ربما لغرض حرفي ، لأنه زاوج في كتابه خاصة الجزء الهندسي منه ، بين الأشكال الهندسية وتطبيقاته عمليا ، كان إثباته معروفا عند اليونان والهنود[1] ، كما قام بنشر نظرية معادلات قابلة للحل عن طريق الجذور ، وهو ما قدم بصورة مختلفة في مسائل علم الحساب والهندسة وله نماذج يدخل بها على المفاهيم الاولية وهي[2] :

- أس^2 = ب س .
- أ س^2 = جـ .
- ب س = جـ .
- أ س^2 = ب س = جـ .
- أ س^2 + جـ = ب س .
- أ س^2 = ب س + جـ .

وبعدها يدخل مفهوم الصيغة العادية ، ويشترط اختزال كل معادلة من المعادلات السابقة إلى الصيغة العادية التي توافقها[3] :

- س^2 + ق س = ك .

---

[1] سعيدان أحمد سعيد ، هندسة أوقليدس بأيد عربية ، دار البشير ، عمان ، 1991 ، ص 153 .
[2] د الأخضر شريط ، مرجع سابق ، ص 62
[3] نفس المرجع ونفس الموضع .

- $س^2$ = ق س + ك .

- $س^2$ + ك = ق س .

ثابت بن قرة وله كتاب " رسالة في الحجة المنسوبة إلى سقراط في المربع وقطره " أعطى حلا للمسالة التالية : تقسيم مربع مبني على وتر مثلث قائم الزاوية ، إلى قطع نستطيع أن نركب بها المربعات المبنية على أضلاع المثلث عينه ، وهي فكرة تختلف تماما عن فكرة سابقيه والتي جاء بها أوقليدس لنظرية فيثاغورس[1] .

الحسن أبن الهيثم ، فيزيائيا ورياضيا ألف كتاب " المناظر " الذي جعل من علم البصريات علما قائما بذاته له أصول وقوانين ، لم يكن نافيا او متخلص من أفكار سابقيه ، ولكن كان شارحا ومحققا لها ، والآراء والنظريات التي أكدها العلم الحديث والتي خالف بها سابقيه رأيه الشهير في تفسير الرؤية البصرية[2] ، فمن نظر سابقيه القول بنظرية الصدور ، والتي مفادها أن النور يأتي من الجسم المرئي بشكل مباشر كما بشأن الشمس والنار ، أو بشكل غير مباشر كما عند انعكاس ضوء احديهما على الجسم ، فيرد هذا النور إلى العين فتتم الرؤية ، وأتى ابن الهيثم ومن معه بنظرية تقول : إذا كانت العين في الظلام والجسم المرئي في الضوء تتم الرؤية ، إما إذا كان العكس فلا تتم الرؤية ، إذن مصدر الإبصار صورة الجسم باتجاه العين ، وهي حجة تقوم على الملاحظة السطحية العاجزة عن حسم الخلاف

[1] سعيدان احمد سعيد ، المرجع السابق ، ص 170 .
[2] سيف أنطوان ، مرجع سابق ، 1985 ، ص 132 .

وأتى العلم الحديث بحجة قاطعة مؤيدا لما قاله (ابن الهيثم)، وكان القدماء يعتقدون أن الضوء لا سرعة له ، فتحول موقفه إلى نظرية علمية معاصرة [1] .

[1] المرجع نفسه ، ص 137 .

الفصل الثالث

صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية عند المحدثين والمعاصرين

عند المحدثين :

- ديكارت
- لايبنتز

عند المعاصرين :

- جورج بول
- بيانو
- راسل .

ـ مدخل عام :

لقد كان العلم اليوناني الذي تركزت فيه جميع جهود الحضارات السابقة كالمصرية والبابلية وغيرها من الحضارات القديمة ، ففي حوالي القرن الثاني الميلادي قد بدا ينهار ، ولكن بالرغم من ذلك بقي له نفوذ ما في مدرسة أثينا ، وفي جامعة الإسكندرية ، استمر بعد ذلك الوقت قرنين من الزمن[1] ، أما السبب في ذلك الانحدار للعلم والفلسفة اليونانية ، فهو بلا شك ذلك الوسط الذي يسيطر عليه الدين المسيحي ، وفرضوه[2] ، حتى خفت صوت العلم ، بل انقطع وخيمت على أوربا عصور من الظلام الدامس ، وسيطر هؤلاء على الفكر الأوربي قرابة خمسة عشر قرنا ، وكبلوه بقيود من حديد لم يستطيع أن يتخلص منها[3] ، فعارض أباء الكنيسة العلوم الدنيوية معارضة شديدة ، واعتبروها من العوارض الزائدة التي لا تجدي نفعا ولم يعترفوا إلا باللاهوت .

وفي أواخر القرن التاسع عشر ، صحت أوربا من سباتها العميق ، واجتاحها إعصار النهضة بكل ما يحتويه من مذاهب وتيارات فكرية ، وراح يقتلع كل رواسب القرون الوسيطة باذرا بذورا جديدة للعلم والمعرفة [4] .

وقد تحول الفكر الغربي من الفلسفة المسيحية إلى العلوم ، بعد ظهور وتبلور مفهوم العلم التجريبي ، الذي ابتكره المسلمون عاملا هاما في الاضطراب الذي أصاب الغرب ، ولتقمه

---

[1] . جلال مظهر ، الحضارة الإسلامية أساس التقدم الحديث ، مركز كتب الشرق الأوسط ، القاهرة ، ص 47 .

[2] . المرجع نفسه ، ص 48 .

[3] . المرجع نفسه ، ص 50 .

[4] . خالد الحديدي ، مرجع سابق ، ص 13 .

الغرب متجرد من روحه ، المتمثل في ربانية منهجه وقد جاء هذا كله في مرحلة متقدمة من عصر النهضة الذي بداء بانتقال مفهوم المنهج التجريبي الإسلامي إلى الغرب ، منفصلا عن البعد الأخلاقي والمسؤولية الفردية والجزاء الأخروي[1] ، وقد جاء هذا هو الفصل بين العلم ، وبين مفهوم البعد الإلهي ، نتيجة للخلاف الذي وقع بين الكنيسة ، وبين علماء التجريب والذي وصل إلى مرحلة خطيرة انتهت بالقضاء الكامل على العلاقة بين العلم والدين ، ثم الانطلاق في الجانب الأخر ، وهو بناء تصور فلسفي لعلاقات المجتمع نشأ عنه مفهوم الفلسفة المادية والايدولوجيا الرأسمالية والاشتراكية[2] .

وهنا بدا تحول النفوذ العلمي ، ذلك التحول التاريخي الذي أدى إلى انشأ منهج فلسفي يحاول أن يقدم بديلا عن الدين .

ديكارت والمعرفة الرياضية :

ديكارت (ت 1650) فيلسوف فرنسي ، صاحب أهم ابتكار ساعد على تقدم الرياضيات بشكل سريع ومختلف عن الرياضيات التقليدية، وقد وضح الفارق بين الفلسفة القديمة والحديثة ، والميزات التي توجد في فلسفته ، وفضلها في تقديم المعارف البشرية " إن الفلسفة هي دراسة الحكمة والحكمة علم واحد كلي ، هي تفسير جامع للكون أو هي نظام شامل للمعرفة البشرية ، وليست الفلسفة مجرد مجموعة معارف جزئية خاصة ، وإنما هي

1 . أنور الجندي ، **الفكر الغربي** ، دراسة نقدية ، ط1 ، وزارة الأوقاف والشؤون الإسلامية ، الكويت ، 1987 م ، ص 112 .

2 . أنور الجندي ، مرجع سابق ، ص113 .

علم المبادئ العامة ، يعني إنها علم للأصول التي هي أساس ما في العلوم "[1] ويرى برنشفيك إن الديكارتية اعتبرت دائما نموذجا في الفلسفة النسقية عند المحدثين[2] فديكارت هو واحد من الفلاسفة الذين لعبوا دور كبير في تغيير مسار الفلسفة الغربية ، من سيادة النزعة الغائية والتفسير اللاهوتي و الميتافيزيقي للظواهر على حد تعبير أوغست كونت ، وفي مبدأ ديكارت إن العلم كالشجرة ، جذورها الميتافيزيقا وساقها الطبيعيات ، وفروعها سائر العلوم الأخرى ، ويقول : فالفلسفة بأسرها أشبه بشجرة جذورها الميتافيزيقا ، وجذعها الفيزيقا ، والفروع التي تخرج من هذا الجذع هي كل العلوم الأخرى التي تنتهي إلى ثلاثة علوم رئيسية هي : الطب والميكانيكا والأخلاق[3] .

ويمكن النظر إلى فلسفة ديكارت من زوايا متعددة، فمؤرخ الرياضيات يرى إن الخاصية المميزة للهندسة الديكارتية هي نسق التوازي الذي يقابل المعادلات بالمنحنيات ، ويرد مسائل الهندسة إلى مسائل الجبر ، وبالنسبة لمؤرخ الميكانيكا والفيزياء فان الخاصية المميزة للعلم الديكارتي يتمثل في نسقية الحركة في الامتداد ذي ثلاثة أبعاد وهذا كافي لتحديد الجانب الموضوعي في الظواهر، بينما بالنسبة لمؤرخ الميتافيزيقا فان الخاصية المميزة للتفكير الديكارتي هو الربط النسقي للذات المفكرة بالوجود الإلهي ، وبالأشياء المادية الواقعية والمحيطة به . فاهم ما يميز إسهامات ديكارت هو إعداده لمنهج فلسفي ولفلسفة ميتافيزيقا ،

---

1 ديكارت ، **مبادئ الفلسفة** ، ترجمة عثمان امين ، دار النهضة المصرية القاهرة ، 1960 ، ص 13 . 14 .

2 L .Brunschvicg :les étapes de la philosophie mathèmatique,OP,cit,p128

3 ديكارت ، المصدر السابق ، ص 71 .

وعلاوة على ذلك تابع دراسته العلمية حول الظواهر الضوئية كما واصل معالجة مسائل الهندسة ، ولهذا حسب ديكارت الأفكار الميتافيزيقية تدرك بالفهم وهي تساعد على جعل الروح مألوفة ودراسة الرياضيات التي تمارس التخيل باعتبارها للإشكال والحركات تعودنا على تكوين مفاهيم متمايزة ، "وبالاعتماد على الحوادث العادية ، وبتجنب التأمل ودراسة الأشياء التي تعتمد على التخيل ، نتعلم كيفية التوحيد بين الجسم والروح "[1] . وإذا ما ركزنا الحديث عن الرياضيات نستنتج إن للتخيل دورا في هذا العلم ، فهو يساعد لمعرفة الأشكال والحركات التي يقوم بتقسيمها في الامتداد لترجمة الأعداد إلى خطوط وتوحيد الجبر والهندسة .

يقول ديكارت : " عندما أتخيل مثلثا ليس فقط إنني أدركه كشكل مركب ومكون من ثلاثة خطوط ، ولكن علاوة على هذا فإنني اعتبر هذه الخطوط الثلاثة حاضرة بقوة في تطبيق الذهن وهذا ما أطلق عليه اسم التخيل[2] ، ويتابع ديكارت عن الأشكال الهندسية ودور التخيل في إدراكها : " وإذا أردت أن أفكر في " chiliogone "[3] فإنني أدرك انه شكل مكون من 1000 ضلع ، بنفس البساطة التي أدركت بها إن

المثلث يتكون من ثلاثة أضلع فقط ، لكن لا يمكنني تخيل الأضلع الألف لهذا الشكل ،

---

1 - Henri Gouhier : La pensée métaphysique de Descartes, J . Vrin ,Paris 1987, p 332

2-R .Descartes :Œuvres de Descartes , Méditations VI ,FG Leveraut , Paris, 1824,p 323

3 Θ- Chiliogone : شكل هندسي مكون من ألف ضلع وألف زاوية.

ولا رؤيتها ، ونظرا لأنه من العادة إنني اعتمد على التخيل عندما أفكر في الأشياء الجسيمة ، فانه عندما أدرك الشكل ذو 1000 ضلع ، فإنني اخلط بين بعض الأشكال مما يعني انه واضح إن هذا الشكل ليس ذو 1000 ضلع لأنه لا يختلف عن الأشكال التي امتثلت في مخيلتي "[1] ، وبهذا المثال أكدا ديكارت حاجة الرياضي للتخيل في عملية إدراك المفاهيم الرياضية ، خاصة الهندسية التي لا يمكن التوصل إليها بالفهم فقط كما هو الشأن بالنسبة للمثلث .

وعندما تحدث ديكارت عن طرق التفكير " تساءل ما هو الشيء الذي يفكر ، انه الذي يشك ، يدرك ، يثبت ، ينفي ، يريد ، يتخيل ، يختار وينتخب "[2] ومنه فقد ميز بين الإدراك والتخيل ، إلا أن استخدام التخيل في البرهنة الرياضية يحتوي على مجموعة من مساوئ نذكر منها :

• التخيل يفرض تركيز وانتباه خاص للعقل الذي يطابق الجسم حيث يتوحد به لتمثيل الأشكال، وهذا التركيز ناجم عن كون وظيفة العقل الأساسية هي التفكير لا التخيل. ومن ثم فهو يؤدي إلى التعب ، وإذا لم توضع حدودا للتخيل فانه سيتحول إلى عائق بالنسبة للفكر ، ولهذا يجب أن ترسم حدوده .

---

1 - R .Descartes :Œuvres de Descartes, OP , cit 323 ;

2 – Kim ‘Sang Ong –Cung : Descartes et l’ambivalence de la création .J.Vrin. Paris , 2000 , P 89 ,

• يمكن للعقل أن يكتفي بالبراهين وبالحلول التي يتم التوصل إليها من خلال التخيل دون أن يكون مقتنعا بها وهذا ما يخالف الوضوح الذي أكد عليه ديكارت[1] . يقول ديكارت "كنت معجبا بالرياضيات بسبب يقين وبداهة براهينها ، لكنني لم الحظ بعد استعمالها الحقيقي واعتدنا الاعتقاد إنها لا تنفع إلا في الصناعات الميكانيكية ، فعجبت لأمرها ، فمع إن أسسها ثابتة ومتينة "[2] ، من خلال قوله يبين أن أسس الرياضيات تتميز باليقين والبداهة ، ولا شك أن أسسها حدسية ، ويبين أيضا إنها نموذج لليقين ، ويمكنها أن تكون نموذجا لصرح منطقي يتميز بالدقة واليقين .

ولهذا فان ديكارت قد أشار إلى التخيل لإثبات تمايز العقل والجسم أو الروح والجسم ، وان الأفكار الواضحة والمتميزة التي لدى الإنسان عن الأشياء الملموسة أو الجسمية ، البعض منها كما يقول ديكارت مستمدة من الفكرة التي يكونها الإنسان عن نفسه، كتلك الفكرة التي يكونها عن المادة ، الزمن ،العدد ، وأشياء أخرى مماثلة لأنه "عندما أفكر إن الحجر هو مادة أو شيء يوجد ، ولأنني مادة ومع ذلك أدرك إنني شيء يفكر غير ممتد ، وان الحجر على عكس هو شيء ممتد ولكن لا يفكر ، وان من التصورين هناك فارق واضح بينهما ولكنهما مع ذلك يتفقان في كونهما مادة ، ونفس الشيء عندما أفكر إنني موجود ،

---

1 – René Descartes : Discours de la méthode .J . vrin . Paris . 1987 , P 192

2 .

–René Descartes . Discours de la méthode , Essai , Ouvrage présenté par Omar Mehibel Editions , 1991 , P 11

أتذكر إنني كنت يوما ما كذا ، وأدرك أنواع مختلفة من الأفكار حينها اعرف ماذا يعني العدد ، وحينها أرد إلى ذاتي فكرة الزمن والعدد ، وبعدها أضيفها على أشياء أخرى "[1]

لقد قدما ديكارت منهجا بقواعده ومبادئه لطلب الحقيقية في العلوم ، فهو قد كان رجل علم قبل كل شيء[2]. كما بني العلم على منهج أطلق عليه اسم المنهج الديكارتي ، والذي يقوم على تعويض الحسي بالعقلي ، والكيفي بالكمي ، وكان يريد أن يترجم قدر الإمكان جميع الظواهر إلى مقولة العدد ، كما يقوم المنهج على تمجيد العقل على حساب التجربة .

ويعد الترميز الجبري من أهم ابتكارات العصر الحديث ، والذي ساعد بدوره في تقدم الجبر وما يرتبط به من الفروع الأخرى للرياضيات ، ولهذا يتفق المفكرون على إن أهم مبادئ الجبر وضعت عندما وضع فييت اغلب الرموز مع بداية القرن السابع عشر ، وفي هذه الآونة وبالذات ظهر ابتكار ديكارت للهندسة التحليلية ، ولا شك في انه استفاد كثيرا من الأبحاث السابقة عليه خاصة أبحاث فييت[3].

نستنتج من قول ديكارت ، انه يدرك بوضوح علاقاته بالأشياء المادية المحيطة به، فهو يؤكد انه من الرغم من اتفاقهما في كونهما مادة ، إلا إنهما يختلفان على أساس إن جسم الإنسان لا يمتد وهو متصل بالعقل والروح مما يجعله كائن عاقل مفكر، بينما الشيء الخارجي المادي يمتد ولا يفكر الأول يدرك الثاني لكن الثاني لا يمكنه أبدا أن يدرك الأول ،

1

-R .Descartes :Méditations III , OP .cit. p 279.

2 ـ عثمان أمين : ديكارت ، المكتبة الانجلو مصرية ، القاهرة ، ط 6 ، 1976 ، ص 302 .

3 - Renè Taton , Histoire du calcul ,(Paris : Presses Universitaires de France , 1961 p. 101)

وانه من خلال الاحتكاك بالعالم الخارجي يستطيع التواصل إلى الكثير من المفاهيم وخاصة مفهوم الزمن والعدد .

كما نستنتج من قوله انه أكد على العدد ، لأنه كان العلم الحقيقي هو الذي موضوعه العدد ، كما أكد على الحركة والوضع ، كي يشير إلى علم الميكانيكا والفيزياء ، وهي العلوم التي أكدا عليها ديكارت واعتبرها علوم قابلة للبحث والدراسة خلافا للعلوم التي تدرس الإنسان ، وان الرياضيات التي تبحث في المعادلات والمستقيمات والمنحنيات هي علم الممتد ، وكل تفكير في الامتداد هو الرياضيات .

ليبنتز والمعرفة الرياضية :

يتفق الكثير من المناطقة المعاصرين على إن البوادر الأولى لتجديد المنطق ظهرت في العصر الحديث ، وذلك لدى ليبنتز، وهو فيلسوف ألماني يعتبر الأب الحقيقي للمذهب اللوجستيقي ، ويعتبر مبتكر المنطق الرياضي ، لان أفكاره تحمل دعوة إلى التجديد المنطق ، كما انه أول من ابرز التشابه بين المنطق والرياضيات ، فحاول أن يقيم علما يشابه الرياضيات ويشمل المنطق التقليدي[1] .

لقد أسس ليبنتز فلسفته على فكرة " الجوهر" على غرار ديكارت ، إلا انه اختلف عنه فيما يخص علاقة الذهن بالمادة ، وعدد الجواهر ، فإذا كان ديكارت قد قال بثلاث جواهر : الله ، المادة ، العقل أو الذهن ، فان عدد الجواهر عند ليبنتز هو لا متناهي والتي أطلق عليها اسم المونادات .

---

1 محمد احمد مصطفى السرياقوسي ، **التعريف بالمنطق الرياضي** (الإسكندرية : دار المعارف ، 1978 م) ، ص 125.

وإذا كان ديكارت قد أكد بان الامتداد هو ماهية المادة ، وسبنوزا يرى إن الامتداد والفكر صفتان لله ، فان ليبنتز أكد إن " الامتداد يمكن إن يكون صفة للجوهر ، وحجته في ذلك انه ينطوي على التعدد ، ولهذا عوضه بالفكر فهو الصفة الجوهرة الوحيدة الباقية " [1] .

إن المعرفة أو الفهم الإلهي والإرادة الإلهية هما جزء من طبيعة الإله ، وفهمنا نحن البشر ليس مطابقا لفهم الإله ، النفس هي من أثار الفهم الإلهي ولا يمكن اعتبارها جزء من الفهم اللامتناهي[2] ، فليبنتز يؤكد عدم وجود تشابه بين الذات الإلهية والذات الإنسانية ، إلى درجة انه يرفض الفكرة التي تؤكد أن التسمية اللفظية هي نقطة الاشتراك بين الفهم الإنساني والإلهي .

يميز ليبنتز بين الحقائق الضرورية الأبدية ، كالحقائق الهندسية الحسابية المنطقية، فضرورتها مطلقة وضدها يعني الوقوع في التناقض إي الاستحالة المنطقية ، كما يميز بين الحقائق الممكنة والاحتمالية والتي ضدها لا يستلزم تناقض ، وهي التي تعبر عن حقائق الواقع ، والتجربة ، قوانين الطبيعة حقائق التاريخ ومنه فضرورتها هي فرضية وهي مرتبطة

---

1 – برتراند راسل : **تاريخ الفلسفة الغربية** ، الكتاب الثالث ، الفلسفة الحديثة ، ترجمة محمد فتحي الشنيطي ، المكتبة المصرية ، 1977 ، ص 140

2 . Renée Bouveresse : Spinoza et Leibniz L idée d animisme universel , J , Vrin . paris . 1992 . p 239

بقرارات الإله[1] ، فليبنتز يقر إن الحقائق الرياضية هي حقائق مطلقة وهي أبدية وضرورية وهي تنتمي إلى منطقة الفهم الإلهي وتتعلق بإرادته[2] .

جورج بول Georges Boole : 1815 ــ 1864" رياضي إنجليزي ويعتبر أكثر علماء الرياضيات تحمسا لإقامة المنطق على الرياضيات والذي يجعل المنطق والرياضيات متقاربين إلى حد كبير ، وقد سخر كتابيه " التحليل الرياضي للمنطق " لتحقيق هذه الفكرة في تاريخ العلوم ، وهذا إلى درجة جعلته يقول : بان المنطق أصبح دراسته الجادة بينما أصبحت الرياضيات مجالا ينصرف إليه للترويج عن النفس يقول : " لم يعد من الجائز أن نجمع بين المنطق والغيبيات ، بل يجب جمع المنطق والرياضيات ... فالمنطق مثل الهندسة، يقوم على حقائق بديهية ، وتعريفاته مبنية وفقا للنظرية العامة للرمزية التي تشكل أساس كل ما هو معترف به كتحليل " [3]

إن أعمال هذا المفكر المتجهة لترويض المنطق تتمثل في مجموعة من الرموز الأساسية التي يستعملها في عملية الاستنباط ، والتي قدم من خلالها محاولة لإقامة منطق على نموذج علم الجبر ، استخدم فيه الرموز الحرفية ، فهو يشير إلى فئات بحروف هجائية س ،

---

1 – Aloyse Raymond Ndiaye : La philosophie d'antoine Arnauld ,J. Vrin ,Paris , 1994 , P 333 .

2 –Anne Becco : Du simple selon G. W . Leibniz , descours de mètaphysique et de monadologie , J ,Vrin . Paris , 1975, p 177.

[3] بلانشي روبير ، المنطق وتاريخه من ارسطو حتى راسل ، ترجمة الدكتور خليل احمد خليل ، المؤسسة الجامعية للدرسات والنشر والتوزيع لبنان ص 366 .

ص ، ع استعملها بدلا عن الحدود وهي عبارة عن متغيرات والفئات عنده بديلة للتصورات في المنطق التقليدي ، فرمز العلماء (س) ، رمز الأدباء (ص) و رمز الأطباء (ع) وهكذا ويرمز إلى مختلف العمليات المنطقية المطبقة على الفئات برموز الحساب العادي مثل الجمع (+) ، الطرح (ـ) القسمة (÷) ، المساواة (=) ، الصفر (0) ، الواحد (1) ، اي انه اقترح ثوابت المنطق كثوابت الحساب .

وللتوضيح نقول ، بان فكرة الضرب (×) في مجال الفئات تعني اشتراك الفئتين في عناصر معينة ، فلو كانت لدينا مجموعة من الناس بغضهم علماء (س) وبعضهم أدباء (ص) وبعضهم علماء والأدباء ، ونعبر عن العملية بالصيغة " ص × س " كما في الجبر العادي ، كما ان الصيغة المعبرة عن مجموعة العلماء وحدهم داخل عالم البشر "1" تكون "س × 1 " ، كما أن " س × 1 = س " وأيضا " ص × 1 = ص " تماما كما في الجبر العادي ، ونقطة الخلاف بين الضرب المنطقي للفئات والضرب في الجبر العادي هي أن حاصل ضرب الحد في نفسه يساوي مربع الحد في الجبر العادي : " س × س = $س^2$ " اما حاصل ضرب الفئة يساوي الفئة ذاتها : " س × س = س " و يدعى ضرب الفئات بالتقاطع فيما بينها و رمز له بالرمز " ∩ " ، وإما فكرة الجمع المنطقي " + " بين الفئات ، فإنها تعني إحصاء كل أعضاء الفئات مرة واحدة ، لذا تدعى العملية حاليا بالاتحاد بين الفئات ويرمز لها بالرمز" ∪ " وهي تقابل فكرة الفصل غير ألاستبعادي في منطق حساب القضايا، فلو كانت لدينا مجموعة من الطلبة ومجموعة أخرى من الأساتذة ، كان مجموعة الطلبة والأساتذة هو الذي يشكل الجمع أو الإتحاد المنطقي للفئتين ، ونعبر عن العملية بالصيغة "س + ص " أي حاصل إحصاء أعضاء الفئتين .

تناول بول التصنيف الرباعي للقضايا الحملية باليات جهازه الرمزي معتبر الحدود بمثابة فئات والقضايا بمثابة معادلات ، وكل معادلة إما أن يكون أحد طرفيها مساويا للصفر أو مساويا للواحد الصحيح الذي يرمز إلى عالم المقال وبيان ما يلي :

القضية	الصياغة الرمزية	صياغة
الكلية الموجبة	كل أ هو ب	أ (1 – ب) يساوي صفر
الكلية السالبة	لا أ هو ب	أ ب يساوي صفر
الجزئية الموجبة	بعض أ هو ب	أ ب تساوي ج أو أ ب لا تساوي الصفر
الجزئية السالبة	بعض أ ليس ب	أ (1 – ب) تساوي ج أو أ (1 – ب) لا تساوي الصفر .

وتوصل إلى نتيجة هامة وهي أن الكلية قضية فارغة المحتوى بينما الجزئية ذات دلالة وجودية ، كما وضع قوانين جبر الفئات [1] : عمل (بول) على اشتقاق جملة من القوانين الخاصة بحساب الفئات على أساس استخدام الجهاز الرمزي وأهمها مايلي :

1) أب = ب أ

2) أ + ب = ب + أ

3) أ (ب+ج) = أب + أج

4) أ (ب ـ ج) = أ ب ـ أج

5) إذا كان أ = ب ، فإن أج = ب ج

6) إذا كان أ = ب ، فإن أ + ب = ب + ج

7) إذا كان أ = ب ، فإن أ ـ ج = ب ـ ج .

(غيوسيب بيانو Giuseppe peano : 1858 ــ 1932) رياضي إيطالي اهتم بفحص أسس الرياضيات ومبادئها ، وقدم مساهمة مهمة فيما يخص أكسيوماتيك العدد ، وإقامة علم الحساب على أسس أكسيومية على نموذج الهندسة وفقا للطريقة الدقيقة المعاصرة، وإذا كان قد اهتم بالمساهمة في بناء المنطق على هيئة نسق اكسيومي ، فهذا بهدف إعادة بناء الرياضيات على هذه الهيئة ، فالمنطق عنده وسيلة والرياضيات غاية ، وكان يستعمل استدلالات منطقية خالصة في براهينه الرياضية وفي تعريفه للأعداد[2] .

[1] ـ د زيدان محمود فهمي ، المرجع السابق ص 83 .
[2] د زيدان محمود فهمي ، المرجع السابق ص 115 ـ 124 .
ـ الفندي محمد ثابت ، المرجع السابق ، ص 119 ـ 122 .

تأسيسه لأكسيوماتيك العدد [1]

ـ وضع بيانو ثلاثة حدود أولية وهي : الصفر ، العدد ، التالي .

ـ وضع خمس مصادرات هي :

1) ـ الصفر عدد والصيغة الرمزية " 0 ∋ ط "

2) ـ التالي لعدد عدد أي لكل عنصر " ن " من ط يوجد في ط عنصر وحيد هو " نَ " وهو العدد الذي يلي مباشرة "ن" أي إذا كان ن = أ فإن نَ = أَ .

3) ـ ليس لعددين ما نفس التالي أي إذا كان أ ، ن ∋ ط بحيث أَ = نَ فإن أ = ن

4) ـ ليس الصفر تاليا لأي عدد أي لأجل كل ن من ط يكون نَ لا تساوي 0

5) ـ كل خاصية للصفر بما أنها تصدق عليه باعتباره عددا فهي تصدق على العدد التالي الذي يليه ، كما تصدق على التالي الذي يلي تاليه وهكذا .

ويقوم منطق بيانو على ثلاثة مفاهيم أساسية :

1 ـ الفئة (Classe) .

2 ـ الانتماء إلى الفئة .

3 ـ احتواء (تضمن) فئة في فئة أخرى .

ويمكن القول من هذا أن المنطق لديه مؤسس على مفهوم الفئة [2]

كما وضع بيانو مصادرات يمكن من خلالها أن نستنبط قوانين المنطق وهي [3]:

1 ـ كل فئة محتواة في ذاتها هذا المبدأ في حساب الفئات كما هو واضح ، وهو

[1] د محمد علي ماهر عبد القادر ، فلسفة التحليل المعاصرة ، ص 77 – 78
[2] د زيدان محمود فهمي ، المرجع السابق ، ص 115 .
[3] د محمد علي ماهر عبد القادر المرجع السابق ، ص 73 وما بعدها .

يكفي مبدأ في حساب القضايا وهو : " كل قضية تتضمن ذاتها " .

2 ـ الضرب المنطقي بين فئتين فئة جديدة .

3 ـ إذا كان " أ " و " ب " رمزين لفئتين ، فان الضرب المنطقي بينهما محتوى الفئة "أ" ومحتوى في الفئة " ب " .

4 ـ صورتان متميزتان للقياس :

ـ إذا كان أ ، ب ، ج فئات وان أ محتوى في ب "هـ" عضو في أ فإن "هـ" عضو في ب

ـ إذا كان ب ج فئات وإذا كان أ محتوى في ب ، و ب محتوى في ج ، فإن أ محتوى في ج

برتراند راسل : Bertrand Russell 1872 ـ 1970 من أعلام الفكر الفلسفي والرياضيات المعاصرة ، فقد أبويه في الثالثة من عمره ، فنشأ في دار جده أمضى في طفولته وشبابه حياة يسودها التمسك بالتعليم الدينية وبقواعد النظام والانضباط ، لم يتلق تعليما رسميا قبل التحاقه بجامعة (كمبردج) ، تولى تعليمه وتربيته جده ثم جدته وكانت تربيه محافظة من أسرة عريقة تؤمن بالمبادئ الأرستقراطية والديانة البروتستانية ، لكن بحكم اعتقاد الجدة بهذا المذهب ، نقلت إلى حفيدها إيمانها بضرورة امتلاك الأفراد لحقهم في الحكم على الأشياء ، فأصبح هذا المبدأ المثل الأعلى للفيلسوف طيلة حياته ، فقد كان لا يتردد في اتخاذ موقف أو رفضه متى أوحى اليه عقله بذلك ، ومهما يكن فإن مواهبه بدأت في الظهور باكرا ، فقد بدأ يتفحص مبادئ الهندسة الإقليدية واتضح له أن الرياضيات تمتاز بيقين لا نظير له فوجه اهتمامه إلى دراستها وفي ال 18 من عمره التحق بجامعة (كمبردج)

، حيث التقى بالفيلسوف والرياضي الفرد نورث وايهتيد (Alfred North Whitehead 1861 ـ 1947) الذي رشحه للقبول في الجامعة بعد نجاحه بامتياز في اختبار ، وفيها كرس الشرط الأكبر من وقته لدراسة الرياضيات بحثا عن مصدر اليقين الرياضي ، وفي أخر دراسته الجامعية ، عكف على دراسة الفلسفة ليعيش الصراع الفكري بين المثالية والتجريبية وينتهي به الأمر إلى اعتناق فلسفة (هيجل) [1] .

وفي سنة 1913 الف برتراند راسل مع زميله وايتهيد كتاب " مبادئ الرياضيات " (principia mathematica) ، والذي يمثل المرحلة المهمة في صورنة الرياضيات ، وجعل من اللوجيستيقا أساس الرياضيات ، ورد الرياضيات إلى النطق أو إلى مجموعة من القضايا ، وتشير إلى حل نقائض الرياضة المعاصرة من خلال نظرية الأنماط ، فأصبح للمذهب اللوجيستيقي وجهان ، أولهما رد الرياضة بحذافيرها إلى المنطق الصوري ، ثم حل نقائض الرياضية بإقامة نظرية الأنماط [2] ، كما اعتمد كل من راسل ووايتهايد في بناء نسقهما المنطقي ، على الأبجدية التالية [3] :

[1] نقلا عن رسالة دكتوراه د عدلة عبد القادر ، المنطق الرياضي بين اليقين العلمي والعمق الفلسفي ، 2008 ـ 2009) تحت اشراف الدكتور محمد عبد اللاوي ، ص 230 .
[2] محمد ثابت الفندي ، فلسفة الرياضة ، مرجع سابق ، ص 125 .
[3] د . فريد زيداني ، مدخل إلى المنطق المعاصر ، حساب القضايا غير المحللة ، دار البصائر للنشر والتوزيع ، الجزائر،سنة 2012 ، ص 133 .

ا ـ المتغيرات :

ق ، ك ، ل ، ...

ب ـ الرابطان الأوليان :

رابط النفي .

رابط الفصل غير الاستبعادي .

ج ـ المعرفات وهي :

ق← ↔ ∨ ∧ ~ ك = تع ~ ق ∨ ك

ق ∧ ك = تع ~ (~ ق ∨ ~ ك)

ق ↔ ك = (~ ق ∨ ك) ∧ (~ ك ∨ ق) .

د ـ المسلمات وهي :

فتكتب بصورة متسلسلة كما يلي :

1.2 (ق ∨ ق) ← ق

1.3 (ك ← (ق ∨ ك)

1.4 (ق ∨ ك) ← (ك ∨ ق)

1.5 (ق ∨ (ك ∨ ل)) ← ((ك ∨ (ق ∨ ل)

1.6 ((ك ← ل)) ⊐ ((ق ∨ ك) ← (ق ∨ ل) .

والمبرهنات [1] :

2. 01 (ق ∨ ق) ← ق ⊐ ~ ق) = CCpNpNp

2. 02 = ك ⊐ (ق ← ك) = CqApq

2 .03 = (ق ← ~ك) ⊐ (ك ← ~ ق) = CCpNqCqNp

2 .04 = ((ق ← (ك ← ل) ⊐ ((ك ← (ق ← ل)) = CCpCqrCqCpr

2 .05 = ((ك ← ل) ⊐ ((ق ← ك) ← (ق ← ل)) = CCqrCpqCpr

2 .06 = ((ق ← ك)) ⊐ ((ك ← ل) ← (ق ← ل)) = CCpqCCqrCpr

2 .07 = (ق ⊐ (ق ∨ ق) = CpApp

2 .08 = (ق ⊐ ق) = Cpp

2 .1 = (~ ق ∨ ق) = ANpp

2 .11 = (ق ∨ ~ ق) = ApNp

2 .12 = (ق ⊐ ~~ ق) = CpNNp

2 .13 = (ق ∨ ~ (~~ ق)) = ApNNN .

[1] المرجع السابق مدخل الى المنطق المعاصر ، ص 137 وما بعدها .

ـ صعوبات الفكر الرياضي عند المحـدثـين و المعـاصــريــن

الأزمة ظاهرة طبيعية وإنسانية ، وجزء لا يتجزأ من نسيج الواقع المعيشي ، ويمكن للأزمة إن تنبثق في إي لحظة وفي ظروف مفاجئة نتيجة عوامل داخلية أو خارجية تشكل نوع من التهديد للمنظومة التي توجد فيها ، سواء كانت هذه المنظومة إنسانية أو اجتماعية ، أو نسق رياضي أو نظرية علمية ، وقد ازدادت الأزمات وخطورتها في العصر الراهن حتى إن مصطلح الأزمة قد أصبح من أكثر المصطلحات شيوعا واستخداما وتداولا ، حيث لا يخلوا اختصاص أو ميدان معرفي من هذا المصطلح .

. الدلالات اللغوية :

1 . اللغة العربية :

إذا أردنا تحديد الأبعاد المختلفة لمصطلح "الأزمة " فإلى أي مدى يمكن الاستفادة من جملة الدلالات اللغوية التي يمكن أن تأخذها هذه الكلمة ؟

ورد في " لسان العرب " لابن منظور في مادة "أزم" الكثير من المعاني اللغوية التي يمكن اختصارها فيما يلي :

. العض الشديد ، قطع بالناب أو بالفم أو بالسكين : الأَزْمُ : شدةُ الغض بالفَمِ كله ، وقيل بالأنياب ، والأنيابُ هي الأوازِمُ ، ... والأَزْمُ : القطعُ بالناب والسكين وغيرهم والأَوَازِمُ والأُزَمُ :الأنياب .

. بمعنى الشدة ، عكس الرخاء ، عكس الانفراج : وفي الحديث : اشتدي أَزْمَة تَنْفَرجي ، ... يقال : ان الشدة إذا تتابعت انفرجت وإذا توالت تولت .

. السنة المجدبة : قال : الأزمة السنة المُجْدِبة .. والأَوزامُ : السنُون الشدائد ... وأَزَمَ عليهم العامُ والدهرُ يَازِمُ أزْماً وأُزُوما : اشتد قحطه ، وقيل : اشتد وقل خيره .

. الملازمة والمحافظة : وأَزَمَ على الشيء يَازِمُ أُزُوماً : واظَب عليه ولَزِمه ، وأَزَمَ بضيعته وعليها ، اي مكث وحافظ ، الأُ زُومُ المحافظة الضيعة ، وتَأَزمَ القومُ إذا أطالوا الإقامة بدارهم ، وفي الصحاح : أزم الرجل بصاحبه إذا لَزِمَه ، وأَزَمَ بالمكان أَزْماً: لَزِمَه .

. أحكم فتل الحبل : وأَزَمْتُ الحَبْلَ والعِنانَ والخيط وغيره ازِمه أَزْماً : أحكمت فتله وضفره وهو مَازُوم ، والأَزْمُ : ضرب من الضفر وهو الفتل .

. المضيق : والمأزِمُ في الحبال حتى يلتقي بعضها ببعض ، وموضع الحَربِ أَيضا مازِم ،... المَازِمُ : مضيق الوادي في خُزُونهِ ، ومازِمُ الأرض : مضايقها تلتقي ويتسع ما وراءها وما قدامها ، ومازِمُ القِتال : موضعه إذا ضاق ، وكذلك مأَزِمُ العيش هذه عن اللحياني وكل مضيق مَأزم .

. الإغلاق : والأَزْمُ ، إغلاق الباب ، وأَزَمَ الباب أَزْماً أغلقه والأَزْمُ : الإمساك ، أبو زيد : الأزِمُ الذي ضم شفتيه ، والأزمُ : الصمت (أي إغلاق الفم) .. وفي حديث الصلاة أنه قال أيكم المُتكلم ؟ فأزمَ القومُ أي أمسكوا عن الكلام كما يمسك الصائم عن الطعام .

. ترك الشيء والأزمُ : تركُ الأكل وأصله من ذلك ، وفي حديث : ان عمر قال للحرث ابن كلدة وكان طبيب العرب : ما الطب ؟ فقال هو الأزْمُ ، وهو أن لا تدخِل طعاما على طعام ، وفسره الناسُ أنه الحمية ولإمساك عن الاستكثار [1] .

2 . اللغة الأجنبية :

يقابل كلمة " الأزمة " في اللغة العربية كلمة Crise في الفرنسية و crisis في الانجليزية ، وهي كلمة ذات الأصل اليوناني ، الذي يعنون به "القرار" décision كما تؤكد على ذلك مختلف المعاجم اللغوية ، ولكن الحقل الدلالي للكلمة توسع ، ليطلق على إي لحظة حاسمة أو تغير في الحالة أو الاتجاه ، أو التشعب bifurcation ، ومن هنا فإن أي قرار حاسم هو مرادف لكلمة أزمة .[2]

ومنه فإن ما يقابل مصطلح " أزمة " في اللغة الأوربية يفترض تلك الوضعيات الصعبة ، الحادة ، التي يصعب فيها اتخاذ القرار أو القيام بالفعل الذي يمكننا من الخروج من الأزمة .

يرتبط مصطلح الأزمة Crise بمصطلح النقد Critiude * ، وكل ما هو نقدي يقوم على مبدأ الشك الذي يتناقض في جوهره مع مصطلح اليقين Certitude فإذا أصابت

---

[1]) ابن منظور : **لسان العرب** ، ج1 ، دار إحياء التراث العربي ، بيروت ، ط3 ، 1999 ، ص ص 135 . 136 .

[2]) Corinne Beck & Yves LuGginbuhl &Tatiana Muxart : Temps et espaces des crises de l énvironnement , Editions Quae , 2006 , p , 265

*) ففي موسوعة أندري لالاند نرى كلمة Crise تشترك مع كلمة Critique وكلمة Critérium في نفس الجذر اليوناني الذي يعني الحكم أو اتخاذ القرار .

الأزمة موضوعا ما فهو في حالة نقدية ، ومن هذا الجانب يرتبط مصطلح النقد بمصطلح الأزمة ، ونحن حين نعرض موضوعا ما للنقد ، يكون هذا الموضوع عندئذ في حالة أزمة .

فإذا ما عدنا للأصل اللغوي لكلمة " نقد " وجدنا أن " نقد الشيء " تعني : نقره ليختبره ، أو ليميز جيده من رديئه ، يقال : نقد الطائر الفخ ، ونقدت رأسه بأصابعي ، ونقد الدراهم والدنانير وغيرهم نقدا ، وتنقادا : ميز جيدها من رديئها ، ويقال نقد النثر ، ونقد الشعر : اظهر ما فيهما من عيب أو حسن ، وفلان ينقد الناس : يعيبهم ويغتابهم [1]، والمعنى الذي نفهمه من علاقة الأزمة بالنقد أن الذي يتعرض لأزمة يمر بمرحلة اختباريه يقف من خلالها في مفترق الطرق ، إذ يختبر ليختار ، وفي هذا الموضوع بالذات نلتمس الأهمية القصوى لمرحلة الأزمة في صيرورة أي منظومة سواء كانت طبيعية أو بشرية أو اجتماعية أو غيرها ، ويعمل العقل البشري على مستوى تاريخ أي منظومة معرفية على تأزيم هذه المنظومة من خلال إخضاعها للفكر النقدي ، سواء من حيث المضمون (نقد داخلي) أو من حيث مصدره (نقد خارجي)، وعلى نحو أندر وفي الجانب القبيح : هو الذي يكون أميل إلى إبراز العيوب منه إلى إبراز المحاسن [2] .

وبسبب اتساع المساحة الدلالية لمصطلح " الأزمة " فإن هذا المعنى قد يلتقي مع المعاني التي يأخذها هذا المصطلح في ميدان النقد المسرحي ، حيث أن يفهم على انه :

ـ نقطة تحول إلى الأحسن أو الأسوأ في أي منشط من المناشط .

---

[1]) مجمع اللغة العربية : المعجم الوسيط ، مكتبة الشروق الدولية ، ط4 ، 2004 ، ص 944 .

[2]) أندريه لالاند : موسوعة لالاند الفلسفية ، مرجع سابق ، ص 238 .

ـ ويمكن أن يشير المصطلح أيضا إلى تلك النقطة من الزمان حيث ينبغي أن ينعقد العزم أو يقر القرار على أن مسار الفعل أو مجرى الأمور سيتوقف أو تدخله التعديلات أو أن يواصل مسيره كما كان .

ـ أو على تغير جذري في وضع ينتمي إلى حياة فردية ، وفي الدراما أو الأدب القصصي تحدث الأزمة حينما تشتبك القوى المتضادة خالقة الصراع في فعل حاسم تدور حوله الحبكة وتنعطف وتتحول .

ومثل تلك البرهنة القصيرة من الزمان قد تحدث أكثر من مرة في رواية أو مسرحية معينة ،وكل أزمة تؤدي إلى ذروة ، فالأزمة من الناحية الأساسية هي عنصر بنائي في الحبكة وتختلف في ذلك عن الذروة Climax في المحل الأول هي مؤشر للاستجابة الوجدانية من قبل القارئ أو المتفرج[1].

والتأزم Catastasis ذلك الجزء من المسرحية الذي يسبق الحدث الأخير من الأحداث العمل المسرحي ، حيث الفعل في أعلى قممه ، ويستخدم المصطلح مرادفا لكلمة Climax أي الذروة[2]، والذروة هي تلك اللحظة التي تصل فيها الأزمة إلى أشد نقاطها كثافة وتكون قد اقتربت من الحل في بعض الأوجه ، والمصطلح من جهة أخرى يشير إلى الاستجابة

[1]) إبراهيم فتحي ، معجم المصطلحات الأدبية ، المؤسسة العربية للناشرين المتحدثين ، صفاقس ، تونس ، 1986 ، ص 17 .

[2]) نفسه ، ص ص 75 ـ 76 .

الانفعالية من جانب القارئ والمتفرج في نفس الوقت الذي يشير فيه إلى نقطة التحول الدرامي[1] .

في المسرحية الكلاسيكية يقصد بالأزمة لحظة تصل فيها الأهواء إلى أوجها ، فيقع حادث مفاجئ يولد بينها نزعا مأساويا ، ويؤدي إلى حل العقدة في الحبكة ، أما فيما يتعلق بالمعاني التي تأخذها الأزمة في الخلقيات والسياسة ، فهي ذلك الزمان الذي تصبح فيه جميع القيم المتوارثة موضوع شك وتحريج ، وتتعرض للانهيار.[2]

وان تعريفا لأزمة أصول الرياضيات ، يؤكد أن وصول الباحثين في ميدان الرياضيات ، وبالأخص في نظريات المجموعات أدى إلى صعوبات ذات طابع رياضي بحت مثل[3]:

ـ تعريف اللانهاية (L'infini)

ـ تعريف أعداد ما بعد النهاية : (Nombres transfinis)

ـ تعريف مبدأ الثالث المرفوع : (Principe du tiére exclu) .

ـ صعوبة المسلمة الخامسة :

لقد كان اهتمام اليونان كبيراً بالرياضيات الأمر الذي جعلهم يتوصلون إلى الكثير من النظريات وعلى رأسها نظريتي طاليس وفيثاغورس ، غير أن هذه النظريات العظيمة والخالدة بقيت شتاتاً متفرقاً بين الكتب وفي عقول الرياضيين إلى أن جاء إقليدس في القرن الثالث قبل

---

[1]) نفسه ، ص 166 .

[2]) جبور عبد النور ، المعجم الادبي ، دار العلم للملايين ، بيروت ، ط2 ، 1984 ، ص 15 .

[3]) د . الأخضر شريط : في مشكلة أسس الرياضيات ، الأزمة والحلول ، دار قرطبة لنشر والتوزيع ، 2009 ، ص 13 .

الميلاد محاولاً دمج كل هذه النظريات في نسق واحد ، وذلك بالاعتماد على مجموعة قليلة من التعريفات والبديهيات والمسلمات ، لقد استطاع إقليدس بهذا العمل ألتأليفي لنظريات الهندسة أن يقدم نموذجاً متماسكاً للدقة واليقين والصرامة.[1]

وسر النجاح المنقطع النظر لمؤلف إقليدس عبر العصور لا يرجع إلى ابتكار إقليدس لنظريات جديدة ومتفرقة ، وإن كان إقليدس قد ابتكر فعلاً وأضاف نظريات جديدة ، لكن يرجع سر نجاحه إلى الطريقة أو المنهج الذي اتبعه في استعراض النظريات المبعثرة والمعروفة من طرف سابقيه ، وذلك بتنسيقها في نسق علمي محكم موحد الحلقات ، بحيث يتوقف فيه برهان كل نظرية لاحقة على نظريات أخرى سبق برهانها وسابقة عليها في داخل بناء منطقي يجمع كل النظريات المتفرقة ، مستنداً في ذلك على مجموعة محدودة من البديهيات وخمس مسلمات [2] ، ومن هذه البديهيات أن الكل اكبر من الجزء ، وأن المساويان لكم ثالث متساويان ،وانه إذا أضيفت كميات متساوية لأخرى متساوية كانت النتائج متساوية ، وهذه البديهيات عبارة عن حقائق عامة يدركها كل عقل ، إما المسلمات الخمس فهي كالتالي:[3]

. بين نقطتين لا يمكن مد سوى مستقيم واحد .

. يمكن مد مستقيم إلى أي طول .

---

1)Amy Dahan – Dalmedico & Jeanne peiffer : Une histoire des mathématiques , Routes et dédales ,éditions du seuil , 1986 , p p 16 – 18

[2]) محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، مرجع سابق ، ص 40 .

[3]) نفس المرجع ، ص 47 .

. يمكن لكل نقطة أن تكون مركزاً لدائرة .

. كل الزوايا القائمة متساوية .

إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين بحيث كان مجموع الزاويتين الداخليتين الموجودتين من جهة واحدة أقل من قائمتين فإن المستقيمين المذكورين أو امتدادهما يتلاقيان ، ويطلق على هذه المسلمة الشهيرة عدة تسميات من أهمها "مسلمة المتوازيين " أو " المسلمة الخامسة " ، وقد عمل الرياضيون طيلة تاريخ هذه المسلمة على تبسيط عباراتها ، وأشهر وأبسط هذه الصيغ على الإطلاق أنه : من نقطة خارج مستقيم لا يمكن أن نرسم سوى مواز واحد ,[1] .

لقد كانت هذه المسلمة أقل مسلمات إقليدس وضوحا ، ولذلك كانت أكثر هذه مسلماته جدلاً حيث حاول الرياضيون طيلة تاريخها محاولة برهنتها ، أي استنباطها من المسلمات الأربع الأخرى ، وكان في معتقد الرياضيين أنهم أمام احتمالين لا ثالث لهما ، إما أن يتمكنوا من برهنتها ،وإما أن يتأكدوا من عدم إمكانية براهنتها ، فإذا تمكنوا من برهنتها ، فهنا تتحول مباشرة إلى نظرية ، ويصبح عندها نسق إقليدس بأربع مسلمات فقط ، وإن لم يتمكنوا من برهنتها ففي هذه الحالة تثبت المسلمة الخامسة جدارتها في كونها مسلمة ، لأنه بدونها يصبح نسق إقليدس غير مكتمل ، حيث يقف النسق عاجزاً عن إثبات مختلف القضايا التي تحتاج في برهنتها إلى هذه المسلمة ، وعندما عجز الرياضيون من برهنتها استنتاجا ، أي بالانطلاق من المسلمات الأربع عبر سلسلة استدلالية وصولا إلى المسلمة الخامسة ،

[1]) Lions , J . L . Aubin J .P , petite encyclopédie des mathématiques , op ,cit , pp 778 – 779 .

أضطر هؤلاء إلى الاعتماد على البرهان بالخلف ، وهو ما يعرف بالبرهان السلبي ، حيث يقوم على افتراض كذب القضية المراد إثبات صدقها ، وعند الوصول إلى تناقض ، في هذا دليل على صدقها ، لان القضية الضرورية هي تلك القضية التي نقيضها مستحيل ، والقضية المستحيلة هي بالتعريف تلك القضية التي بين طرفيها تناقض ، لكن المفاجأة الكبرى بالنسبة للرياضيين ، والتي تعتبر أكبر مفارقة في تاريخ الرياضيات ، أن نقيض المسلمة الخامسة ، لم يتناقض مع المسلمات الأربع الأخرى بل شكل معها أنساقاً رياضية ، لا تقل اتساقاً وصورية عن النسق الاقليـدي نفسـه .[1]

صعوبة أزمة أسس الرياضيات

لقد مرت هذه الأزمة على خلاف غيرها من الأزمات ، بعدة مراحل يمكن الحديث عنها بالشكل التالي :

بدأت المشكلة أول ما بدأت عندما أدى البحث في مسلمة التوازي التي أسس عليها إقليدس هندسته إلى قيام هندسات لا إقليدية ، وإّذا كان هذا البحث قد أدى إلى نتائج إيجابية تتلخص في ظهور أنواع أخرى من الهندسات فتحت أفاق واسعة أمام الرياضيين أمام الرياضيين ، فان مشكلة الأسس بقيت مع ذلك مطروحة بحدة أكثر .

وعندما لجأ الرياضيون إلى العدد لجعله أساساً جديداً للرياضيات بمختلف فروعها ، وكانوا قد حققوا نجاحاً مهماً في رد مختلف الأعداد إلى العدد الصحيح ، اصطدموا بمشكلة

2) Henri poincaré , La science et l’ Hypothése , Editions de la Bohéme , 1992 , p , 56

العدد نفسه : ما هو ؟ ، وبمشكلة تعدد اللانهايات في سلاسل الأعداد ، وغيرها من المشاكل المماثلة ، وأخيرا عندما ظهرت نظريات المجموعات بدا أنه من الممكن تأسيس الرياضيات عليها ونجحت النظرية فعلا في استيعاب مختلف فروع العلم الرياضي وجمع شتاته وتحقق الوحدة والانسجام بين كافة أجزائه ، ولكن ها هي نظرية المجموعات نفسها تعاني من نقائض خطيرة [1] .

احتدم النقاش بين الرياضيين حول هذه المسائل في بداية القرن العشرين ، ويمكن تصنيف وجهات النظر المختلفة إلى ثلاثة رئيسة هي : النزعة المنطقية ، النزعة الحدسية ، والنزعة الأكسيومية ، أما النزعة المنطقية فأهم ممثليها : ليبنتز ، بول ، راسل . ويرى هؤلاء جميعا أن الرياضيات فرع من فروع المنطق ، ولم يكتب لهذا الاتجاه النجاح إلا بعد حدوث التطور الهائل في الميدان الرياضي من جهة وفي الميدان المنطقي من جهة أخرى ، فحينما تمكن المنطق من أن يتكون على هيئة نظرية استنباطية وأن يتخذ لنفسه المنهج الرمزي ، وان يوسع من علاقته الاستنباطية ، استطاع أن يكون صالحاً لأن يشتمل على الرياضة أو معد لأن يكون بمثابة الكل الذي تشتق منه الرياضيات بحذافيرها[2] ، أما النزعة الحدسية فأهم ممثليها في العصر الحديث (بوانكاريه ، لوبيج Lebesge ، بير Baire بوريل Borel ، والرياضي الهولندي بروير Brouwer ، فايل weyl ، هايتنج

---

[1]) محمد عابد الجابري : **تطور الفكر الرياضي والعقلانة المعاصرة** ، ج 1 ، دار الطليعة ، بيروت ، ط2 ، 1982 ، ص 98 .

[2]) علي عبد المعطي محمد ، **المنطق ومناهج البحث العلمي** ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، ط2 ، 1988 ، ص ص 179 . 180 .

Heyting) ، ويرى هؤلاء أن الأصول حدسية والعرض منطقي ، أي أننا نحدس أصول الرياضة ومنابعها مباشرة بواسطة الحدس ، ثم يجئ بعد ذلك دور المنطق في بسط وعرض ما حدسناه ، كما يرى هؤلاء أن الرياضيات تقوم على أساس إدراك الأعداد الأولية بالحدس ، وطالما أن الرياضة ذات أصول حدسية فإنها من ثم تعتمد على اللغة ، ومثال ذلك أننا حينما نقرر أن 2 + 2 = 3 + 1 فإننا نعني أن تكوننا الفكري قد حدس أن 2 + 2 تؤدي إلى نفس نتيجة 3 + 1[1] ، وأخيراً النزعة الاكسيومية ، وأهم ممثليها (دافيد هلبرت ، زيرميلو Zermelo) ، وهي تمثل المذهب الذي يرى أن المنطق والرياضة نبعا معاً من أصول اسكيومية ، لا هي منطقية وإلا كنا في المذهب اللوجيستيقي ، ولا هي رياضية وإلا كنا في مذهب جبر المنطق ، وإنما تميزت هذه الأصول بأنها عارية عن المنطق والرياضيات معاً ، ويحتم علينا هذا النسق البحث في مسألة النسق الاستنباطي ، الذي يبدأ بحدود أولية ، هي حدود غير معرفة وبديهيات وعن هذه الحدود الأولية والبديهيات التي نقبلها دون طلب البرهنة عليها أو إقامة الدليل على صحتها نبدأ عملية الاستنباط ، ونحن نستنبط من هذه الحدود الأولية القضايا المشتقة التي نستخلصها في نظام تسلسلي محكم ، بحيث تعتمد كل قضية لاحقة على سبقها ، وبحيث لا يستند في البرهنة على أي قضية على أصول أو مسلمات أو قضايا خارجية عن تلك الموجودة في إطار النسق الاستنباطي [2] .

---

[1]) نفس المرجع ، ص ص 185 . 186

[2]) نفس المرجع السابق ، ص 182 .

صعوبة أزمة نظريات المجموعات :

أدى تطور الرياضيات إلى ظهور أزمة في الرياضيات ، كانت سببا في قلق واضطراب الرياضيين والمهتمين بفلسفة الرياضيات ، هؤلاء لكي يتجاوزوا هذه الأزمة بحثوا على أساس ثابت تبنى عليه الرياضيات كي يصل إلى اليقين ، ومن بين نتائج هذه الجهود تأسيس نظرية المجموعات ، والتي أحرزت نجاحا ملحوظا في دحض مفارقات الأعداد اللامتناهية ، ومنه وضع تعريف للاتصال خال من المتناقضات ، لكن نجاحها لم يمنع من ظهور مجموعة من المفارقات أو نقائض جديدة ، وهذا ما أصبح يهدد يقينها ومصداقيتها ، مما دفع الرياضيين إلى البحث للوصول إلى حلول هذه النقائض ، وهذا لم يتم إلا من خلال أكسمة (axiomatisation) نظرية المجموعات وتعني تأسيس النظرية على مجموعة من الأكسيومات ، هي عبارة عن قضايا واضحة ينطلق منها الرياضي للوصول إلى نتائج مبرهنة ، فأكسمة نظرية المجوعات كانت نتيجة ظهور مفارقات رياضية هددت تناسق وتلاحم الصرح الرياضي ، فما أهم هذه المفارقات ؟ .

ا ـ مفارقات كانتور :

اكتشفها كانتور سنة 1899م ، ولكن تم الإعلان عنها في سنة 1932 م ، وتتعلق بأكبر الأعداد الأصلية وفحوى هذه المتناقضة : أن نظرية المجموعات تنص على إمكانية

توزيع عناصر مجموعة ما إلى مجموعات جزئية تكون أكثر عددا من عناصر تلك المجموعة [1] .

مثال : إذا كانت لدينا المجموعة A حيث [3 ، 2 ، 1 ، 0] = A

فإن مجموعة أجزاء المجموعة A :

A= (, 0 ,1 , 2 , 3 , 0,1 , 0,2 , 0,3 , 1,2 , 1,3 , 2,3 , 0,1,2 , 0,1,3

, 1,2,3 , 0,2,3 , 0,1,2,3

نلاحظ هنا مجموعة من الجزئية ، بينما عدد عناصر المجموعة A = 4 . يقول راسل : " أفرض أن مضيفك قد خيرك في نهاية الطعام بين ثلاثة أنواع من الحلوى ، ودعاك لتناول نوع أو نوعين أو لتناول الثلاثة جميعها حسب مشيئتك ، فكم طريقة من الطرق التصرف أمامك ؟ أنت قد ترفض الأنواع جميعا ، هذا اختيار واحد ، وقد تأخذ منها نوعا واحد وهذا ممكن على أنحاء ثلاث ، ومن ثمة يتيح لك هذا ثلاثة اختيارات أيضا وقد تختار اثنين من بينها ، وهذا أيضا ممكن على أنحاء ثلاث أو أنك تختار الثلاثة جميعها ، وهذا ما يتيح لك إمكانية واحدة نهائية ، بذلك مجموع الاختيارات الممكنة ثمانية اختيارات "[2] ولهذا فإن تحليل راسل للمفارقة يطابق والمثال العددي الذي تم تقدمه ، وهو ما يؤكد أن الجزء أكبر من الكل وهذا تناقض .

1) محمد عابد الجابري ، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور العقل العلمي ، مرجع سابق ، ص 100 .

2) برتراند راسل ، فلسفتي كيف تطورت ، ترجمة عبد الرشيد الصادق ، مكتبة الأنجلو ، مصرية ، مصر ، 1963 ، ص 96 .

ب ـ مفارقة راسل :

هي من أشهر المفارقات التي انطوت عليها نظرية المجوعات ، وقد اكتشفها برتراند راسل 1901 ، وتتعلق بمجموعة وتتعلق بمجموعة جميع المجموعات " ...وقد كان اكتشافي هذه المتناقضات في ربيع 1901 ... واهتديت إلى هذا التناقض عندما كنت أتأمل برهان كانتور والذي يثبت به أن ليس ثمة عدد أصلي أكبر من سائر الأعداد "[1] .

ويوضح راسل هذه المفارقة بقوله : الفصل الشامل الذي نبحث أمره والذي يجب أن يشمل كل شيء الذي نسميه كل شيء ، إذن " كل شيء " شيء ما ، وعضو من الفصل "كل شيء" ، ولكن عادة لا يكون الفصل " عضوا من نفسه " فالإنسانية ليست إنسانية إنسان"[2] .

فمفارقة راسل تطرح سؤالا جوهرياً : هل مجموعة الكل هي عنصر من ذاتها ؟ فإذا أردنا تكوين جماعة كل الفصول التي ليست أعضاء أنفسهما ، فهذا فصل : هل هو عضو من نفسه أم لا ؟ فإذا كان فهو أحد تلك الفصول التي ليست أعضاء من نفسها ، أي أنه عضو من نفسه ، وهكذا كل من المفروض ، أنه عضو وليس عضوا من نفسه ، يستلزم تناقضا وفي هذا تناقض .

مثال : فهرس جميع الفهارس هل يكون عضوا أولا يكون في ذاته ؟ إذا كان فهرس جميع الفهارس يشمل ذاته كعضو فهو حينئذ سيكون فهرسا زائدا بين جميع الفهارس ، ومن ثم لا

1) نفس المرجع ، ص 50 .
2) برتراند راسل ، مقدمة للفلسفة الرياضية ، ترجمة محمد مرسي أحمد مؤسسة سجل العرب 1962 ، ص 199 .

يكون فهرسا لجميع الفهارس[1] , أما إذا كان الفهرس لا يشمل ذاته ؟ فهل هذا ممكن : وهنا نجد أنفسنا أمام "مجموعة جميع المجموعات " هل تشتمل على ذاتها أم لا ؟ .

ولهذا فالرياضي يجد نفسه أمام إشكال صعبة : إذا انطلق من فرضية أن " مجموعة جميع المجموعات التي لا تحتوي على ذاتها هي مجموعة تشتمل على نفسها كانت النتيجة هي أنها لا تشمل نفسها ، وإذا انطلقنا من الفرضية المضادة وقلنا إنها مجموعة لا تشتمل على ذاتها كانت النتيجة أنها تشمل على ذاتها "[2] .

ومفارقة راسل تشبه مفارقة الكريتي الكذاب[3] الذي قال : كل الكريتيين كاذبون ، فلو كان يقول الحقيقة بشأن الكريتيين فإنه في هذه الحالة يكذب ، لكن لو كان يكذب فهو يقول الحقيقة ، ولهذا " فإن كان يكذب فهو كذب صادق ، وهو إذن لا يكذب ، وإذا لم يكن يكذب فهو حين يقول إني أكذب فهو يكذب ، ومن كلا الفرضين يلزم التناقض[4] .

صعوبة أزمة الرياضيات وانهيار فكرة اليقين :

1 ـ تعريف اليقين : تشتق كلمة " يقين " في اللغة العربية من قولنا : " يقن الماء في الحوض " إذا استقر فيه ودام[5] ويقن الماء في الحوض ، وذلك إذا اجتمع فيه ، وحصل من هذا المعنى الحقيقي معنى آخر مجازي يكون بسببه اليقين ذلك العلم الذي حصل بسبب

1) روبنسون جروف ، رسل ، ترجمة أمام عبد الفتاح إمام ، المجلس الأعلى للثقافة ، القاهرة ، ط1 ، 2005 ، ص 38 ,
2) محمد عابد الجابري ، مرجع سابق ، ص 102 .
3) روبنسون جروف ، مرجع سابق ، ص 39 .
4) برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسي ، وفؤاد الأهواني ج1 ، دار المعارف بمصر ، ط 2 ، ص 18 .
5 ـ علي بن محمد الشريف الجرجاني ، كتاب التعريفات ، مكتبة لبنان ، بيروت ، ط1 ، 1985 ، ص 280 .

تعاقب الامارت الكثرة وترادفها حتى بلغ المجموع إلى إفادة الجزم[1] فكما أن اليقين هو اجتماع الماء في الحوض واستقراره ودوامه فيه ، فهو كذلك اجتماع الأمارات في القلب واستقرارها وثباتها فيه .

ومن الناحية الاصطلاحية ، يعرف جميل صليبا في معجمه الفلسفي ، اليقين العلمي على أنه الاعتقاد الجازم المتعلق بإدراك الحقائق البديهية ، والحقائق النظرية ، فإذا كانت الحقائق بديهية كالأوليات مثلاً كان اليقين بها حدساً مباشراً ، وإذا كانت نظرية كالحقائق التي يكشف عنها البرهان كان اليقين بها يقيناً استدلالياً غير مباشر .[2]

أما مراد وهبة فيرى أن اليقين يعني من الناحية المنطقية ، كل معرفة لا تقبل الشك ، ومنه حدسي كاليقين ببعض الأوليات ، أو استدلالي غير مباشر ينتهي إليه المرء بعد البرهنة ومنه ذاتي يسلم به المرء ولا يستطيع نقله إلى غيره ، أو موضوعي يفرض نفسه على العقول كاليقين العلمي ، أما من الناحية النفسية فهو طمأنينة النفس لحكم تراه حقاً ، ويقابل الشك[3].

مصادر اليقين :

إذا كان يمكن للإنسان أن يعرف وأن يصل إلى اليقين فما هو مصدر ذلك ؟ وهل في المستطاع الركون إلى العقل وحده في سبيل الوصول إلى المعرفة اليقينية ، أم يمكن اعتبار

1 ـ فخر الدين الرازي ، مفاتيح الغيب ، ج1 ، دار الفكر ، بيروت ، ط1 ، 1981 ، ص 159 .
2 ـ جميل صليبا ، المعجم الفلسفي ، ج2 ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ، 1982 ، ص 588 .
3 ـ مراد وهبة ، المعجم الفلسفي ، دار قباء الحديثة للطباعة والنشر ، القاهرة ، 2007 ، ص 691 .

الحواس هي الأخرى مصدراً للمعرفة ؟ وهل بالإمكان الجمع بينهما في سبيل إقامة معرفة حقيقية ؟

أ . الاتجاه العقلاني :

تتمثل العقلانية في القول بأولية العقل ، وتطلق على عدة معاني منها أن المعرفة تنشأ عن المبادئ العقلية القبلية والضرورية لا عن التجارب الحسية ، لأن هذه التجارب لا تفيد علماً كلياً ، كما تتمثل العقلانية في القول بأن وجود العقل شرط في إمكان التجربة ، فلا تكون التجربة ممكنة إلا إذا كان هنالك مبادئ عقلية تنظم معطيات الحس[1] .

وبالرغم من اختلاف الفلاسفة العقلانيين في الكثير من المسائل إلا هناك مجموعة من النقاط يتفقون عليها جميعا يمكن تلخيصها فيما يلي :

نقد الحواس والمعارف الحسية : يشترك كل الفلاسفة العقلانيين في نقد الحواس وكل المعارف الحسية ، نتيجة لتميز هذه المعطيات بخصائص متناقضة ومخالفة للمبادئ الأساسية التي يقوم عليها العقل ، وأول ذلك أن هذه المعطيات متغيرة ، لا تحافظ على ثباتها ولا على هويتها ، فما هو موجود الآن يصبح غير موجود بعد لحظات ، وما هو غير موجود يصبح موجوداً ، فهذه المعلومات متناقضة فيما بينها ، كذلك أن المعطيات الحسية تخص شيئا بعينه ، فإذا نظرنا إلى الشجرة ورأينا لونها أخضر ، فهذه الخضرة لا تصدق إلا على هذه الشجرة دون غيرها من الأشياء ، وبالتالي فهي ليست كلية ، لان الكلي ما يصدق على كل الأشياء ، دون تمييز ، أما خضرة الشجرة فهي صادقة على هذا الشيء ، كاذبة في

1 جميل صليبا ، المعجم الفلسفي ، ج2 ، مرجع سابق ، ص 90 .

نفس الوقت على غيره من الأشياء ، وبالتالي فهي متناقضة .كذلك أن مثل هذه الظواهر متحركة ، والحركة أن يوجد الشيء في هذا المكان ثم يتركه ويحل في مكان آخر ، وبالتالي فإذا أردنا الحكم على هذا الشيء موجود في هذا المكان أم لا ؟ رأينا أنه موجود وغير موجود في الوقت نفسه .

القول بالأفكار الفطرية : فإذا كان الفلاسفة العقلانيون يرفضون قبول الأفكار التي مصدرها من الخارج ، فليس لهم من بد سوى القول بأن العقل يملك أفكاراً فطرية ، لم يتلقاها من الخارج ، بل وجدت بداخله ، وبالتالي فهي مصدر اليقين الذي تتمتع به الأحكام العقلية ذات الطبيعة المنطقية ، فما هي مميزات هذه الأفكار؟ .

حين نخوض في تاريخ الفلسفة ، نرى أن كل الفلاسفة العقلانيين يقولون بمثل هذه الأفكار[1] ، ويذهب أفلاطون إلى التمييز بين عالم المثل وعالم المحسوس ، وعالم المثل هو عالم الأفكار الفطرية ، عالم مفارق تماما لهذا العالم المحسوس الذي يتميز بالكثرة والتغير ، وتتميز هذه المثل بالوحدة والثبات والسكون ، ولقد تكلم ديكارت في مختلف مؤلفاته على هذه الأفكار الفطرية ، اليقينية ، وأهم مميزات هذه الأفكار أنها :

كلية : ويمكن أن نفهم كلية الأفكار الفطرية بمعنيين : معنى موضوعي تعني من خلاله أنها تنطبق على الأشياء ، وبدون استثناء ، فإذا قلنا أن الكل اكبر من أي جزء من أجزائه ، وجدنا أن هذه الفكرة تصدق على مختلف الموضوعات ، أما المعنى الذاتي لكلية الأفكار

1 ــ جون كوتنغهام ، العقلانية فلسفة متجددة ، ترجمة محمود منقذ الهاشمي ، مركز الإنماء الحضاري ، حلب ، ط1 ، 1997، ص 17 .

الفطرية ، فالمقصود منه أنها موجودة على مستوى كل عقل ، أي ان كل الكائنات العاقلة تتقبلها وتتصورها بدون اختلاف وبدون اعتراض ، ولهذا يقول ديكارت بان العقل هو أعدل الأشياء قسمة بين الناس .[1]

ضرورية : كذلك يمكن أن يفهم ضرورية الأفكار الفطرية بمعنيين : معنى موضوعي نقابل من خلاله بينها وبين المستحيل فالأفكار الفطرية ضرورية ، لأنها موجودة ولا يمكنها إلا أن توجد ، بخلاف المستحيل الذي هو غير موجود ولا يمكنه أن يوجد[2]، أما المعنى الذاتي للضرورة فالمقصود به أن العقل مضطر على قبول الأفكار الفطرية ، لأنه يستحيل عليه أن يتقبل نقيضها .

وتتميز الأفكار الواضحة أيضاً بالقابلية والوضوح والثبات والإطلاق والخلود[3] ، وكل هذه الصفات يمكن استنباطها من الصفتين الأوليتين اللذان هما الكلية والضرورية ، فكون هذه الأفكار كلية يعني أنها في غاية العموم والوضوح ، حيث لا تقبل التحليل التحليل إلى أفكار أخرى ، أكثر بساطة منها ، وهي قبلية لأنها فطرية ولم يسبقها أفكار أخرى في الوجود ، وصفة الضرورية تجعل منها ثابتة ، لا تتغير ولا تتبدل ، كذلك أن تكون مطلقة غير مقيدة بأي شروط مكانية أو زمنية أو أن تختلف من شخص لآخر ، وهذا ما يعني خلودها[4]

1ـ جميل صليبا ، علم النفس ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ، ط2 ، 1984 ، ص 576 .
2 ــ ج . ف . ليبنتز ، المونادولوجيا ، ترجمة : عبد الغفار مكاوي ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، والقاهرة ، 1978 ، ص 144 .
3 ــ عبد الرحمان بدوي ، مدخل جديد الى الفلسفة ، وكالة المطبوعات ، الكويت ، ط1 ، 1975 ، ص 139 .
4 محمد عابد الجابري ، تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة ، مرجع سابق ، ص 116 - 117 .

ب ـ الاتجاه التجريبي :

المذهب التجريبي هو مذهب الذين يزعمون أن المعرفة مادتها وقوانينها متولدة من التجربة ، وجماع رأيهم في ذلك قولهم : " لا يوجد في العقل شيء لم يوجد قبل في الحس " والتجريبية تطلق على جميع المذاهب الفلسفية التي تنكر وجود أوليات عقلية متقدمة على التجربة ومتميزة عنها [1].

ويمكن اختزال منطلقات هذا الاتجاه في المبدأين التاليين :

ـ العقل صفحة بيضاء خالية من الأفكار : ومعنى هذا المبدأ أن العقل لا يملك أي فكرة فطرية قبلية ، وهذا المسلمة في حقيقة الأمر هي سلاح موجه ضد المذهب العقلاني ، وبالتالي فهي مبدأ سلبي ، ينفي على العقل خاصية الاستعدادات الفطرية ، ونلاحظ أن كل الفلاسفة التجريبيين يركزون على نقد الأفكار الفطرية ، فجون لوك ، رائد الفلسفة التجريبية في انجلترا يفرد القسم الأول من كتابه "معطيات " لنقد الأفكار الغريزية ـ كما يطلق عليها ـ ، حيث انبرى لنقد فكرة الجوهر ، وتعمق بعده باركلي في نقد فكرة الامتداد والمكان بصفتها أفكار فطرية ، واشتهر هيوم بنقده اللاذع لقبلية فكرة السببية ، كما كان لهم الفضل على أنصار النزعة الوضعية في ضرورة استبعاد القضايا الميتافيزيقية [2] .

1 جميل صليبا : المعجم الفلسفي ، ج1 ، مرجع سابق ، ص 245

2 ـ محمد فتحي الشنيطي، المعرفة ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، القاهرة ، ط6 ، 1981 ، ص 102 .

ـ كل ما هو في العقل من أفكار مصدره الحواس والتجارب الحسية : إذا كان المبدأ الأول ينفي وجود الأفكار الفطرية كما يزعم العقلانيون فإن هذا المبدأ يرى أن كل ما في العقل من الأفكار مكتسب ومصدره التجربة المتمثلة في الانطباعات الحاصلة في الذهن نتيجة التعامل المباشر مع الواقع ، حيث تقوم التجارب والخبرات الحسية بدورها بنقش التجارب ، وتحصيل المعارف بهذا الطريق ، وعلى هذا يرفض الحسيون القول بالضرورة [1].

ومن نتائج هذا المبدأ أن طريقة التجريبيين في توليد المبادئ من التجربة تؤدي إلى القول : إن العقل متحقق في الأشياء قبل وجوده للنفس ، وإن القوانين العقلية ، والعلاقات الفكرية ، إنما هي صور منعكسة عن قوانين الأشياء ، وعلائقها الواقعية[2] .

وتأكيدا لهذه الطرح فقد كرس التجريبيون جهودهم في تفسير تكوين المعاني تفسيرا علمياً ، فهم قد أشاروا إلى عناصر المعرفة ، وبحثوا في كيفية امتزاجها بعضاً ببعض ، وحللوها كما يحلل الكيماوي الأجسام المركبة التي يريد معرفة حقيقتها ، حيث ركزوا على التحليل النفسي في مناهجهم ، سواء في نقدهم للأفكار الفطرية أو في إثباتهم للأصل التجريبي لمبادئ العقلية والمنطقية والرياضية ، فجاءت طريقتهم هذه أفضل من طريقة العقليين ، الذين جعلوا وجود العقل في الإنسان معجزة من المعجزات ، ولكن ما هي قيمة طريقة التجريبيين من الناحية العلمية الموضوعية ؟

ـ استبعاد التفسير الديني في العلم

1 راوية عبد المنعم عباس ، الفلسفة الحديثة والنصوص ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، 1987 ، ص 117 .
2 جميل صليبا ، علم النفس ، مرجع سابق ، ص ص ، 600 – 601 .

ـ استبعاد التفسيرات الميتافيزيقية ، أي استبعاد الميتافيزيقا وقضايا عن حظيرة العلم ، إذ يقوم مبدأ المذهب الحسي على القول بأن لا قيمة للمعاني المجردة ، فينتج عن هذا أن لا قيمة لما بعد الطبيعة ، وكان نيوتن قد عرض علما خالصاً من الميتافيزيقا[1] .

ـ التفسير الوضعي للظواهر ، بمعنى أن كل فكرة يمكن تحليلها إلى الأسباب التجريبية التي أدت إلى وجودها ، وكذلك تفسير كل ظاهرة طبيعية بظاهرة طبيعية أخرى .

جـ ـ الاتجاه الحدسي

الحدسية Intuitionnisme مذهب من يرى أن للحدس المكان الأول في تكوين المعرفة ، ولهذا الحدسية في تاريخ الفلسفة معنيان ، الأول إطلاقها على المذاهب التي تقرر أن المعرفة تستند إلى الحدس العقلي ، والثاني إطلاقها على المذاهب التي تقرر أن إدراك وجود الحقائق المادية إدراك حدسي مباشر لا إدراك نظري ، والحدس يتمثل في إطلاع النفس المباشر على ما يمثله لها الحس الظاهر ، أو الحس الباطن من صور حسية أو نفسية ، أو على كشف الذهن عن بعض الحقائق بوحي مفاجئ ، لا على سبيل القياس أو الاستنتاج ، ولكن على سبيل المشاهدة التي ينبلج فيها الحق انبلاجاً[2].

ويعتبر برغسون من أهم من يمثل النزعة الحدسية في الفلسفة ، حيث تقوم فلسفته على مبدأين رئيسيين : أحداهما سلبي يتجه فيه إلى نقد أصحاب النزعة العلمية ، والآخر ايجابي

1 ــ يوسف كرم ، تاريخ الفلسفة اليونانية ، دار المعارف ، القاهرة ، ط5 ، 1986 ، ص 153 .
2 ــ جميل صليبا ، المعجم الفلسفي ، ج1 ، مرجع سابق ، ص 454 .

يتجلى فيه الحدس كمنهج يتقدم به [1] ويرى من خلاله أنه المصدر الوحيد لبلوغ اليقين والمطلق بطريقة مباشرة .

إن برغسون يفرق بوضوح بين مجال العلم ومجال الفلسفة ، ويعتقد أن مجال العلم يمثل دائرة المادة ، ودائرة الكم ، والامتداد والمكان ، ومنهجه هو التحليل ، الذي يقوم به العقل ، بينما يتمثل مجال الفلسفة في دائرة الروح ، دائرة الكيف والتوتر ، والزمان والديمومة ، ومنهج الفلسفة هو الحدس ، الذي يقوم به الوعي أو الشعور أو الوجدان[2]

ـــ الهندسات اللاإقليدية :

لقد أدت الدراسات العميقة لمسلمات الهندسة الإقليدية وخصوصا الخامسة منها والمتعلقة بالتوازي إلى وقوع هذه الهندسة في أزمة خطيرة عرفت في تاريخ الفكر الرياضي بأزمة المسلمة الخامسة والتي تمثلت أهم نتائج هذه الأزمة في ظهور هندسات لا إقليدية وبعد ظهور هذه الهندسات طرح السؤال التالي : وفق أي شروط يمكن أن نقول عن تصور رياضي أنه موجود ؟ .

إن الفلاسفة القدماء متفقون على إن الهندسة الإقليدية تتميز قضاياها ونظرياتها تتضمن يقيناً مطلقاً وقطعياً ، فبالنسبة لديكارت تشكل القضايا الأولى للهندسة والحساب قضايا واضحة تقوم على حدس عقلي ، إنها حقائق خالدة مستقلة عن الفهم والعالم المحسوس ومصدرها من الله : « فإني تصفحت بعض ما يستعينون به (أي أصحاب

1 ـ محمد فتحي الشنيطي ، المعرفة ، مرجع سابق ، ص 188 .
2 ـ إمام عبد الفتاح إمام ، مدخل الى الميتافيزيقا ، نهضة مصر للطباعة والنشر والتوزيع ط1 ، 2005 ، ص 190 .

الهندسة) من أبسط براهينهم ، إذ لاحظت أن ما يعزوه إليها الناس من أنها جد يقينية ، إنما يقوم على أنها تتصور بجلاء »[1] ، وما دام الوضوح معيار ذاتي للحقيقة فلقد استبدله ليبنتز بمعيار منطقي ، فالبديهيات صحيحة لأنه يمكن أن نبرهن عليها بالاعتماد على مبدأ الهوية .[2] فحسب ليبنتز فإن كل قضية صادقة ، يكون محمولها بالضرورة متضمناً في الموضوع حيث تنبه هذا الأخير إلى شرط عدم التناقض ، ولهذا فلقد كان يطمح إلى برهان كل قضية ممكنة ، بما في ذلك المسلمات الرياضية ، وذلك حتى لا يقبل أي قضية من دون برهان ، ويتضح من ذلك أن ليبنتز لم يكن يقصد تناقض مسلمة مع أخرى ، وإنما كان يقصد عدم تناقض مسلمة بعينها في ذاتها .[3] ثم قام كانط بعد ذلك بالتساؤل حول حقيقة هذا الموقف ، حيث قام بالتمييز بين الأحكام التحليلية والأحكام التركيبية ، وعلى خلاف ليبنتز فقد اعتبر كانط أنه قلما يكون أي مبدأ في الهندسة المحضة تحليلياً ، فإن الخط المستقيم الأقرب هو الأقصر بين نقطتين ، هذه قضية تركيبية ، لان تصوري للخط المستقيم لا يتضمن أي تحديد للمقدار . أو الكم ، ولكنه يتضمن الكيف فقط ، وبالتالي فالتصور الأقصر هو تصور مضاف تماماً لتصور الخط المستقيم ، ولا يمكن استخراجه وفق أي تحليل من تصور الخط المستقيم ، ويجب الاستعانة هنا بالحدس الذي وحده يجعل التركيب ممكناً[4].

1 ـ ديكارت ، مقال عن المنهج ، ترجمة محمود محمد الخضري ، دار الكتاب العربي للطباعة والنشر ، القاهرة ، ط2 ، 1968 ص 225 .
2 ليبنتز : ابحاث جديدة في الفهم الإنساني ، ترجمة أحمد فؤاد كامل ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، 1983 ، ص 207 .
3 محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضة ، مرجع سابق ص ص ، 76 ـ 77 .
4 إيمانويل كانط : نقد العقل الخالص ، مرجع سابق ، ص 51 .

ويرى كانط أن المكان هو تصور ضروري قبلي يشكل أساسا لجميع الحدوس الخارجية ، ولا يمكن البتة أن نتصور أن ليس هناك مكان رغم أنه يمكننا أن نفكر أن ليس ثمة من موضوعات في المكان ، فهو يعد بمثابة شرط لإمكان الظاهرات ، لا بمثابة تعين تابع لها ، وهو تصور قبلي يشكل أساساً للظاهرات الخارجية بالضرورة .[1] ، والمكان كذلك ..حدس محض ، ذلك أنه لا يمكن بدءاً أن نتصور سوى مكان واحد ، وعندما نتكلم عن أمكنة فإننا لا نفهم بذلك إلا أجزاء المكان الواحد بعينه ..وعليه فإن جميع المبادئ الهندسية ، مثال « مجموع زاويتين في المثلث هو أكبر من الثالثة » ، ليست مستنتجة البتة من تصورات عامة للخط وللمثلث ، بل من الحدس ، وذلك قبلياً ، وبيقين ضروري .[2]

أما بخصوص علاقة المكان بالهندسة ، فيرى كانط أن هده الأخيرة هي علم يعين خصائص المكان تأليفياً ، ومع ذلك قبلياً ،كما يجب أن يكون المكان حدساً ، لأنه من مجرد تصور لا يمكن أن نستمد أي قضية تتخطى التصور ، وهو أمر حاصل في الهندسة ، وعليه وبالتالي أن يكون حدساً محضاً وليس تجريبياً ، ذلك أن القضايا الهندسية يقينية كلها، أعني أنها مربوطة بوعي لضرورتها...ويقول كانط: هو إذن الوحيد الذي يجعلنا نفهم إمكان الهندسة بوصفها معرفة تأليفية قبلية .[3]

إن هذه المحاولة لم تقتنع بقيام هندسات لا اقليدية ، وسرعان ما توقفت أمام أعنف ظاهرة انبثاق تشعب بموجبها الأنساق الرياضية من صميم هندسة إقليدس دون أن تلغي هذه

1 نفس المرجع السابق ، ص 61 .
2 نفس المرجع ، ونفس الصفحة .
3 نفس المرجع ، ص 62 .

الأخيرة ، وأهم النزعات التي تعتبر هذه الهندسات جميعاً صادقة بالرغم من تناقضها ، النزعة الأكسيومية ، والتي من أهم ممثليها دافيد هلبرت [1]

إن الطريقة الأكسيومية التي يدعوا إليها هلبرت ، هي جهاز من الرموز ، لا شيء يوجد فيه بصورة عرضية ، وإنما كل شيء يسير وفق القواعد الصورية الدقيقة ، واختيار البديهيات في هذه الطريقة يخضع لثلاثة شروط أساسية :

شرط الاستقلال : (l'indépendance) أن تكون البديهيات مستقلة عن بعضها البعض ، حيث لا يمكن أن نشتق بديهية من أخرى ، أو أن نستنتجها منها ، حيث يجب الاقتصاد في عدد البديهيات ، وأن نختزل عددها إلى أقل ما يمكن ، وهو شرط الأناقة والاقتصاد .

شرط الكفاية : (la complétude) لابد أن يكون عدد البديهيات كافياً بحيث يسمح باستنباط المبرهنات من داخل النسق الرياضي الذي لدينا ، وهو شرط مكمل للشرط الأول .

شرط عدم التناقض أو الاتساق : (la consistance) يجب أن تكون البديهيات غير متناقضة فيما بينها ، وهذا الشرط هو في غاية الأهمية ، لأنه يمثل الشرط المنطقي لبناء النسق الرياضي ، وبدونه يتهدم النسق ، ولا قيمة للنتائج التي يصل إليها[2] .

ويترتب على هذه الشروط الثلاثة ، ظهور مشكلات ثلاثة أساسية تواجه أي نسق اكسيومي ، وهذه المشكلات هي :[3]

ـ أن على النسق أن يبرهن على عدم تناقض بديهياته .

---

1 محمد ثابت الفندي : فلسفة الرياضية ، مرجع سابق ، ص 155 .
2 ماهر عبد القادر محمد علي : التطور المعاصر لنظرية المنطق ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1988 , ص 52 .
3 نفس المرجع ، ص 53 .

ـ كذلك لابد أن يكشف لنا النسق عن استقلال البديهيات .

ـ وأن يبرهن لنا على تمام Completeness البديهيات .

ومن المحاولات الرائدة لتأسيس الرياضيات على الطريقة الأكسيومية تلك التي قام بها الرياضي الايطالي بيانو ، الذي صاغ نظرية أكسيومية للأعداد الطبيعية الصحيحة بناها على ثلاثة حدود أولية هي الصفر ، العدد ، التالي له وخمس قضايا أولية هي :

ـ الصفر عدد طبيعي صحيح

ـ التالي لعدد عدد .

ـ لا يمكن أن يكون لأي عددين ، أو أكثر ، نفس التالي .

ـ ليس الصفر تالياً لأي عدد .

ـ إذا كانت خاصية ما تصدق على الصفر ، وإذا كانت هذه الخاصية عندما تصدق على عدد ما ، تصدق على العدد التالي له ، فإنها تصدق على جميع الأعداد (مبدأ الاستقراء)[1]

وعلى سبيل التمثيل يمكن أن نتخيل نظرية رياضية على أنها حقل واسع تتناثر فيه أشجار لا حصر لها تمثل كل القضايا الممكن تصورها ، بعض هذه الأشجار البديهيات تمثل نبع مياه الصدق ، وبالتالي تحدد قواعد المنطق شبكة قنوات لا تعد ولا تحصى لحمل الماء من شجرة إلى شجرة .[2]

1 محمد عابد الجابري : تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة ، ج1 ، مرجع سابق ، ص 81 .
2 أومنيس رولان : فلسفة الكوانتم ، ترجمة احمد فؤاد باشا ويمنى طريق الخولي ، مجلة عالم المعرفة ، الكويت ، العدد : 350 ، افريل 2008 ، ص 137.

وبما أن حساب القضايا يولد آلافاً مؤلفة من القضايا ، وأن قيمة الصدق لقضايا جديدة يمكن استنتاجها من قيم قضايا قديمة ، فإن الصدق سوف يتدفق من النبع (أي من البديهيات) ليروي بصورة متصاعدة حقل القضايا بأكمله ، والقضية التي يستقر صدقها بهده الطريقة تدعى مبرهنة ، ونجد بين هده المبرهنات ما هو مألوف ويستحق هذه التسمية ، بينما توجد أيضاً قضايا أخرى عديدة، غير ذات صلة على الإطلاق أو لا أهمية لها ، ومع ذلك جميعاً صادقة ، ويمكننا التحقق من صدقها بالنظر إلى سلسلة الاستنباطات المنطقية ، أي القناة التي تنقل الصدق من منبعه الأكسيوماتيكي إلى المبرهنة ، مثل هذا المسار الذي يسلكه الصدق يسمى البرهان .[1]

إن الرياضي الخبير يستطيع دائما أن يستخدم الحدس لانتقاء بديهيات مهمة حقاً ، وأن يستغل ذكاءه في البحث عن براهين ، ومن المؤكد أن البديهيات إذا كانت قد اختيرت من بين غابة من القضايا اختياراً عشوائياً ، لما كانت النتيجة قد أدت في الأغلب إلى شيء ، وربما تسفر فقط عن مبرهنات غير ذات أهمية ، بل وأسوء من ذلك فربما تؤدي إلى متناقضات ، كأن تستلزم ثلاثة بديهيات أن تكون الرابعة كاذبة [2]

إن كل قضية لها مقابلة تنفيها ، ومن الواضح أن صدق إحداهما يعني كذب الأخرى ، ويقال إن منظومة البديهيات تكون متناقضة إذا أمكن أن يستنتج منها صدق مقولة ما ونفيها، فوراء المظهر المزيف الذي يبدو سليماً ، يمكن لمنظومة معينة من البديهيات أن

1 المرجع السابق ، ص 138 .
2 نفس المرجع والصفحة .

تخفي تناقضاً في الأعماق ، لقد كانت هذه المسالة الخاصة باتساق المنظومات البديهية مصدراً رئيسياً لقلق علماء الرياضيات ومدعاة لانشغالهم بها .[1]

إن الأصول الإقليدية هي نظرية المقادير الهندسية ، المقادير المعرفة انطلاقا من معطيات تجريبية فـ الإشكالية الإقليدية لا تتمثل في تأسيس الهندسة قبليا ، لكن في وضع أو تكوين آلة استنتاجية تسمح باكتشاف الحقائق الهندسية انطلاقا من معطيات أولية ، هذه المعطيات الأولية هي التعريفات ، المسلمات، والبديهيات[2] .

1 ـ التعريفات :

هي مجموعة من القضايا يضعها عالم الهندسة لتوضيح معاني حدوده وتحديد مدلولها، أن التعريفات ويقدم إقليدس مجموعة من التعريفات :

ـ النقطة هي ما ليس لها أجزاء .

ـ الخط طول دون عرض .

ـ المستقيم هو ذلك الذي يقع باعتدال على كل نقطة .

---

1 نفس المرجع ، ص 39 .

3 (Rudolph Bkouche : Euclide , klein , Hilbert et les autres , dans , dans , la rigueur et le calcule , Cedic , paris , 1982 , p 13 ,

2 ـ المسلمات :

هي قضايا مقترحة ليست بينة بذاتها ننقاد للتسليم بها دون برهان ، البرهان عليها يؤدي إلى تناقض[1] ، ولهذا فالمسلمات تكون أقل وضوحا من المبادئ الأخرى ، ويتقبلها الرياضي لأنها ضرورية لبناء النسق وهي :

1 ـ من الممكن رسم مستقيم بين نقطتين .

2 ـ مد مستقيم محدود إلى أي طول في أي جهة

3 ـ من المكن رسم دائرة من أي مركز وعلى أي بعد من هذا المركز المساوي لأبعاد نقاط المحيط .

4 ـ كل الزوايا القائمة متساوية .

5 ـ إذا قطع مستقيم مستقيمين وشكل معهما من ناحية واحدة زاويتين داخليتين ، حيث مجموعهما أقل من زاويتين ، فإن المستقيمين إذا امتدا يتقاطعان في النهاية في الجهة التي يكون فيها مجموع الزاويتين أقل من قائمتين .

3 ـ البديهيات : هي مبادئ واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان ، هي بسيطة إلى درجة أنها لا تتجزاء إلى ما هو ابسط منها ، ودورها يكمن في التصريح بالخصائص العامة ومميزات المقادير وهي :

1 ـ المقادير المساوية لمقدار ثالث هي متساوية .

2 ـ إذا أضفنا إلى مقادير متساوية مقاديرا متساوية ، فالنواتج الكلية هي متساوية .

(1 - Rudolph Bkouche : OP , cit , p 15

3 ـ إذا طرحنا نفس المقدار من مقادير متساوية ، البواقي تكون متساوية .

4 ـ المقادير التي يمكن أن يطابق أحدها مع الأخر هي متساوية فيما بينها .

ونتيجة تطور الأبحاث والدراسات الهندسية والرياضية ، بدا التشكيك في مبادئ إقليدس ووجهت انتقادات لنسق اقليدس ، وتاريخيا هذه الانتقادات كانت من طرف اليونانيين أنفسهم الذين شككوا في المسلمات لانطوائها على غموض من جهة ، وعلى إمكانية اشتقاق بعضها من البعض الأخر من جهة ثانية ، كما انتقد النسق الاستنباطي لعدم وضوح الفروق الموجودة بين المسلمات والبديهيات " وإقليدس نفسه واضع النسق الاستنباطي لم يفصل جذريا بين المسلمة والبديهية ، لدرجة أن بعض البديهيات قد نقلت وأدرجت تحت المسلمات، وبعض المسلمات أدرجت تحت البديهيات في الطبقات المختلفة في كتاب الأصول[1]، فهناك إذن خلط بين البديهيات والمسلمات ، ولعل عدم التفريق بين المسلمات والبديهيات يرجع إلى كون إقليدس يعتمد في تمييزه لها على الحدس والوضوح الذاتي فهو يؤمن بصدق البديهية بناءا على حدسه لها[2] وكل الأنظمة الهندسية التي تختلف عن النظام الهندسي الإقليدي هي عبارة عن هندسة لاإقليدية [3] ، وأنه كانت إسهامات ومحاولات من طرف الرياضيين ، إلا أنهم لم يتوصلوا إلى بناء أنساق رياضية خاصة بهم ، وعليه يمكن القول أن نتيجة إسهاماتهم تم تأسيس هندسات غير إقليدية.

---

[1] فاروق عبد المعطي : فيثاغورس فيلسوف علم الرياضة ، دار الكتب العلمية ، لبنان ، ط1 ، 1994 ، ص 90 .

2 نفس المرجع ، ص 81 .

3 هانز رايشنباخ : نشأة الفلسفة العلمية ، ترجمة فؤاد زكرياء ، دار الوفاء لطباعة والنشر ، الإسكندرية ، دت ، ص 123 .

الخاتمة

ما توصلنا إليه في الختام من صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية التي شهدها عبر العصور من الحضارات القديمة ممثلة في حضارة بلاد الرافدين وما توصل إليه شعبها في ميدان الرياضيات ، والحضارة المصرية أين عرف المصريون أو ابتكروا كثير من الموضوعات والصيغ الرياضية ، وقاموا باستدلالات عالية مستعينين بالرسوم الهندسية التي كانت تتم بعد فيضان النيل ومسح أراضيهم الزراعية ، لكن رغم ما وصل إليه الفكر الرياضي من تطور عند القدماء تبقى رياضيات عملية أكثر مما هي علمية والسبب في ذلك إلى ما ذكر سابقا ، وإضافة إلى ذلك تخوف المصري القديم من العدد الذي كان في تصوره اكبر من طاقته وأعظم من قدرته.

إن الرياضيات هي نسيج مكون من إجراءات مترابطة متقاربة أو متباعدة في الزمن ، أو منفصلة من خلال تمايز المجلات الرياضية ، هذا الترابط يجعلها متصلة ومستمرة ، فنجد في الحضارة اليونانية وكيف أن مفكري اليونان اقتبسوا أشياء كثيرة من حضارتي واد الرافدين ووادي النيل ، أنهم تميزوا في اتجاهات تفكيرهم ونظرتهم إلى الحياة وظواهر الكون فعللوا وبرهنوا وتفلسفوا ، فكان فضلهم وإسهامهم كبيرا في نشوء العلوم العقلانية ، وإخراج الرياضيات على ما كانت عليه في الحضارات القديمة ، من ما هو عملي إلى ما هو علمي فقد برع اليونانيون في استنباطهم لطرق هندسية وجبرية تساعدهم في تكوين رياضيات علمية (رياضيات نظرية) كما هي عليه في الوقت الحالي .

وبعدها بينا كيف انتقلت الرياضيات إلى عرب المسلمين وكيف أنهم لم يكونوا فقط في مقام الوسيط أو ساعي البريد بل أنهم أضافوا إضافات جوهرية كثيرة ، وأدخلوا أمورا جديدة في الرياضيات من سبقهم ، فظهر عندهم الترميز والذي يعتبر مساهمة أصيلة من رياضي المغرب الكبير ، وإدخال مصطلحات جديدة في مجال الحساب ، كما عملوا على جبرنة الهندسة وهندسة الجبر ، وأعطوا لصفر مكانة هامة ساعدتهم عن تسهيل وتبسيط عملية الحساب .

وفي نهاية القرن التاسع عشر تم اكسمة الهندسة نتيجة ظهور هندسات لاإقليدية ، حيث ظهرت فيها عدة صعوبات نذكر منها صعوبة المسلمة الخامسة وصعوبة أزمة أسس الرياضيات ، صعوبة أزمة الرياضيات وانهيار فكرة اليقين ، وصعوبة نظريات المجموعات ... الخ كما تعتبر هذه الأخيرة التي ظهرت على يد كانتور في العقد الأخير في القرن الماضي كان حلقة مهمة من حلقات تطور الفكر الرياضي ، فنظرية المجموعات تشكل دعامة هذه الدقة ، فأصبحت الأساس المتين الذي يقوم عليه الصرح الرياضي ، ومع الانتقادات التي وجهت لنظرية كانتور فقد كان لها أهمية على مستوى المنطق الرياضي الذي من بين عوامل نشأته وتطوره أزمة الأسس في الرياضيات واكتشف كانتور للامتناهي.

وبتوفيق من الله عز وجل نكون قد انهينا بحثنا حول صعوبات تطور الفكر الرياضي والتحديات العلمية .

فهرس المصطلحات

بالإنجليزية	بالفرنسية أ	بالعربية
Union	Union	إتحاد
Affirmation	Affirmation	إثبات
Affirmation Negation	Affirmation Négation	إثبات النفي
Statistics	Statistiques	إحصاء
Probability	Probabilités	احتمالات
Crisis of foundation of Mathematics	Crise des fondements mathématique	أزمة أسس الرياضيات
Reasoning	Raisonnement	استدلال
Mathematical Reasoning	Raisonnement mathématique	استدلال رياضي
Logical reasoning	Raisonnement logique	استدلال منطقي
Implication	Implication	استلزام
Formal implication	Implication formelle	استلزام صوري
Converse implication	Implication converse	استلزام عكسي
Deduction	Déduction	استنباط
Foundations of mathematics	Fondations des mathématiques	أسس الرياضيات

Foundations of logic	Fondation de la logique	أسس المنطق
Nominalism	Nominalisme	الاسمية
Appurtenance	Appartenance	انتماء
Equivalent systems	Systèmes équivalents	أنساق متكافئة
Informatic	Informatique	إعلام ألي
Organun	Organon	أرغانون
ب		
Evidence	Evidence	بداهة
Axiom	Axiome	بديهية
Axiom of choice	Axiome de choix	بديهية الاختيار
Axiom of reductibility	Axiome de Réductibilité	بديهية الرد
Axiom of infinite	Axiome de l'infini	بديهية اللانهاية
Demonstration	Démonstration	برهان
Demonstration by the absurd	Démonstration par l'absurde	برهان الخلف
Direct demonstration	Démonstration directe	برهان مباشر
ت		
Meditation	Méditation	تأمل
Consequent	Conséquent	التالي

Tautology	Tautologie	تحصيل حاصل
Analysis	Analyse	تحليل
Analytica priora	Premières analytiques	تحليلات أولى
Analytica posteriora	Seconds analytiques	تحليلات ثانية
Mathematical analysis	Analyse mathématique	تحليل رياضي
Analysis of language	Analyse langage	تحليل لغوي
Logical analysis	Analyse logique	تحليل منطقي
Philosophical analysis	Analyse philosophique	تحليل فلسفي
Transformation	Transformation	التحويل
Verification	Vérification	التحقيق
Synthetic	Synthèse	التركيب
Synthetic a priori	Synthétique a priori	تركيب قبلي
Quantification	Quantification	تسوير
Concept	Concept	تصور
Contrariety	Contrariété	تضاد
Correspondence	Correspondance	تطابق
Formal correspondence	Correspondance formelle	تطابق صوري
Definitions	Définitions	تعريفات

Description	Description	تعريف بالرسم
Substitution	Substitution	تعويض
Mathematical technic	Technique mathématique	تقنيات رياضية
Equivalence	Equivalence	تكافؤ
Contradiction	Contradiction	تناقض
ث		
Constant of implication	Constante de l'implication	ثابت الاستلزام
Conjunction	Conjonction	ثابت الوصل
Logical constants	Constante logiques	ثوابت منطقية
ج		
Algebra	Algèbre	الجبر
Dialectics	Dialectique	جدل
Genus	Genre	جنس
Essence	Essence	جوهر
ح		
Determinism	Déterminisme	حتمية
Argument	Argument	حجة
Term	Terme	حد
Minor term	Terme mineur	حد أصغر
Major term	Terme Majeur	حد أكبر

Middle term	Moyen terme	حد أوسط
Intuition	Intuition	حدس
Analytical Judgement	Jugement analytique	حكم تحليلي
Synthetic judgement	Jugement synthétique	حكم تركيبي
Intuitionist	Intuitionniste	الحدسية
Calculus	Calcul	حساب
Calculus of probability	Calcul des probabilités	حساب الاحتمالات
Formal calculus	Calcul formel	حساب صوري
Calculus of relations	Calcul des relatons	حساب العلاقات
Calculus of classes	Calcul des classes	حساب الفئات
Calculus of propositions	Calcul des propositions	حساب القضايا
Logical calculus	Calcul logique	حساب منطقي
Judgement	Jugement	حكم
خ		
Proper	Le propre	الخاصة
Characteristics	Caractéristiques	الخصائص
Absurd	Absurde	الخلف
Nonsense	Non-sens	الخالي من المعنى
د		

Prepositional function	Fonction propositionnelle	دالة القضية
Proof	Preuve	دليل
Signification	Signification	دلالة
ذ		
Transcendent	Transcendant	ذات متعالية
ر		
Copula	Copule	رابطة
Symbol	Symbole	رمز
Symbolic	Symbolique	الرمزية
Prepositional symbols	Symboles propositionnels	رموز القضايا
Mathematics	Mathématiques	رياضيات
Mathematics	Mathématiques pure	رياضيات بحتة (خالصة)
Classical Mathematics	Mathématiques classique	رياضيات كلاسيكية
Modern mathematics	Mathématiques modernes	رياضيات عصرية
س		
Semantic	Sémantique	سيمانطيقا
ش		
Form	Forme	شكل

Noumenon	Noumène	شيء في ذاته
ص		
True	Vraie	صادقة
Truth	Vérité	صدق
Validity	Validité	صحة
Valid	Valide	صحيح
Formal truth	Vérité formelle	صدق صوري
Epithetical truth	Vérité hypothétique	صدق فرضي
Logical truth	Vérité logique	صدق منطقي
Objective truth	Vérité objective	صدق موضوعي
Form	Forme	صورة
Form of reasoning	Forme de raisonnement	صورة الاستدلال
Formalism	Formalisme	الصورية
Formula	Formule	صيغة
ض		
Necessary	Nécessaire	ضروري
Real necessity	Nécessité réelle	ضرورة واقعية
ع		
Expression	Expression	عبارة
Non-contradiction	Non-contradiction	عدم التناقض
First number	Nombre transfini	عدد أولي

Transfinite number	Nombre transfini	عدد المابعد النهاية
Relation of uncertainty	Relation d’incertitude	علاقة الارتياب
Relation of appurtenance	Relation d’appartenance	علاقة الانتماء
Relation of attribution	Relation d’attribution	علاقة الحمل
Relation of equality	Relation d’égalité	علاقة مساواة
Symmetrical relation	Relation symétrique	علاقة تناظرية
Asymmetrical relation	Relation asymétrique	علاقة لا تناظرية
Transitive relation	Relation transitive	علاقة متعدية
Relation of equivalence	Relation d’équivalence	علاقة تكافؤ
Relation of correspondence	Relation de correspondance	علاقة التطابق
Transposition	Transposition	عكس النقيض المخالف
Causality	Causalité	علية
Mathematical science	Science mathématique	علم رياضي
Demonstrative science	Science démonstrative	علم برهاني
Science of lows of thought	Science des lois de la pensée	علم قوانين الفكر

Elements	Eléments	عناصر
ف		
Hypothesis	Hypothèse	فرض
Class	Classe	فئة
Empty set	Ensemble vide	فئة فارغة
Disjunction	Disjonction	فصل
Exclusive disjunction	Disjonction exclusive	فصل استبعادي
Mathematical Philosophy	Philosophie mathématique	فلسفة رياضة
Logical philosophy	Philosophie de la logique	فلسفة المنطق
Philosophy of sciences	Philosophie des sciences	فلسفة العلوم
Critical philosophy	Philosophie critique	فلسفة نقدية
Pythagorean	Pythagoriciens	فيثاغوريون
ق		
Rule of change	Régle de changement	قاعدة الاستبدال
Rule of transformation	Régle de transformation	قاعدة التحويل
Rule of definition	Régle de définition	قاعدة التعريف
Rule of substitution	Régle de substitution	قاعدة التعويض

Law of excluded middle	Lois du tiers exclu	قانون الثالث المرفوع
De Morgan's laws	Lois de De morgan	قانون ديمورغان
Law of double negation	Lois de la double négation	قانون النفي المضاعف
Law of Identity	Lois d'identité	قانون الهوية
A priori	A priori	قبلي
Proposition predicative	Proposition prédicative	قضية حملية
Singular proposition	Proposition	قضية شخصية
Atomic proposition	Proposition	قضية ذرية
Mathematical proposition	Proposition mathématique	قضية رياضية
First proposition	Proposition première	قضية أولية
Class member–ship proposition	Proposition membre d'une classe	قضية العضوية في فئة
Operators rules	Règles opératoires	قواعد إجرائية
Rules of deduction	Règles du déduction	قواعد الاستنباط
Rules of syllogism	Règles du syllogisme	قواعد القياس
Rules of logical system	Règles du système logique	قواعد النسق المنطقي
Laws of probability	Lois de probabilité	قوانين الاحتمال

Syllogism	Syllogisme	قياس
Démonstrative Syllogism	Syllogisme démonstrative	قياس برهاني
Categorical Syllogism	Syllogisme Catégorique	قياس حملي
Hypothetical Syllogism	Syllogisme Hypothétique	قياس شرطي
ك		
False	Faux	كاذب
Liar	Menteur	كذاب
Falsehood	Fausseté	كذب
Universality	Universalité	كلية
Universality– Existence	Universalité– existence	كلية وجود
Quantity	Quantité	كمية
Quantification	Quantification	كم المحمول
ل		
Metalanguage	Métalangage	لغة بعدية
Mathematical language	Langage mathématique	لغة رياضية
Symbolic language	Langage symbolique	لغة رمزية
Formal language	Langage formel	لغة صورية

Language–object	Langage–objet	لغة شيئية
Philosophical language	Langage philosophique	لغة فلسفية
Infinite	Infini	لا نهاية
The Infinite	L'infini	اللانهاية
م		
Metalogic	Métalogique	ما بعد الرياضيات
Principles	Principes	مبادئ
First principles	Principes premières	مبادئ أولية
Principles of mathematics	Principes mathématique	مبادئ رياضيات
Principles of logic	Principes de la logique	مبادئ المنطق
Idealism	Idéalisme	مثالية
Set	Ensemble	مجموعة
Infinite set	Ensemble infini	مجموعة لا نهائية
Finite set	Ensemble fini	مجموعة نهائية
Empty set	Ensemble vide	مجموعة فارغة
Variable	Variable	متغير
Apparent variable	Variable apparente	متغير ظاهري
Bounded variable	Variable limitée	متغير مقيد
Postulate	Postulat	مسلم

Sophism	Sophisme	مغالطة
Comprehension	Compréhension	مفهوم
Premises	Prémisse	مقدمة
Logic	Logique	منطق
Logicism	Logicisme	منطقانية
Traditional logic	Logique traditionnelle	منطق تقليدي
Symbolic logic	Logique symbolique	منطق رمزي
Mathematical logic	Logique mathématique	منطق رياضي
Formal logic	Logique formelle	منطق صوري
Modern logic	Logique moderne	منطق معاصر
Logic of relation	Logique des relations	منطق العلاقات
Logic of classes	Logique de classe	منطق الفئات
Method	Méthode	منهج
Critical analytical method	Méthode analytique critique	منهج تحليلي نقدي
Object	Objet	موضوع
Monad	Monade	موناد
Monadology	Monadologie	مونادولوجيا
Metalogic	Métalogique	ما بعد المنطق
Conclusion	Conclusion	نتيجة
Intuitionism	Intuitionnisme	مذهب حدسي

ن		
System	Système	نسق
Systematisation	Systématisation	نسقية
Euclidean system	Systeme Euclidian	نسق أوقليدي
Logical system	Systeme logique	نسق منطقي
Theory	Théorie	نظرية
Theory of types	Théorie des types	نظرية الأنماط
Theory of demonstration	Théorie de la demonstration	نظرية البرهنة
Mathematical theory	Théorie mathématique	نظرية رياضية
Logical theory	Théorie Logique	نظرية منطقية
Theory of set	Théorie des ensembles	نظرية المجموعات
Theory of calculus	Théorie du calcul	نظرية الحساب
Theory of knowledge	Théorie de la connaissance	نظرية المعرفة
Negation	Négation	النفي
Logical antinomy	Antinomie logique	نقائض منطقية
Type	Type	نمط
Species	Espéces	نوع

Axiomatic	Axiomatique	نسق البديهيات
Euclidean Geometry	Géométrie Euclidienne	هندسة أوقليدية
Non-Euclidean Geometry	Géométrie non-Euclidienne	هندسة لا أوقليدية
Identity	Identié	هوية
و		
Realism	Réalisme	واقعية
Atomic fact	Fait atomique	واقعية ذرية
Conjunction	Conjonction	وصل
ي		
Certainty	Certiude	يقين

فهرس الأعلام

الأعلام	الصفحة
ابن الياسمين(أبو محمد عبد الله بن محمد	07 ، 37 ، 72 ، 80 .
ابن قنفد القسنطيني	07 ، 37 ، 63 ، 77 .
ابن بدر	71 .
ابن خلدون(عبد الرحمن بن محمد أبوزيد)	57 ، 72 .
ابن الهيثم (أبو الحسن)	73، 81 ، 82 ، 85 ، 86 .
ابن سينا(أبوعلي الحسين بن عبد الله	80 .
الباروني (أبو الريحان محمد بن أحمد)	82 .
أبو جعفر المنصوري	59 .
أبو الوفاء البوزجاني	71 .
أبو كامل شجاع بن سالم المصري.	71 .
أبو هلال	13.
ارخميدس	56 ، 73.
أرسطو طاليس	07،37،45،46،47،48،53،56،75

الخوارزمي (محمد بن موسى)	05،07،،37،60،61،62،67،69،70،71،83،84
أفلاطون	06،07،37،38،39،40،41،44،47،48،53،56،123
الكوفي	72
السواعي	15
اوغست كونت	90
برنشفيك(ليون)	90
برغسون (هنري)	128، 127
برويز	115
بير	115
بوانكاريه(هنري)	115
بيانو(جورج)	08 ، 87، 100، 101 ، 132 .
ثابت بن قرة	07 ، 72 ، 73 ، 81 ، 85 .
جون لوك	125
جورج سارتون	82
خليفة مامون	60
دافيد هلبرت	116، 131 .
ديكارت (رينيه)	08 ، 70 ،87 ،89، 90، 91، 92 ،93، 96،95،94
راسل (بيرتراند)	08، 87، 102، 115، 118، 119، 120.
طاليس (الملطي)	38، 111
كاجوري	58، 83.

كانتور(جورج فرديناند لودفيغ)	117 ، 119 .
كانط (إيمانويل)	29 ، 30 .
كنكة	59 .
لايبنتز	04 ،08 ،87 ،95 ،96 ،97 ،115 ، 129 .
محمد إبراهيم القراري	59.
عمر الخيام(أبو الفتح عمر بن إبراهيم الخيام)	72.
غياث الدين بن مسعود بن محمد الكاشي	67.
فيثاغورس	07،37،38،39،40،41،44،47،48،53،56،123,
فيرنيو	12.
اقليدس	38،72،84،85،111،112،113،114،128،130،134
سقراط	39 ،53 .
هيجل (جورج فيلهلم فريدريش)	130.
هيرودوت أو هيرودوتس	23.
هيوم (ديفيد)	125.
هارون رشيد	72 .
وايهتيد (ألفريد نورث)	103.

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع بالعربية :

1 ـ القران الكريم .

2- ابن قنفد القسنطيني ، وسيلة الإسلام بالنبي عليه الصلاة والسلام ، تقديم وتعليق سليمان الصيد المحامي ، دار المغرب الإسلامي ، ط1 ، 1984م .

3 ـ الفارابي ، **إحصاء العلوم** ، تحقيق عثمان أمين ، ط1 ، دار الفكر العربي ، القاهرة 1949م .

4 ـ الكندي ، **الرسائل** ، تحقيق محمد عبد الهادي أبوريدة ، طبعة القاهرة 1950م .

5 ـ أفلاطون ، **جمهورية أفلاطون** ، ترجمة حنا خباز ، ط2 ، دار القلم ، بيروت 1980م

6 ـ ديكارت ، **مبادئ الفلسفة** ، ترجمة عثمان امين ، دار النهضة المصرية القاهرة ، 1960 ،

7 ـ ابن القفطي ، تاريخ الحكماء ، ليبرج ، 1903م ،

8 ـ ابن النديم : **الفهرست** ، اعتنى بها وعلق عليها إبراهيم رمضان ، دار المعرفة ، بيروت ، 1997م .

9 ـ ابن سعد ، **الطبقات الكبرى** ، لندن ، بيروت ،1978م، الجزء 2

10 ـ ابن خلكان ، **وفيات الأعيان** ، بولاق 1859م ، ج 1 .

11ـ إخوان الصفاء ، رسائل إخوان الصفاء ، ج 1

12ـ اللجنة الوطنية للمناهج ، الوثيقة المرافقة لمناهج الرياضيات للسنة الأولى ثانوي علوم وتكنولوجيا ، 2005 ، وزارة التربية الوطنية الجزائر .

13ـ أومنيس رولان : فلسفة الكوانتم ، ترجمة احمد فؤاد باشا ويمنى طريق الخولي ، مجلة عالم المعرفة ، الكويت ، العدد : 350 ، افريل 2008 .

14 ـ الخوارزمي ، **كتاب الجبر والمقابلة** ، ، نشره علي مصطفى مشرفة وآخرون ، القاهرة [1] 1937م.

15 ـ ابن منظور : **لسان العرب** ، ج1 ، دار إحياء التراث العربي ، بيروت ، ط3 ، 1999م .

16 ـ الربيع ميمون ، نظرية القيم في الفكر المعاصر بين النسبية والمطلقة ، ش .و.ن.ت الجزائر 1980م .
17 ـ ابن خلدون ، **المقدمة** ، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع بيروت 2007 م.
18 ـ أنور الجندي ، **الفكر الغربي** ، دراسة نقدية ، ط1 ، وزارة الأوقاف والشؤون الإسلامية ، الكويت ، 1987 م .
19 ـ ابن صاعد ، كتاب طبقات الأمم ، حياة العيد بوعلوان ، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت ، 1985م .
20. ـ إبراهيم فتحي ، معجم المصطلحات الأدبية ، المؤسسة العربية للناشرين المتحدثين ، صفاقس ، تونس ، 1986م .
21 ـ إمام عبد الفتاح إمام ، مدخل الى الميتافيزيقا ، نهضة مصر للطباعة والنشر والتوزيع ط1 ، 2005م .
22 ـ بن لخضر العيد ، بحث حول الحقل المفهوماتي ، مديرية البحث العلمي والدراسات ما بعد التدرج ، المدرسة العليا للأساتذة بالقبة ، الجزائر ، 2002م .
23 – برتراند راسل : **تاريخ الفلسفة الغربية** ، الكتاب الثالث ، الفلسفة الحديثة ، ترجمة محمد فتحي الشنيطي ، المكتبة المصرية ، 1977م .
24 ـ برتراند راسل ، مقدمة للفلسفة الرياضية ، ترجمة محمد مرسي أحمد مؤسسة سجل العرب 1962 ، ص 199م .
25 ـ برتراند راسل ، فلسفتي كيف تطورت ، ترجمة عبد الرشيد الصادق ، مكتبة الأنجلو ، مصرية ، مصر ، 1963م ، ص 96 .
26 ـ برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسي ، وفؤاد الأهواني ج1 ، دار المعارف بمصر ، ط 2 ، ص 18 .
27 ـ تأليف جماعي ، عمر التومي الشيباني وآخرون : تاريخ العلوم الأساسية في الحضارة العربية والإسلامية ، الهيئة القومية للبحث العلمي ، طرابلس ليبيا ، ط1 ، 1996م
28 ـ جلال محمد موسى ، منهج البحث العلمي عند العرب في مجال العلوم الطبيعية والكونية ، دار الكتاب البناني بيروت، بدون تاريخ .
29. ـ جمهورية أفلاطون ، ترجمة فؤاد زكريا ، مراجعة محمد سليم سالم ، القاهرة ، المؤسسة المصرية العامة للتأليف والنشر ودار الكتاب العربي للطباعة والنشر ، 1968م .
30 ـ جورج سارتون ، تاريخ العلم ، القاهرة ، دار المعارف .

31ـ جميل صليبا ، المعجم الفلسفي ، ج2 ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ، 1982م .
32 ـ مراد وهبة ، المعجم الفلسفي ، دار قباء الحديثة للطباعة والنشر ، القاهرة ، 2007م.
33 ـ جون كوتنغهام ، العقلانية فلسفة متجددة ، ترجمة محمود منقذ الهاشمي ، مركز الإنماء الحضاري ، حلب ، ط1 ، 1997م.
34 ـ جميل صليبا ، علم النفس ، دار الكتاب اللبناني ، بيروت ، ط2 ، 1984م .
35 ـ ج . ف . ليبنتز ، المونادولوجيا ، ترجمة : عبد الغفار مكاوي ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، والقاهرة ، 1978 م،
36 ـ عبد الرحمان بدوي ، مدخل جديد إلى الفلسفة ، وكالة المطبوعات ، الكويت ، ط1 ، 1975 م .
37 ـ محمد فتحي الشنيطي، المعرفة ، دار الثقافة للطباعة والنشر ، القاهرة ، ط6 ، 1981م
38 ـ راوية عبد المنعم عباس ، الفلسفة الحديثة والنصوص ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، 1987م.
39 ـ جلال مظهر ، الحضارة الإسلامية أساس التقدم الحديث ، مركز كتب الشرق الأوسط ، القاهرة ، بدون تاريخ .
40 ـ جرجي زيدان ، تاريخ التمدن الإسلامي ، دار الهلال ، القاهرة ، ج3 ، 1986 م
41 ـ جبور عبد النور ، المعجم الأدبي ، دار العلم للملايين ، بيروت ، ط2 ، 1984م .
42 ـ حسن الشرقاوي ، **مسلمون علماء وحكماء**، ط1 مؤسسة مختار 1978 م.
43 ـ حسام الالواسي ، دراسات في الفكر الفلسفي الإسلامي ، ط1 ، المؤسسة العربية [1] للدراسات والنشر 1980 م .
44 ـ حكمت نجيب عبد الرحمن ، **دراسات في تاريخ العلوم عند العرب** ، وزارة التعليم العالي ، جامعة الموصل ، 1976م .
45 ـ حكمت نجيب عبد الرحمن ، **دراسات في تاريخ العلوم عند العرب** ، الموصل ، 1969م .
46 ـ خالد الحديدي ، فلسفة علم تصنيف الكتب كمدخل لفلسفة العلوم ، ط1 ، مكتبة النهضة العربية القاهرة ، 1969م .
47 ـ د . الأخضر شريط : في مشكلة أسس الرياضيات ، الأزمة والحلول ، دار قرطبة لنشر والتوزيع ، 2009م .
48 ـ د . فريد زيداني ، مدخل إلى المنطق المعاصر ، حساب القضايا غير المحللة ، دار البصائر للنشر والتوزيع ، الجزائر،سنة 2012م .
49 ـ ديكارت ، مقال عن المنهج ، ترجمة محمود محمد الخضري ، دار الكتاب العربي للطباعة والنشر ، القاهرة ، ط2 ، 1968 م .

50 ـ قدوري حافظ طوقان ، مراجعة كتاب الجبر والمقابلة ، مجلة المجتمع العلمي ، العربي ج 1 ، دمشق ، كانون الثاني ، 1957م ، .
51 ـ روبنسون جروف ، رسل ، ترجمة أمام عبد الفتاح إمام ، المجلس الأعلى للثقافة ، القاهرة ، ط1 ، 2005 م .
52 ـ رضا مسعد السعيد ، التواصل الرياضي ، كلية التربية جامعة المنوفية ، مصر ، 2005 م .
53 ـ ليبنتز : ابحاث جديدة في الفهم الإنساني ، ترجمة أحمد فؤاد كامل ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ، 1983م .
54 ـ موسى محمد عبد الرحمان جودة ، اثر استخدام بعض المفاهيم الرياضية بالفكر الإسلامي ، الجامعة الإسلامية غزة فلسطين ، (2007م) .
55 ـ محمد احمد أبو هلال ، اثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل ، الجامعة الإسلامية ، غزة ، فلسطين ، (2012م) ،
56 ـ مطبوعات يوسف قرقور ،، تاريخ الرياضيات ، المدرسة العليا للأساتذة ، القبة ،2007 م ـ 2008 م .
57 ـ محمد عابد الجابري ، مدخل إلى فلسفة العلوم ، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي ، ط4 ، بيروت مركز دراسات الوحدة العربية 1998 م .
58 ـ مولاي احمد حسين السليماني ، محاضرات في تاريخ تاريخ الشرق القديم 2003 م .
59 ـ محمود زيدان ، نظرية المعرفة عند مفكري الإسلام وفلاسفة الغرب المعاصرين ، ط1 ، دار النهضة العربية للطباعة والنشر بيروت ، 1989م .
60 ـ محمد بن أبي بكر المرعشي ، **ترتيب العلوم** ، تحقيق محمد بن إسماعيل ، ط1،دار البشائر الإسلامية ،بيروت 1988م .
61 ـ ماهر عبد القادر محمد علي : التطور المعاصر لنظرية المنطق ، دار النهضة العربية ، بيروت ، 1988م .
62 ـ محمد عابد الجابري : **تطور الفكر الرياضي والعقلانة المعاصرة** ، ج 1 ، دار الطليعة ، بيروت ، ط2 ، 1982 م .
63 ـ محمد علي أبو ريان ، تاريخ الفكر الفلسفي (أرسطو والمدارس المتأخرة) ، ط3 ، دار النهضة العربية للطباعة والنشر ، بيروت 1976 م .

64 ـ مصطفى النشار ، نظرية العلم الأرسطية ، دراسة في منطق المعرفة العلمية عند أرسطو ، ط 1 ،دار المعارف القاهرة ، 1995 م .

65 ـ محمد ثابت الفندي ، **فلسفة الرياضة** ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ط1 ، 1969م .

66 ـ محمد عبد الرحمن مرحبا ، **الموجز في تاريخ العلوم عند العرب** ، بيروت ، 1979م

67 ـ محمد احمد مصطفى السرياقوسي ، **التعريف بالمنطق الرياضي** (الإسكندرية : دار المعارف ، 1978 م).

68 ـ مجمع اللغة العربية : المعجم الوسيط ، مكتبة الشروق الدولية ، ط4 ، 2004 .

69 ـ مطبوعات يوسف قرقور، تاريخ الرياضيات ، المدرسة العليا للأساتذة القبة ، القسم الأول ،1997م . 1998م .

70 ـ نوال صراف الصايغ ، المرجع في الفكر الفلسفي ، (نحو فلسفة توازن بين التفكير [1] الميتافيزيقي والتفكير العلمي) ، دار الفكر العربي ، بيروت ، بدون تاريخ ، .

71. ـ احمد عبد الرزاق احمد ، الحضارة الإسلامية في العصور الوسطى ، دار الفكر العربي ، 1991م .

72 ـ صلاح الدين عبد الجواد ياسين ، المفاهيم الرياضية ، جامعة ولاية فلوريدا الولايات المتحدة الامريكية (1990) .

73 ــ عدنان سليم عابد وعبد الله أمبو سعدي ، معتقدات طلبة المرحلة الثانوية نحو الرياضيات والعلوم ، مجلة العلوم التربية والنفسية ، كلية التربية جامعة البحرين ، الصخير ، المجلد 03 ، العدد 03 ، 2002 م .

74. ـ عثمان نايف السواعي ، مهارات التمثيل الرياضي ، مجلة العلوم التربوية والنفسية ، جامعة البحرين ، الصخير ، المجلد 11 ، العدد 30 . بدون تاريخ .

75 ـ عمر فروخ ، **المنهاج الجديد في الفلسفة العربية** ، دار العلم للملايين ، بيروت ، ط2 ، 1981م.

76 ـ عبد الحليم منتصر ، تاريخ العلوم ودور العلماء العرب في تقدمه ، القاهرة ، 1980م .

77 ـ علي مصطفى مشرفة ، محمد موسى أحمد (تحقيق) ، كتاب الجبر والمقابلة لمحمد موسى الخوارزمي ، دار الكتاب العربية للطباعة والنشر ، 1968 م .

78 ـ علي عبد المعطي محمد ، **المنطق ومناهج البحث العلمي** ، دار المعرفة الجامعية ، الإسكندرية ، ط2 ، 1988م .
79 ــ علي بن محمد الشريف الجرجاني ، كتاب التعريفات ، مكتبة لبنان ، بيروت ، ط1 ، 1985 م .
80 ـ عثمان أمين : ديكارت ، المكتبة الانجلو مصرية ، القاهرة ، ط 6 ، 1976 م .
81 ـ فخر الدين الرازي ، مفاتيح الغيب ، ج1 ، دار الفكر ، بيروت ، ط1 ، 1981 م .
82 ـ فؤاد زكريا ، دراسة لجمهورية أفلاطون ، القاهرة ، مؤسسة التأليف والنشر ، دار الكتاب العربي ، 1967م .
83 ـ فريد شافعي ، العمارة العربية ، المجلد الأول ، جامعة الملك سعود 1982 م .
84 ـ فاروق عبد المعطي : فيثاغورس فيلسوف علم الرياضة ، دار الكتب العلمية ، لبنان ، ط1 ، 1994م .
85 ـ قدري حافظ طوقان ، **تراث العرب العلمي في الرياضيات والفلك** ، القاهرة ، دار الشروق 1954 م .
86 ـ قدوري حافظ طوقان ، **علماء العرب وما أعطوه للحضارة** ، دار الكتاب العربي ، بيروت ،1957 م . . .
87 ـ سعيد عبد الفتاح وآخرون ، **دراسات في تاريخ الحضارة العربية الإسلامية** ، الكويت ،1985م
88 ـ صاعد الاندلسي : **طبقات الأمم** ، تحقيق حياة بوعلوان ، دار الطليعة للطباعة والنشر ، بيروت ، 1985 م.
89 ــ سيف أنطوان ، تاريخ العلوم عند العرب ، 1985 م ، بدون دار النشر ، 133 .
90 ــ سعيدان أحمد سعيد ، هندسة أوقليدس بأيد عربية ، دار البشير ، عمان ، 1991م.
91 ـ وليد عبيد ، في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير ، جامعة عين شمس ، دار المسيرة للنشر والتوزيع ، عمان ، الأردن 2004 م .
92 ـ هوارد إيفن : مقدمة في تاريخ الرياضيات ، ترجمة خالد احمد السمري ، جامعة بغداد ، 1987م .
93 ـ هونكة ، **شمس العرب تصطع على الغرب** ، نقله إلى العربية فاروق بيوض وكمال الدسوقي ، ط 8 ، دار الأفاق الجديدة 1993 م.
94ـ يوسف كرم ، **تاريخ الفلسفة اليونانية** ، دار القلم ، بيروت ، لبنان ، 1986م .

ـ قائمة المراجع باللغة الاجنبية ـ

- André Darbon : La philosophie des mathématiques ,Etude Sur la logistique de Russell ; préface de René poirier ,(paris :I er . Presses Universitaires de France 1949.

- Irving M .Copi ; The theory of logical types (London : printed in Great Britain by routain & Kegan paul Ltd , 1971 , .

G , coede , bulletin school of oriental studies ,vl ,1931 .

- E.smith history of mathamatice london 1925 .

- Henri Gauthier : La pensée métaphysique de Descartes, J . Vrin ,Paris 1987 .

R .Descartes :Œuvres de Descartes , Meditations VI ,FG Leveraut , Paris, 1824.

– Kim ‘Sang Ong –Cung : Descartes et l’ambivalence de la création .J.Vrin. Paris , 2000 .

- René Descartes : Discours de la méthode .J . vrin . Paris . 1987

- Renè Taton , Histoire du calcul ,(Paris : Presses Universitaires de France , 1961 .

–Renée Bouveresse : Spinoza et Leibniz L idée d animisme universel , J , Vrin . paris . 1992 .

–Anne Becco : Du simple selon G. W . Leibniz , descours de mètaphysique et de monadologie , J ,Vrin . Paris , 1975. .

- Amy Dahan – Dalmedico & Jeanne peiffer : Une histoire des mathématiques , Routes et dédales ,éditions du seuil , 1986 .

–Henri poincaré , La science et l’ Hypothése , Editions de la Bohéme , 1992 .