جامعةالجزائر –02– أبو القاسم سعد الله

كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية

قسم الفلسفة

موضوع المذكرة:

حساب القضايا والأصناف في المنطق المعاصر

ملخص مذكرة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة تخصص

المنطق و العلوم المعرفية

إعداد الطالبة:

خديجة شيبي

إشراف الأستاذة:

نصيرة جعيدانى

السنة الجامعية 2015/2014

جامعةالجزائر –02– أبو القاسم سعد الله

كلية العلوم الإنسانية و الاجتماعية

قسم الفلسفة

موضوع المذكرة:

حساب القضايا والأصناف في المنطق المعاصر

ملخص مذكرة لنيل شهادة الماجستير في الفلسفة تخصص

المنطق و العلوم المعرفية

إعداد الطالبة:
خديجةشيبي

إشراف الاستاذة:
نصيرة جعيداني

أعضاء لجنة المناقشة

الاسم و اللقب	الرتبة	الصفة
		رئيساً
		مقرراً
		عضواً
		عضواً

السنة الجامعية 2015/2014

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء........

الحمد لله الذي لا تستفتح كتب الله إلا بحمده

و الصلاة والسلام على سيدنا محمد عبده و رسوله ...

أما بعد:

أتقدم بخالص الشكر و التقدير و العرفان بالجميل لأستاذتي ومثلي الأعلى، الأستاذة الدكتورة "جعيداني نصيرة" على ما قدمته لي من توجيهات و ما بذلته معي من جهد ووقت لإتمام هذه الرسالة.

إلى الوالدين الفاضلين "أبي و أمي"، إخوتي الأعزاء، عائلتي.

إلى كل زملائي، إلى كل الأفاضل الذين تلقيت عنهم العلم.

أهدي هذا العمل

و أسأل الله التوفيق.

فهرس الموضوعات.

فهرس الموضوعات..ص 1
مقدمة...ص **4**

الفصل الأول: مدخل عام إلى الحساب المنطقي...............ص **9**
المبحث الأول: مفاهيم منية أساسية...............................ص **9**
1 - مفهوم الصورة المنطقية........................ص 9
2 - مفهوم اللغة الرمزية............................ص 11
المبحث الثاني : الحساب المنطقي..................................ص **16**
1 - تعريفه..ص 17
2 - مبدأه..ص 24
3 - نبذة تاريخية....................................ص 28
المبحث الثالث: الفرق بين الحساب المنطقي لتقليدي و بين الحساب المنطقي المعاصر.. ص **33**
1 - مستوي الرمزية.................................ص **36**
2- مستوي القضية..................................ص **42**
3- مستوي النسقية.................................ص **50**
الفصل الثاني: حساب القضايا...................................ص **56**
المبحث الأول:نظرية حساب القضايا (أفكار أساسية)...........ص **56**
1 - تعريف..ص 56
2 - لغة الحساب القضوي............................ص 57
المبحث الثاني:حساب القضايا في المنطق الكلاسيكي..........ص **66**
1 - الحساب الكلاسيكي للقضايا.....................ص 66
2 - تقويم القضايا في المنطق الكلاسيكي...........ص 68
3 - طريقة الجداول الكلاسيكية.....................ص 68
4- طريقة المختصرات..............................ص 72
5- طريقة التحليل الشجيري.........................ص 74
6 - تصنيف القضايا في المنطق الكلاسيكي........ص 78
المبحث الثالث: حساب القضايا في المنطق اللاكلاسيكي.......ص **82**
1 - الحساب اللا كلاسيكي للقضايا.................ص 82
1 -1) - الحساب الموجه...................ص 82

2-1) - الحساب المخفف.....................ص 85
1- 3) - الحساب المتعدد القيم(الحساب ثلاثي القيمة)..ص 87
المبحث الرابع: حساب القضايا في صورة نسق استنباطي.....ص **93**
1- مفهوم النسق...ص 94
2- نماذج لحساب القضايا في صورة نسق استنباطي....ص 97
1-2)- نسق راسل وايتهد AN...................ص 97
2-2)- نسق لوكازفتش CN.......................ص 102
الفصل الثالث: حساب الأصناف...............................ص **107**
المبحث الأول: نظرية حساب الأصناف (أفكار أساسية).......ص 107
1- مفهوم الصنف (الفئة)...................................ص 107
2- أنواعه..ص 111
3-تعريفه..ص 115
4 - لغة حساب الأصناف...................................ص 118
المبحث الثاني : العمليات الحسابية المنطقية على الأصناف...ص **126**
1 - الضرب المنطقي.......................................ص 126
2 - الجمع المنطقي.......................................ص 131
3 - الطرح المنطقي.......................................ص 136
4 - اللزوم المنطقي.......................................ص 137
5 - الاحتواء (التضمن) المنطقي............................ص 138
6 - التكافؤ والتساوي المنطقي.............................ص 139
المبحث الثالث: حساب الأصناف والمنطق التقليدي............ص **143**
1 - حساب الأصناف و القضية الحملية.....................ص 145
2 - حساب الأصناف والقياس التقليدي.....................ص 156
المبحث الرابع: حساب الأصناف في صورة نسق استنباطي...ص **166**
الخاتمة...ص **173**
قائمة الرموز..ص **181**
قائمة المصطلحات التقنية...ص 183
فهرس المصادر و المراجع...ص

– مقدمة:

– إن التحليل كمنهج ليس مرتبطا بموضوع معين ، بل يمكن تطبيقه على أي موضوع قابل للتحليل المنطقي، و الحساب المنطقي مثل أية نظرية يكون هو الآخر موضوعا لتحليل منطقي، و هذا معناه ببساطة أن للمنطق موضوعا آخر هو المنطق نفسه، غايته تحقيق درجة عالية من الدقة ، والصورية الكاملة.

و من أجل هذا كان لابد من البحث عن لغة غير اللغة الطبيعية لكي تحقق هذا الهدف، فاللغة الطبيعية رغم محاسنها، فإنها غالبا ما تحجب الفكر في أدق عملياته عن إدراك هدفه، و فعلا قد أظهر تطبيق التحليل المنطقي على اللغة الطبيعية نقائص خطيرة لم تكن ظاهرة من قبل كالغموض و الالتباس، و قد توصل الباحثون في هذا المجال إلي ضرورة إبداع و تطوير لغة اصطناعية تعمل علي استبدال الألفاظ بالرموز ، و استبدال أدوات الربط اللغوية بثوابت منطقية ، وبهذا تكتشف البنية المنطقية للكلام، فظهر المنطق في ثوب جديد انفرد و تجاوز به عيوب اللغة الطبيعية و الاستعاضة عنها بلغة اصطناعية التي صارت لغة المنطق المعاصر، و قد نتج عن هذا التطور للغة أن انتقل المنطق في دراسته من مرحلة يمكن وصفها بأنها لغوية، من حيث ارتباط تعاليم المنطق و خاصة الاستبدال بألفاظ اللغة الطبيعية و بمعانيها المترادفة إلى مرحلة حل فيها الحساب الآلي محل الاستدلال.

و في الحقيقة ظل المنطق فترة طويلة مرتبطا ببعض ألفاظ اللغة الطبيعية، و الرواقيون أنفسهم كانوا يطلقون كلمة المنطق لأول مرة في التاريخ فدلوا بها على دراسة الكلام و الفكر معا و قسموه إلى جدل و بلاغة وضمنوه تعاليم أرسطو في نظرية الاستدلال، غير أن ذلك التطور من مرحلة اللغة إلى مرحلة الحساب كان بطيئا حتى مر غير ملحوظ ، و يمكن اعتبار أعمال كل من ديكارت و ليبنتز بداية المرحلة الأولى في تطوير المنطق نحو الاتجاه الجبري بغية تحقيق الدقة ، و اقترب الهدف أكثر من خلال أعمال جورج بوول و التي عرفت بالمنطق الجبري من خلال تحديده لفكرة المماثلة بين الجبر و المنطق، والنظر إلى حدود المنطق الأرسطي نظرة صنفية

فتوصل إلى حساب الأصناف (الفئات) ، ولما أدخلت فكرة دالة القضية في المنطق،و جرى التمييز بينها و بين القضية ظهر حساب القضايا مع **جوتلوب فريجه** ، وواصل **أغسطس دي مورغان** الأعمال في هذا الاتجاه الجبري فتوصل إلى وضع حساب العلاقات، و تبدأ المرحلة الثانية في تطوير المنطق نحو الدقة و تحقيق الصورية الكاملة مع وضع المنطق في صورة أنساق بديهيات مصورنة ، تمتد إلى ما وراء مجرد حساب القضايا و تبتعد بكيفيات مختلفة عن المنطق الرمزي التقليدي كحساب القضايا الموجه (المنطق الموجه)، و المناطق الكثيرة القيم، و المناطق المخففة، و قد نتج عن المرحلتين السابقتين ما يلي :

- توضيح الطابع الحسابي الآلي للمنطق.
- عرض لمختلف نظريات المنطق الرمزي- الرياضي في صورة نسق بديهيات.
- انقسام المنطق من الناحية التاريخية إلى منطق قديم أو تقليدي و يشمل كل من المنطق الأرسطي و المنطق الميغاري- الرواقي، و منطق عصر الوسيط إلى غاية عصر النهضة، وإلى منطق معاصر و هذا بدوره ينقسم إلى منطق كلاسيكي، و منطق لا كلاسيكي.

وهكذا ترتب عن التحول في لغة المنطق أن أصبح المنطق و خاصة في صورته الجديدة المعاصرة ، اسم يطلق على عملية تناول المنطق الصوري بلغة رمزية دقيقة أو حساب منطقي يأخذ شكلا معينا بهدف تجنب الوقوع فيما ينتج عن استخدامات اللغة العادية من غموض والتباس ، هذا التعريف الذي اكتسبه المنطق المعاصر تضمن أهم الخصائص البارزة والمميزة للمنطق المعاصر عن المنطق التقليدي،و ما يميز المنطق المعاصر كنظرية حسابية ليس مجرد استخدامه لطائفة من الأساليب الرمزية و المناهج الرياضية، بل إن ما يميزه أيضا قوته الصورية التي أصبحت أكثر صورية مما كانت عليه في المنطق التقليدي، أي مصورنة والتي تحققت بفضل التدوين الرمزي، و بذلك تيسر تحقيق النسقية في ميدان المنطق، الأمر الذي ساعد بدوره على انتشار ظاهرة تعدد الأنساق المنطقية الكلاسيكية و اللاكلاسيكية في المنطق المعاصر.

إن إنشاء حسابات مثل هذه بالتأكيد كان لها دوافع فلسفية عملت على بنائها و على تصورها للحقيقة ، ذلك أن موقف من يعتنق منطقا ثنائي القيمة ، أي قائما على مبدأ الثالث المرفوع لا يقبل وسطا بين قيمتي الصدق و الكذب، ليس كموقف من يعتنق منطقا أكثر مرونة لأنه متعدد القيم ، فيتسامح بالقول برابع مرفوع أو خامس مرفوع أو ما شاء من المرفوعات، مما لم يجر به العرف في المنطق التقليدي ، بحيث تكون بين قيمتي الصدق و الكذب قيم أخرى لا يحدد عددها إلا وجهة نظر المنطقي نفسه أي فلسفته، و هناك خاصية أخرى للمنطق المعاصر و هي سعة مجال تطبيقاته ، فلم يعد مفهوم المنطق محصورا في نظرية القياس الأرسطية، أو في نظرية الأقسية الشرطية بل اتجه في صورته الجديدة إلى دراسة العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما، و دراسة العلاقات المتنوعة التي تربط بين عدة قضايا ، فإلقاء نظرة على المنطق في صورته الجديدة تجعلنا نلاحظ أن أحكامه أكثر شمولا مما حققه المنطق التقليدي، بالإضافة إلى عرضه لصور مختلفة من الحساب التحليلي المنطقي لنظريات المنطق الرئيسية : نظرية حساب القضايا، نظرية حساب الأصناف، نظرية حساب المحمولات، نظرية حساب العلاقات.

إن ظهور المنطق المعاصر على هذه الصورة ، و الخصائص يبدو كأنه انفصل نهائيا عن المنطق التقليدي ، كما يرى بعض الفلاسفة المعاصرين منهم برتراند راسل ، و الواقع أن أصول العمليات الحسابية المنطقية ظهرت كموضوع فلسفي بالدرجة الأولى، فقد كانت لها دواعي فلسفية تخفي طابعها الحسابي، و يمكن القول أن استخدام الأسلوب الرمزي، والصياغة النسقية و الصورية التي يعمل عليهما الحساب المنطقي بقوة ، كانت حاضرة في المنطق التقليدي سواء عند أرسطو أو عند الرواقيين لكن في شكل آخر، و بطابع آخر لم يمكنها من الرقي إلى مستوى دقة و صرامة الحساب المنطقي المعاصر، و من هنا تبتعد مثل هذه المناطق عن و جهة النظر الحسابية في المنطق المعاصر، و يمكن اعتبارها بالنسبة إليه مناطق أو حسابات تقليدية لم يقع التعرف عليها إلا مؤخرا.

و مما هو جدير بالذكر أن موضوعات الحساب التحليلي المنطقي تلك مترابطة فيما بينها، إلا أن ميزة الترابط هذه قد طرحت إشكالية التقديم و التأخير في عرض موضوعات ذلك الحساب فمثلا، يقدم عزمي إسلام في كتابه: أسس المنطق الرمزي، ط2، الحساب التحليلي للأصناف على الحساب القضوي عرضا معرفيا، ، فيبدأ من مكونات القضية لا من القضية ذاتها منتهجا في ذلك منهجا تركيبيا، يبدأ من الأصناف و العلاقات بينها، ثم القضايا و علاقاتها، لكن في عرضنا لهذا البحث فإننا نتبع الطريقة المنتهجة في أغلب الكتب التي تعرض للحساب التحليلي المنطقي فنجعل من الحساب التحليلي للقضايا بداية لعرضنا، كالتقديم الذي يعرضه برتراند راسل في مؤلفه: أصول الرياضيات، الجزء الأول، وسوف يتأسس البحث الذي نقوم به حول عرض نظريتين فقط من نظريات المنطق الرمزي- الرياضي الرئيسية و هما: نظرية حساب القضايا، و نظرية حساب الأصناف كنماذج للحساب التحليلي المنطقي المعاصر، مع التطرق لبعض العمليات المنطقية، و الاستشهاد ببعض صور الأنساق المنطقية الرمزية لبيان ثراء النظريتين و ما يشتق منهما كنسق استنباطي ، و في محاولة عرضنا لهذا البحث ارتأينا أن نطرحه انطلاقا من الإشكالية التالية:

- إذا كانت فكرة إدخال التدوين الرمزي في المنطق قد سمحت بتناول المنطق الصوري بلغة رمزية دقيقة، أي تحوله الى حساب منطقي ، فإلى أي مدى استطاع المنطق المعاصر كنظرية حسابية تحليلية أن يطوع لغة المنطق من لغة طبيعية إلى لغة حسابية آلية، و يخفض الاستدلال إلى حساب؟، و ما أثر ذلك على علاقة المنطق التقليدي بالمنطق المعاصر؟.

- وتقوم هذه الإشكالية على مجموعة من الفروض:

بناءا على التقديم الذي طرحناه فإن الفروض التي سننطلق منها في معالجة بحثنا هي: بيان أن الحسابات المنطقية المعاصرة سواء حساب القضايا أو حساب الأصناف قد طرحت أول الأمر كمواضيع و كمشكلات فلسفية، و ما هي إلا إعادة بناء و صياغة مواضيع المنطق التقليدي في صورة فنية جديدة تطويرية و استمرارية للمنطق التقليدي.

أما الفرضية الثانية: فمفادها هي بيان أنه رغم ظهور الترعة التخصصية في المنطق المعاصر لنظريات الحساب المنطقي ، كنظرية حساب القضايا ، ونظرية حساب الأصناف ، إلا أن كل منهما مترابط فيما بينهما ببعض القوانين و القواعد و ببعض العمليات الحسابية.

إن تحليل الفرضيات السابقة يقودنا إلى تحديد مفهوم الحساب المنطقي بشكل عام ، ثم تحديد أولا مفهوم الحساب التحليلي للقضايا في صوره المختلفة: التقليدية و الكلاسيكية و المعاصرة ، و ثانيا: تحديد مفهوم الحساب التحليلي للأصناف، و بيان صلة التحليل الأول بالتحليل الثاني.

و تظهر أهمية الموضوع في وجهتين وجهة فلسفية ووجهة منطقية، فمن الناحية الفلسفية تبدو أهمية الموضوع في محاولة إبراز إلى أي مدى يمكن استخدام التدوين الرمزي في الميدان الفلسفي، و ذلك من أجل الوصول إلى الصياغة الدقيقة للمشكلات الفلسفية و تحقيق أعلى نسبة من الدقة و الصورية. أما من الناحية المنطقية فتظهر أهمية الموضوع في تحديد مفهوم وحدة المنطق بعد انتشار ظاهرة تعدد الحسابات و الأنساق المنطقية في الفترة المعاصرة، ومن ثم بيان استمرارية علاقة المنطق التقليدي بالمنطق المعاصر، و من أجل اختبار الفروض السابقة قسمنا البحث إلى مقدمة و ثلاث فصول و خاتمة.

إن التخصص في المنطق بصفة عامة، لم يعد من التخصصات الدقيقة خاصة بعد ظهور الترعة التخصصية في المنطق المعاصر بفروعها المنطقية المتخصصة، كحساب القضايا وحساب الأصناف و حساب العلاقات و حساب المحمولات إلى غير ذلك، و هي فروع تتميز عن بعضها بموضوعاتها وقوانينها و تطبيقاتها الخاصة، و لذلك رأيت أنه من الضروري أن أخصص المبحث الأول من الفصل الأول لتحديد بعض المفاهيم الأساسية الضرورية كمفهوم الصورة المنطقية و مفهوم اللغة الرمزية كمدخل إلى دراسة الحساب المنطقي بفروعه المنطقية الحسابية المتخصصة.

و في المبحث الثاني: تناولت مفهوم الحساب المنطقي بشكل عام و الوقوف عند أهم المبادئ والمعايير و العناصر المكونة له كحساب، و ذكر لأهم التطورات و الإرهاصات التاريخية المبكرة التي مهدت للانتقال بالعملية المنطقية من عملية استدلالية إلى عملية حسابية باستخدام المتغيرات و الثوابت و نسج المنطق على نموذج الجبر، و كانت مبادرة ديكارت و ليبنتز وجورج بوول وجوتلوب فريجه المبادرة الأكثر جرأة لتعميم فكرة الحساب نفسها و إقامة هذا النوع من الحساب الاستدلالي.

وفي المبحث الثالث : وقفنا عند أهم الإسهامات التي قدمها المنطق التقليدي للمنطق المعاصر في مجال الحسابات المنطقية، و ذلك من خلال البحث عن الأسس التي صيغ عليها كل من المنطقين، لنصل في الأخير عن طريق المقارنة بينهما أن المنطق التقليدي بنظرياته قد وضع الدواعي الفلسفية الأولى لأصول العمليات الحسابية المنطقية المعمول بها في المنطق المعاصر، و التي لم يقع التعرف عليها إلا من خلال مقارنتها و ترجمتها إلى لغة الحساب المعاصر.

أما في الفصل الثاني: فقد خصصناه لعرض الحساب التحليلي لنظرية حساب القضايا كنموذج للأسلوب و الطريقة التي اعتمدها المنطق المعاصر في عرض حساباته المنطقية ، و من أجل هذا تناولت في المبحث الأول: تحديد لأهم الأفكار الأساسية لنظرية حساب القضايا كالتعريف و الأبجدية التي يعمل بها.

و في المبحث الثاني : تناولت طرق تقويم و تصنيف الحساب القضوي في المنطق الكلاسيكي، أما في المبحث الثالث : فكان عرضنا لحساب القضايا اللا كلاسيكية ، فبالرغم من صرامة طرق التقويم و البرهنة التي اعتمد عليها حساب القضايا الكلاسيكي، و رغم التحسينات و التعديلات التي أدخلت عليها، إلا أنها ارتدت في نهاية تحليلاتها إلى المنطق الصوري القديم- منطق الصدق و الكذب- ، في حين انه يمكن الحديث عن مناطق و حسابات جديدة تمتد إلى ما وراء مجرد حساب القضايا، و تبتعد بكيفيات مختلفة عن الحساب التقليدي والحساب الكلاسيكي بحيث تمتد عملياتها المنطقية إلى حسابات متعددة القيم غير قيمة الصدق و الكذب

الكلاسيكيين. و في المبحث الرابع : تناولت عرض حساب القضايا في صورة نسق استنباطي و الاستشهاد بنماذج من الأنساق الكلاسيكية و اللاكلاسيكية و هو أسلوب يتفوق طرق البرهنة المعتادة لإثبات صحة القضايا ،و تظهر فيه صورانية المنطق بوضوح.

أما الفصل الثالث : و فيه عرضنا الحساب التحليلي لنظرية حساب الأصناف، حيث تظهر بشكل واضح القدرة على ترجمة الصيغ اللغوية و العلاقات المنطقية إلى لغة رمزية جبرية خالصة تتماثل مع علاقات و قوانين الجبر العادية، و من أجل هذا تناولت في المبحث الأول: أهم الأفكار الأساسية المكونة لنظرية حساب الأصناف كتعريف الصنف و ذكر أنواعه وأبجديته، أما في المبحث الثاني : فتناولت فيه أهم العمليات الحسابية المنطقية الممكن قيامها على الأصناف كالضرب و الجمع و الطرح و القسمة و المساواة. و في المبحث الثالث: نناقش فيه علاقة المنطق التقليدي بحساب الأصناف، و ذلك من خلال ترجمة القضايا الحملية والأقيسية التقليدية إلى لغة حساب الأصناف، مما يسمح لنا باختبار مدى صحتها و بطلانها في ظل هذا الحساب الجديد.أما في المبحث الرابع : فخصصناه لعرض حساب الأصناف في صورة نسق استنباطي لبيان ثراء النظرية و ما يشتق منها كنسق استنباطي.

و في الخاتمة تقييم و تحصيل لمجمل النتائج التي تمخضت عن هذا البحث في مجال الحساب المنطقي بشكل عام، و حساب القضايا و حساب الأصناف في المنطق المعاصر بشكل خاص.

ومن الأسباب التي دفعتني إلي اختيار هذا الموضوع انه لم يعالج بكثرة في بحوث اكادمية ، فغالبا ما يقع اختيار الباحث علي المواضيع الفلسفية أكثر من المواضيع المنطقية ، وهذا نظرا لاعتماد الدراسات المنطقية علي بعض الألفاظ ذات الطابع التقني التي يجب علي الباحث أن يكون قد الم بها و تعامل معها بصورة دقيقة في نفس الوقت، لذا كان لزاما علينا أن نناقش حساب القضايا والأصناف في المنطق المعاصر مع الرجوع بكل جزيئية إلي المنطق التقليدي لتحديد المدى الذي ساهم به أرسطو و الرواقيون في وضع الأساس الأول لتأسيس حساب القضايا و الأصناف في المنطق المعاصر .

و كان المنهج المتبع في هذه الدراسة منهجا تحليليا نقديا مقارنا يمزج بين التحليل المنطقي وبين التحليل الرياضي و التحليل التاريخي، و ذلك حسب ما يتطلبه الجانب الذي تعالج منه المشكلة موضوع البحث.

وأشير هنا أنني صادفت بعض الصعوبات منها تشعب مواضيع البحث بين ميدانين كبيرين هما ميدان الحساب وميدان المنطق، مما يجعل الإحاطة الشاملة به متعذرة، واعتمدت في هذه الدراسة على المراجع العربية والاجنبية – في حدود اطلاعي و ترجمتي المتواضعة – ، كما لا ننسى أن هذا النوع من المواضيع يميل إلى المنطق التطبيقي أكثر إلى الفلسفي، ورغم الجهود المتواضعة والمبذولة في هذا البحث ،إلا أنني لا ادعي الإلمام بجميع جوانبه إذ لا يخلو من بعض النقائص التي تواجه أي عمل علمي في بداية الطريق .

1) مفاهيم منطقية أساسية:

1-1)مفهوم الصورة المنطقية:

- إن المنطق كما يعرفه **أرسطو** Aristote (384 ق.م - 322 ق.م) هو دراسة للاستدلالات والاستنباطات. في قوله: " هو كلام متى وضعنا فيه شيئا، لزم عنه شيء آخر ضرورة". ويعني بالشيء الموضوع المقدمتين الكبرى والصغرى، وبالشيء الآخر النتيجة التي تلزم عنهما لزوما ضروريا، وغرض المنطق من هذا هو النظر في المعايير والقوانين التي تحدد لنا الأقيسة الصحيحة والفاسدة[1].

ونفهم من هذا أن المنطق هو دراسة للاستدلالات والاستنباطات من حيث صحتها عن طريق ضبط قوانينه ومعاييره، ويعبر المنطقي في الغالب عن صحة استدلاله، على أنه استدلال صادق بصورته بصرف النظر عن مادته، أي مضمونه، ويسمى المنطق (صوريا) لأنه لا يهتم إلا بهذه الصورة، وربما لهذا السبب أيضا ذهب بعض الباحثين إلى تعريف المنطق بأنه علم الصورة الخالصة، أو علم يبحث في صورة الفكر، أو تحليل لصورة الفكر[2]. ولتوضيح صورة الفكر سنعرض المثال التالي الذي يوضح لنا التعريف التالي :

صورة الفكر هي صورة من تركيب معين تهتم بتحديد العلاقات القائمة بين المعاني الواردة في الألفاظ بغض النظر عن محتوى تلك الألفاظ [3]. ولو نظرنا إلى القياس التقليدي الآتي:

1
كل إنسان فان
وسقراط إنسان
إذن سقراط فان

[1] أرسطو، التحليلات الكبرى أو كتاب القياس، المجلد الرابع ط1، ابن رشد نصا تلخيص منطق أرسطو، دراسة وتحقيق. د. جيرار الجيهامي، دار الفكر اللبناني بيروت، 1992، ص 139.

[2] لوكازفتش يان، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصورى الحديث، تر: عبد الحميد صبره، منشأ المعارف، الإسكندرية، 1962، ص 25.

[3] محمود فهمي زيدان، فلسفة اللغة ، دار النهضة العربية، بيروت، 1985، ص 21.

من الواضح هنا صحة هذا الاستدلال ليست مرتبطة فقط بسقراط ، فإذا صح هذا الاستدلال على سقراط صح كذلك على زيد وعمر............إلخ ، وكذا فإن صحة هذا الاستدلال لا تتوقف على التصوريين الموجودين فيه وهما (إنسان وفان) ، وعندئذ يجوز الاستعاضة عن التصور إنسان، والتصور فان، بمتغيرات دون أن يفقد بذلك الاستدلال شيئا من قوته، وينجم عن هذا العرض الجديد أن نكتب استدلالنا السابق في الصورة التالية:

2 { كل هـ – و
س – هـ
إذن س – و }

– إذن الغرض من استخدام الرمز هنا محاولة استخلاص الهيكل المنطقي الاستدلالي، أي صورة الحجة الاستنباطية، وذلك بتعرية الاستدلال تدريجيا من محتواه الأول. فالاستدلال رقم (1) هو مثال لحجة استنباطية، أما الاستدلال رقم (2) فهو مثال لصورة حجة استنباطية والرموز فيه تشير إلى متغيرات وتصورات، وتتعلق هذه الصورة الاستنباطية بأي حجة استنباطية، وعندئذ سنقول أن الحجة صحيحة دون حاجة منا إلى أن نكتشف عن معاني ومضمون الألفاظ والقضايا الموجودة في الحجة. [1]

وهكذا لما كانت صحة الاستدلال أو الاستنباط تعتمد إلى حد كبير على صورته لا على مادته، فنقول عن الاستدلال المنطقي أنه صحيح إذا كانت نتيجة تلزم لزوما ضروريا عن المقدمات، وإذا كان العكس فالاستدلال باطل، وبهذا توصف الصحة والبطلان هنا بصحة صورية أو بطلان صوري [2].

وهكذا يمكن من جهتنا أن نضع تعريفا للموضوع الذي نهتم به ونقول أن الصورة المنطقية هي: اهتمام المنطقي بصورة الفكرة لا بمضمونها ، وأن غرض المنطق هو تحديد بشكل قاطع لصور الحجج الاستنباطية وبيان صحتها من بطلانها ، وأن التحديد الصوري للصحة ولبطلان

---

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، تر: د. محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2005، ص ص 14، 16.
[2] محمد مهران رشوان، مقدمة في المنطق الرمزي، دار قباء للطباعة والنشر، القاهرة، 2004، ص ص 19، 20.

للحجج الاستنباطية الاستدلالية قد أخذ في المنطق المعاصر الأسلوب الرياضي، أما الفرق بينهما في موضوع الصورة المنطقية، هو أن المنطق المعاصر استخدم وسائل في غاية الثراء إذا ما قورنت بوسائل المنطق القديم للبرهنة على حجة صور الحجج الاستنباطية.

2-1) مفهوم اللغة الرمزية:

وهي لغة اصطناعية وضعها المناطقة لتحقيق أغراض المنطق، ويطلق عليها أحيانا اسم "اللغة المنطقية"، و "اللغة الكاملة منطقيا"، و "اللغة المثالية"، ولهذه اللغة أهمية كبرى في صياغة مبادئ المنطق وحججه، ومن المفروض أن تكون هذه اللغة قادرة على التعبير الدقيق عن الأفكار والمفاهيم، فاللغة المنطقية قوة تعبيرية في صياغة المسائل التي تحتاج إلى دقة لا يمكن التماسها في اللغات الطبيعية.[1]

إن جميع الصيغ في المنطق التقليدي، والتي سبق وأن عرضنا نموذجا منها، المعبّر عنها باللغة الطبيعية رأينا كيف تمت الاستعاضة عنها في المنطق المعاصر برموز خاصة، ذلك أن المنطق المعاصر ونقصد هنا المنطق الرياضي، الذي هو صوري مثل المنطق التقليدي هو بالإضافة إلى ذلك رمزيّ بشكل شامل، فمن مميزات المنطق الرياضي استخدامه للغة رمزية شبيهة باللغة الرمزية المستخدمة في الحساب والجبر، حيث يتم التركيز على الصورة وحدها، والواقع أنه منذ ظهور المنطق في الفكر اليوناني وحتى هذا العصر، كان يجري تطوره نحو تعميق الصياغة الصورية[2]، فقد اهتم مناطقة العصر الحديث والمعاصر بما كان غائبا عند أرسطو، وهو تحقيق مبدأ المنطق الصوري، من خلال العناية بصور الاستدلالات، لأن صور ومناهج الفكر مميزات خاصة بالإنسان، وفي هذا يقول **لويس كوتيرا** Louis Couturat (1868-1914): "إن هيئة القياسات أجمل ما في روح الإنسان" [3]. غير أن استعمال الرموز ليس قاصرا على المنطق الرياضي، فهناك علوم أخرى تستخدم الرموز مثل الجبر، ولا نقول عنها أنها

[1] محمد مهران رشوان، المنطق الرمزي في القرن العشرين (حصار القرن)، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، عمان، ص 551.

[2] ألكساندرا غوتينافاما، علم المنطق، دار التقدم، موسكو، 1981، ص 341.

[3] Couturat Louis, la logique de Leibniz, D'apres des documents inédits. Editeur Félix alcan. Paris, 1901, p1.

منطق رياضي أو رمزي، لذلك يرفض إ.م **بوشنسكي I- M Bochenski** اسم المنطق الرمزي ويكتفي باسم المنطق الرياضي، ويرى أن كثرة استعمال الرموز في المنطق الرياضي مقارنة بالمنطق التقليدي هي أمر عرضي، وليست له علاقة أساسية بالصفة الرئيسية للمنطق الرياضي [1]، وكان **برتراند راسل** Russell Bertrand (1872- 1970) قد ذهب في كتابه: أصول الرياضيات إلى مثل هذا الرأي حين اعتبر صفة رمزي صفة عرضية لا تمليها طبيعة المنطق[2].

وتتألف اللغة المنطقية من نوعين أساسيين من الرموز: المتغيرات والثوابت، ويقصد بالرمز المتغير ذلك الذي لا يكون له معنى محدد مثل: أ، ب، س، ص، ق ....، أما الرمز الثابت فهو يحتفظ بمعنى محدد مهما تغير السياق الذي يرد منه مثل العلامات الحسابية + ، × ، ÷ ، وبعض الرموز الدالة على واو العطف (الواو).أما....أو...إذا كان..... فإن..، [3] ولكي تحقق هذه اللغة الأغراض التي وضعت من أجلها، لابد في رأي **سوزان استبنج** Sussane Stebbing من توافر خواص ثلاثة في هذه اللغة وهي: الإيجاز، التعبير، الدقة، و النسقية. فمن شأن، الإيجاز الاقتصاد في التفكير والجهد وإتاحة عمل استدلالات مركبة لا يمكن إنجازها عن طريق اللغة العادية، وتعد الدقة من أهم ما يميز المنطق، أما النسقية فهي تتصل بخاصية من خصائص المنطق الرياضي وهي النسق الاستنباطي، وإمكان الحساب إنما يقوم على مثل هذه الكتابة الرمزية. [4] وقد ساهم في إقامة صرح هذه اللغة، أي لغة رمزية على نموذج لغة الحساب كثير من المناطقة والرياضيين فكان الفيلسوف **ريموند لول** Raymund Lull (1235-1315) أول من قال بفكرة العلم الكلي في القرن 13م كتعبير عن اللغة الرمزية، فأشار في كتابه: الفن الكبير إلى أنه يمكن التوصل إلى علم عام بمنهجية رمزية رياضية، حيث تشمل جميع

[1] I- M Bochenski, Ahistory of formal logic, translated and Edete by IVO thomas, university of Notre Dame Paris library of Congres, p272.
[2] Bertrand Russell, principles Mathematics, 2 nd . George Allen Unuin London, 1929, P10.
[3] IBID p11.
[4] محمد مهران رشوان، المنطق الرمزي في القرن العشرين، ص 553.

مبادئ ومعاني العلوم، وبهذا فإننا سنصبح في هذا العلم حاسبين لا قياسيين. [1] وبالمثل فقد ذهب **روني ديكارت** René Descarte (1596- 1650) إلى القول بأن الرياضيات هي ثوب خارجي لرياضيات أعلى سماها العلم الكلي، وفيها ندرك جميع العلاقات عن طريق الحدس فهو مطلب كل استدلال. فإذا كان لدينا مثلا الجداء التالي: 2×2 = 4×1 فحسب ديكارت لا يكفي أن ندرك بالحدس أن 2×2 = 4، وأن 4×1= 4، بل يجب أن نحدس أيضا أن حاصل جداء القضيتين، هو القضية الثالثة سيستنتج بالضرورة بالتساوي.[2]

وهكذا ما نلاحظ على فكرة العلم الكلي لدى كل من ريموند لول وديكارت أنها فكرة توحي إلى أن هناك تشابه بين الاستدلال والحساب، وبالفعل عندما تبين بشكل صريح مدى التشابه بين الاستدلال والحساب ، تمت خطوة ثانية في هذا الموضوع مع كل من **توماس هوبز** Thomas Hobbes (1588- 1679) والفيلسوف **إتين دونت دي كونديلاك** Etienne Bannot de Condillac (1715- 1780) ، وكان **هوبز** أول من عبر عن هذا التشابه أي إمكانية تصور إجراء الاستدلالات كما تجري حسابات الرياضيات، لكن كلمة الحساب لديه كانت تحتفظ بالمعنى الضيق، إذ كان يحصر استعمالها في العمليات الحسابية الناتجة عن عملية الإحصاء، وفي القرن التالي اقترح **كونديلاك** أيضا أن يجعل مثله الأعلى في التعبير عن كل استدلال بلغة الحسابات الجبرية العددية. [3]

وهكذا نلاحظ أن محاولة إنشاء لغة رمزية عالمية أو علم كلي قد تضمن أولا إدخال رموز حرفية وعددية (جبرية)، ومع أن هذه المحاولة تحمل في طياتها البذور الأولى لإقامة حساب استدلالي، إلا أن هذه المحاولة كانت تحصر مفهوم اللغة الرمزية في نطاق العدد، وبالتالي فإن اللغة الرمزية المنطقية التي نظر إليها أصحابها هي مثالية حسابية، ويبدوا أيضا أن ربط ديكارت للاستدلال الحسابي بفكرة الحدس جعله حساب حدسي وليس حساب منطقي، ومن هنا

---

[1] I.M.Bouchenski, A History of Formal Logic, p 272.

[2] روبير بلانشي، الاستدلال، تر: محمود يعقوبي، معهد المناهج، الجزائر، ص 42.

[3] I.M. Bouchenski, A History of formal Logic, p273.

اقتضت الحاجة إل تخليص فكرة الحساب ذاتها من المثالية العددية ومن فكرة الحدس ، ويعتبر **جولتفريد وليام ليبتز** G.W.Leibniz (1646- 1716) أهم من ارتبطت أسماؤهم بهذا المجال، فقد كان يحلم بأن يصبح كل تذكير فلسفي أشبه ما يكون بالحساب، بحيث يمكن حسم أي خلاف ينشأ بين فيلسوفين، وهذا يقتضي وجود لغة رمزية شبيهة بلغة الرياضيات، فأعلن بما أطلق عليه اللغة العالمية أو العامة Characteristic Unicersalis ،وهي لغة رمزية تصويرية يشير كل حرف فيها إلى مفهوم بسيط، وتكون هذه الحروف مفهومة عند جميع الناس أين كانت اللغة التي يتكلمون بها، لذلك توصف هذه اللغة بأنها حساب عقلي مثل الجبر، وتشكّل حروفها أبجدية الفكر البشري التي تناظر جميع الأفكار البسيطة وهي بمثابة مفاهيم أولية تتألف منها الأفكار المركبة بواسطة قواعد التركيب، ويطلق **ليبنتز** على هذه العملية اسم "فن التركيب"، وهذا الفن هو الحساب العقلي[1] **.**وقد كان لاقتراح ليبنتز لنظامه الحسابي الجديد، عدة مزايا أهمها:

حرر ليبنتز فكرة الحساب من المثالية العددية إلى حساب يتسع أن يطبق على نسق من الحسابات الكتابية وعلى نسق من الحروف ترمز بشكل مباشر إلى موضوعات دون النظر إلى محتواها[2]، ونلاحظ مدى أهمية هذه الفكرة مع ألفريد نورث وايتهد Alfred North Whitehead (1861- 1947) حيث نجده يعرف الحساب على أنه: "فن استعمال إشارات اصطلاحية في التعويض حسب قواعد معينة"، ثم يضيف "واستنتاج قضايا صادقة فيها".[3] وكنتيجة أيضا لتوسيع مفهوم الحساب، أصبح بالإمكان من ليبنتز الحديث عن بدايات حساب استدلالي، وكان الانتقال أيضا من حساب عددي حدسي إلى حساب منطقي، وهكذا توصل ليبنتز إلى نتائج كانت ثورية في زمانها، غير أن عمله كله ظل غير مكتمل التحقيق وغير معروف في عصره، ومع ذلك فقد كان لاقتراح ليبنتز لنظامه الجديد أهمية بالغة بالنسبة للمنطق

---

[1] Couturate Louis, La logic de Leibniz, p.p 51, 52.
[2] IBID, P 81- p 319.
[3] A.N. Whitehead, Atreatise of Universal algebra, press of library Cambridge, 1898, p4.

الحديث فقد وجه انتباه الأجيال المتعاقبة من المناطقة إلي ضرورة تحرير الدليل المنطقي والتفكير من الالتباس والغموض الذين يكتنفان الصورة المنطقية للحجج المعبّر عنها باللغة الطبيعية.[1]

وهكذا لما كانت استدلالاتنا في اللغة الطبيعية قد تتطابق وتتشارك في المضمون، وليست كذلك في الصورة أو الشكل، لذلك كانت عناية المنطقي بالشكل أكثر من المضمون، وهذا ما أدى بمناطقة العصر الحديث والمعاصر على النحو الذي عرضناه سابقا إلى أن يلجئوا إلى اللغة الرمزية من أجل إظهار الصورة المنطقية جيّدا، وتوسيع مفهوم الحساب ليشمل في الأخير علي الحساب المنطقي. وعليه إذا كان تطور إنشاء لغة منطقية رمزية قد أدى إلى توسيع فكرة الحساب ليشمل أنواع أخرى من الحسابات كالحساب المنطقي، فماذا يقصد بالحساب المنطقي؟

2) الحساب المنطقي:

عادة ما يقترن التحليل بالتجزئة، سواء كانت تجزئة ما دية أو فكرية، غير أن الإجراءات التحليلية في المنطق لا تعني نفس إجراءات التحليل المادية، بل نستعين في التحليل المنطقي بأدوات وطرق تحليلية خاصة، فالتحليل المنطقي هو طريقة لتوضيح بنية الأنظمة اللغوية المختلفة، فتعمل هذه الطريقة على تحليل مكونات اللغة من أقوال وعبارات وقضايا، كما تعمل على تعريف المفاهيم والحدود وتحديد معانيها بدقة، وتكشف أيضا على أنواع الاستدلالات والصيغ التي تنطوي عليها اللغة، وتعين الشروط والقواعد المنطقية التي يجب توفرها في النظام اللغوي[2]، وليست طريقة التحليل المنطقي حديثة العهد، بل تمتد جذور هذه النظرية إلى محاولات اليونان التحليلية للحساب والهندسة، وخاصة تحليلات أرسطو، فمنذ أن وضع مؤلفه: الأورغانون Organon اتخذ المنطق كوسيلة، ووسيلة خاصة لتحليل اللغة والفكر متسائلا بذلك عن استعمال المنطق في الفلسفة، كأول تساؤل عن قدرة المنطق التحليلية ،[3] وقد

[1] Coutrate Louis, la logic de Libniz, p101.

[2] خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ط1، دار الوفاء العليا للطباعة والنشر، 2007، ص. ص 395، 396.

[3] Denis Vernant, introduction à la philosophie da la logic, éditeur margada, flammarion, Paris, 1981, p13.

استخدم أرسطو الطريقة التحليلية في دراسته لعناصر أو مكونات العلم البرهاني، مستهدفا بذلك تعيين الخصائص المنطقية لما يجب أن تكون عليه المكونات والشروط الواجب توافرها في المقدمات وأنواع الاستدلالات، وإذا ما تصفحنا كتاب – التحليلات الثانية – بصورة عامة لوجدناه يهتم بتحليل ماهية العلم وشورطه وخصائص البرهان، متأثرا بالمنهج الرياضي .[1]

– انطلاقا من الحقائق السابقة يمكننا النظر إلى التحليل المنطقي من زاويتين:

الأولى: أن التحليل المنطقي طريقة لغوية تهتم بمكونات وعناصر بناء لغة حسابية.

الثانية: أن التحليل المنطقي طريقة حسابية منطقية تهتم بالقواعد التي يجب أن تكون عليها الخصائص في بناء نظام أو حساب منطقي.[2]

ونفهم من هذا أن طريقة التحليل المنطقي تعتبر في أحد جوانبها طريقة ووسيلة فعالة لبناء الحسابات المنطقية، والواقع أن بناء حساب منطقي ليس بالأمر السهل، فقد بذل المناطقة وعلماء الرياضيات – على النحو الذي سنعرضه فيما بعد – جهودا كبيرة لتحقيق الصفة النهائية المعروفة في الوقت الحاضر، لذلك فإن أفضل أسلوب للتعريف بالحساب المنطقي هو تحديد معناه أولا، ثم دراسة عناصره التي تؤلفه ثانيا.

1-2) تعريف الحساب المنطقي:

إن تحديد مفهوم الحساب المنطقي يعد من أصعب ما عرف في فلسفة الرياضيات، وتتجلى هذه الصعوبة في أمرين اثنين : عدم وجود تعريف دقيق شامل متفق عليه هذا من جهة، ومن جهة أخرى نتيجة لتشبع المفهوم نفسه بميدانين واسعين هما ميدان المنطق، وميدان الرياضيات، ومع ذلك فإننا نقف على تعريفين اثنين في اعتبارنا أنهما الأنسب للإلمام بمفهوم عام للحساب المنطقي، يذكر التعريف الأول: أن الحساب المنطقي هو الانتقال بالعملية المنطقية من مرحلة صياغة الاستدلالات إلى مرحلة الحساب، وهو بذلك يهدف إلى صياغة القوانين المنطقية صياغة مصورنة، فيخضع لقواعد صارمة تشبه إلى حد ما عملية الحساب بالنسبة إلى الأعداد الحسابية،

[1] أرسطو، التحليلات الثانية أو كتاب البرهان، المجلد الخامس، ط1، دراسة وتحقيق د. جيرار الجيهامي، دار الفكر اللبناني، بيروت، 1996.

[2] خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص 35.

وهذا التعريف ينطبق على جميع فروع المنطق المعاصر القضايا، الأصناف، المحمولات، العلاقات.[1]

أما التعريف الثاني فينص على أن الحساب المنطقي: هو لغة صورية- رمزية تتألف من أوليات هي رموز أو علامات مختلفة تترتب في متواليات خطية أو صيغ صحيحة البناء وفقا لقواعد بنائية معينة، واستنتاج صيغ أخرى من مقدمات مفروضة وفقا لقواعد تحويلية يجري الاستنتاج بمساعدتها فتلزم النتائج عن المقدمات الضرورية.[2]

- يتضح لنا من خلال التعريف الأول أو الحساب المنطقي يبنى على مفاهيم منطقية أوية، كمفهوم الصنف والقضية، والمحمول (دالة القضية)، والعلاقة، أما التعريف الثاني فينطوي على عدة حقائق وعناصر أساسية تؤلف في مجملها مقومات الحساب المنطقي، نوجزها فيما يلي:

- **مفهوم القضية**: هي ذلك القول أو الجملة الخبرية التي تحتمل الصدق أو الكذب[3]، ونميز أنواع من القضايا: قضايا بسيطة ذرية وقضايا مركبة. فالقضية الذرية: هي تلك القضية التي تكون خالية من أي رابط منطقي، ويرى **راسل** أن أبسط أنواع القضايا كقولنا: "هذا أحمر" و "أ أكبر من ب" فالمثال الأول يمثل لنا القضية الذرية الشخصية، أما المثال الثاني فيمثل القضية الذرية العلاقية، أما القضية المركبة: هي قضية مؤلفة من قضيتين مرتبطتين بأحد الروابط المنطقية، ولا يحكم على القضية المركبة بالصدق أو الكذب، إلا بحكم صدق أو كذب القضيتين البسيطتين.[4]

- **مفهوم دالة القضية**: هي صيغة بها متغير واحد على الأقل ليست صادقة وليست كاذبة، ولكنها تتحول إلى قضية إذا ما استبدل المتغير فيها بثابت أو قيمة محددة فنحكم عليها عندئذ

---

[1] د. أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، معهد المناهج، 2007، ص 87.

[2] خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص 212.

[3] Whitehead and Russell, principia Mathematica, volume 1, Cambridge, the University press, 1963, PXV.

[4] IBID, p.p , XVI 7.

بالصدق أو بالكذب، فقولنا: س إنسان تسمى دالة قضية، إذا ما عوضنا المتغير الفردي (س) بقسمة "زيد" تصبح "زيد إنسان".[1]

– مفهوم الصنف (الفئة): هو مجموعة جميع الموضوعات التي لها خصائص مشتركة واحدة، فإذا كان لدينا أ، ب، جـــ . أعضاء للصنف **ص** مثلا، فإن **ص** في هذه الحالة تختلف عن الصنف ق في الخاصية وتختلف عنه أيضا في الأعضاء المكونة له، فالناس جميعا يشكلون فئة واحدة، ولتكن مثلا، النطق والحيوانية، والطلبة يشكلون فئة واحدة، والأقلام تشكل فئة واحدة......وهكذا.[2]

– مفهوم العلاقة: لقد كان كل من **أرنست شرويدر E. Shroder** (1841-1902)، **وتشارلز ساندرز بيرس C.S. Peirce** (1839- 1914)أول من أدرك موضوع العلاقة بتعريف على أنها زوج من الأشياء الجزئية تربط بينها علاقة معينة ، بحيث تصبح العلاقة جمعا منطقيا لكل الحدود التي ترتبط بها.[3] إلا أن راسل اعتبر هذا التعريف للعلاقة أمر معقد في حالة البحث في العلاقات الفردية، ولذلك يعطي لها تعريفا جديدا على أن العلاقة دالة قضية ذات متغيرين أو أكثر، والعلاقة قد تكون ثنائية أو ثلاثية أو رباعية.....إلخ.[4]

– كما يعتمد الحساب المنطقي على المقومات الآتية :

أولا: يبدأ الحساب المنطقي من علامات أو رموز هي بمثابة أوليات اللغة أو الألف باء، اللغة الصورية الرمزية للحساب المنطقي وتضم:

1– متغيرات تقع في مجموعتين:

أ/ متغيرات حدود: يشار إليها بالحروف أ، ب، جـــ ، د.......

---

[1] IBID, p7 .

[2] IBID, p72 .

[3] برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج 1، تر: محمد مرسي أحمد، وأحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر، 1958، ص 60.

[4] Whitehead and Russell, principia Mathematica, p 26.

ب/ متغيرات قضايا: يشار إليها بالحروف ق، ل، م، ن.....والفرق بينهما أن الحد يعتبر جزء من صيغة رياضية أو منطقية وتحل محله قيم عددية أو منطقية، بينما يعتبر متغير القضية رمزا يشير إلى فراغ تحل محله قضية أو أكثر سواء كانت قضية رياضية أو منطقية[1].

2- ثوابت وتضم :

أ/ مجموعة الثوابت المنطقية: مثل الروابط والأسوار، وتمثل الروابط المنطقية في الحساب المنطقي مجموعة الرموز التي تعمل على ربط القضايا، ويمكن تصنيفها إلى نوعين: روابط أساسية غير معرفة في النظام المنطقي الذي اختيرت فيه، وروابط ثانوية مشتقة أو معرفة بواسطة الروابط الأساسية، ونعرض بصورة عامة للروابط المستخدمة في الحساب المنطقي، وهذه الروابط : النفي، البدل، البدل المطلق، العطف، الشرط، التكافؤ، خط شيفر، والخط المائل.

- أما الأسوار فنميز فيها بين سور القضية الكلي (كل) وسور القضية الجزئي (بعض)

ب/ مجموعة الثوابت الرمزية الرياضية: مثل رموز العمليات (+، -، ×، ÷) والجذور والأعداد.

3- المحمولات أو الدالات: وهي الصفات التي تحمل على الأفراد وهي على أنواع، فمنها الأحادية ذات حد واحد ومنها الثنائية ذات حدين، ومنها الثلاثية ذات ثلاث حدود وهكذا.

4- التعريفات: وهي مجموعة الأقوال التي يتميز فيها الحد المعرَّف والحد المعرِّف الذي من خلاله نعين المعنى الصوري المعرّف. [2]

ثانيا: للحساب المنطقي قواعد بنائية تتعامل مع الأوليات لتعيين الصيغ الصحيحة البناء للقضايا، وأن صياغة هذه القواعد البنائية يتم من خلال لغة فوقية يتم في ضوئها تعريف (القضية) في الحساب المنطقي، ونقصد بالقواعد البنائية مجموعة البديهيات (المقدمات الأساسية والقواعد

---

[1] خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي، ص. ص. ص 213، 216، 221.

[2] المرجع نفسه، 214.

الإستنتاجية والتي يمكن أن تكون بديهيات منطق القضايا أو دالات القضايا أو العلاقات أو الفئات).[1]

ثالثا: للحساب المنطقي قواعد تحويلية لتعيين المقدمات أو البديهيات واشتقاق صيغ أو قضايا جديدة منها، وأن صياغة هذه القواعد يتم بلغة فوقية لتعريف البرهان في الحساب المنطقي، وتمثل المبرهنات مجموعة القضايا المشتقة من المقدمات الضرورية وتضم البديهيات والمعرفات والمبرهنات التي سبق البرهان عليها، أما البراهين فهي مجموعة الاستدلالات، حيث يكون كل برهان متوالية نهائية مترابطة منطقيا بالضرورة تبدأ بالمقدمات وتنتهي بالنتيجة.[2]

– وهكذا يتعين لنا مما سبق أن للحساب المنطقي مقومات أساسية تدخل في بنائه، ويكتفي على العالم المنطقي الأخذ بهذه المقومات لبناء حساب منطقي صوري، غير أن هذا البناء لا يتم إلا بوجود شرطين هما: ويتعلق الشرط الأول باختيار الباحث لطريقة استعمال التدوين الرمزي، والعناصر غير المعرفة التي تتكون منها الصيغ، ويتعلق الشرط الثاني باختيار القواعد البنائية التي تسمح بالحصول على صيغ صحيحة البناء، وتمييزها عن الصيغ غير الصحيحة البناء ولا تنتمي إلى الحساب المنطقي، كما يشترط في الحساب المنطقي أن يكون خاليا من التناقض ومستقلا وكاملا .[3]

وهكذا يتضح لنا من خلال التعريفين السابقين أن الحساب المنطقي هو مستوى من مستويات اللغة الصورية، يشمل جميع فروع وموضوعات المنطق المعاصر بحيث يمكن الحديث عن حساب القضايا، وحساب الأصناف، وحساب العلاقات، وحساب محمولات، وأن البناء المنطقي لهذه الحسابات يقوم على قواعد بنائية وتحويلية ويبدأ من أوليات للوصول إلى صيغ أو قضايا، وما ينتج عنها بالاشتقاق.

---

[1] خليل ياسين، محاضرات في المنطق الرياضي ، ص. ص 213، 214.

[2] المرجع نفسه ،ص213 ،214.

[3] المرجع نفسه، ص. 222، 224.

– ولكن إذا كان الحساب المنطقي هو الانتقال بالعملية المنطقية من صيغة استدلالية إلى صيغة حسابية، إلا أن هذا لا يعني أنه يمكن تقديم الحساب المنطقي بطريقة تماثلية وقياسية مع الحساب الجبري العادي، بل هو أكثر عمومية لأنه يأخذ الحساب كحالة خاصة في تطبيقاته.[1] والواقع أن التفكير بأسس مجردة للحساب الجبري فكرة قد تغلغلت في وعي الفلاسفة الرياضيين منذ أن طرحها ديكارت في فكرة الرياضيات الكلية، وأخذ ليبنتز بتحقيقها، ففي عام (1833) كان **ج. بيكوك** Peacock قد طرح مبدأ ديمومة الأشكال المتعادلة، وفي عام (1840) كان **د- ف غرغوري** Gregory قد نشر مذكرة عن الطبيعة الحقيقية للرمز الجبري، ونشر أيضا **أوغست دي مورغان** A- De Morgan (1806- 1871) مذكرات عن أسس الجبر، وكانت نتائج هذه الأبحاث أن القوانين التي تدير الجبر العادي تخصص مجالا معيّنا، ولكن يمكن فهم الجبر بمعنى أعم، بحيث يمكن أن تنطبق حساباته على كيانات أخرى غير الأعداد، وذلك بالتخلي عن بعض قوانينه الخاصة،[2] وقد جاء **جورج بوول** Gearge Boole (1815- 1864) الذي تعارف الكثير من المؤرخين علي انه الواضع الحقيقي لأساس المنطق الرياضي متأثرا بهذه الآراء في إقامته حسابه المنطقي، وقد كتب في مقدمة كتابه: التحليل الرياضي للمنطق Mathematical Analysis of logic (1847) يقول: "إن أولئك الذين يعرفون الحالة الحاضرة لنظرية الجبر الرمزي هم على وعي بأن صحة عملية التحليل لا تقوم على تفسير الرموز المستخدمة،بل تقوم على قوانين التركيب الخاصة بها، فأي نسق للتفسير لا يؤثر على صدق العلاقة المفترضة يكون نسقا مقبولا بالمثل.......وحقا هذا المبدأ ذو أهمية أساسية.... وإني على أساس هذا المبدأ أتقدم بوضع الحساب المنطقي" .[3] وسنجد في مؤلفه: قوانين الفكر (1854 An investigation

[1] Macel Boll et Jacque Reinhort, Histoire de la logique, presses Universitaire de France, Paris, 1970, p 29.

[2] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، تر: د. خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص. ص 366، 367.

[3] Gearge Boole, Mathematical Analysis of logic, Being in Ersay a calculus de ductive Rcasoning, Cambridge, Macmilian, Barelay, and Macmilian, London, Geaorge bell, 1847, p. p 3, 4.

of the louis of thought on wihich are gounded he probabilities. Mathematival of logic and الصيغة الحاسمة التي تنص على التخلي على بعض قوانين الجبر الخاصة في قوله: " ليس من جوهر الرياضيات الاهتمام بأفكار العدد والكم" وكذا قوله: " إن الرياضيات التي يجب علينا بناؤها هي رياضيات العقل البشري". " وإذا كان مشروعا النظر إلى نظامها من الخارج بوصفه منتظما بواسطة العدد وحدس الزمان والمكان، فلا يقل شرعية النظر إليه من الداخل، بوصفه مستندا إلى وقائع من نسق آخر، تكمن في تكوين العقل البشري" [1] .

ويمكن أن نستعين هنا بمثال من حساب الأصناف، فهو يستخدم حروف الهجاء بدل الأعداد في الجبر المألوف، ويستعين بالعمليات الحسابية كالجمع والضرب والطرح والقسمة، فتظهر القضايا على صورة معادلات جبرية، ومنها تستنبط قضايا أخرى، فإذا كانت لدينا القضية "الإنسان حيوان مفكر"، بحيث نرمز إلى الإنسان بـــ (س) ، والحيوان بـــ (ع)، والمفكر بـــ (ص)، وبالتعبير الرمزي الجبري تصبح القضية معادلة من الصورة التالية: س = ع + ص، وما نلاحظه هنا أن التعامل مع الحدود يكون كما في الجبر، بحيث يمكننا أن ننقل الحدود من طرف إلى آخر مع تغيير الإشارة، فنستنبط قضايا أخرى صادقة. [2]

– يتضح لنا مما تقدم أن بناء حساب منطقي يقتضي أولا تعميم فكرة الحساب ذاتها، بحيث يمكن لنا الحديث عن أنواع من الحسابات، غير أن هذا التعميم لا يتحقق إلا إذا تم التخلي عن بعض قوانين الجبر الخاصة، وتطبيق المنهج الرياضي في المنطق هو النجاح في تخليص الجهاز الرياضي نفسه من استعماله الحصري لفكرة الكم والعدد، الأمر الذي يدل على أن بناء حساب منطقي، وبناء حساب جبري لا يتم بطريقة تماثلية وقياسية وإنما لكل منهما قوانينه الخاصة.

---

[1] نقلا عن : روبير بلانشي ،المنطق و تاريخه من ارسطو حتى راسل ،ص368. .

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، دار الوفاء، الإسكندرية، 2002، ص 80.

2-2) مبدأه:

إذا كان المنطق علم الاستدلالات والاستنباطات، معنى هذا أنه مختصر بوجه عام بدراسة الشروط التي بموجبها تنتج منطقيا قضايا أخرى، وقولنا أنه ينتج منطقيا هو ما يعبر عنه في المنطق بفكرة اللزوم Impilication [1]. إذن عصب كل استدلال هو ذلك الرباط المنطقي بين قضايا ذلك الاستدلال أي لزومها لزوما منطقيا. ولكن إذا كانت بدايات الحساب المنطقي – كما حددناه سابقا- قد ضبطت صورته الأولى في خفض الاستدلال إلى حساب، فهل هذا يعني أن الانتقال بالعملية المنطقية من صياغة استدلالية إلى صياغة حسابية مبنيٌ أيضا على علاقة اللزوم؟.

– إن المبدأ العام الذي يقوم عليه كل حساب منطقي هو علاقة المبدأ باللازم، وكثيرا ما يفهم من علاقة المبدأ بالازم أنها قد توحي إلى علاقة استلزام أو لزوم، والواقع أن كلا المصطلحين مختلفان[2]، ولكي يتضح لنا أوجه الاختلاف بينهما يقتضي منا أن نقف على كل مفهوم منهما.

1- الاستلزام أو الزوم المنطقي logical implication:

يعبر الاستلزام عن قضية الشرطية متصلة أداتها (إذا.....إذن.....) ويعبر عنه بثابت اللزوم [$\supset$] أو ($\longleftarrow$)، وصورتها الرمزية (ق $\longleftarrow$ ك). وتستند هذه العلاقة إلى قاعدة أساسية: " من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالي[3]، فتستلزم القضية (س) القضية (ص) منطقيا إذا وفقط إذا استحال صدق (س) وبطلان (ص)، فمثلا القضية: "كل الكواكب قد تدور حول الشمس" تستلزم القضية "الأرض الذي يعني كوكبا فهو يدور حول الشمس"، على اعتبار أن صدق القضية الأولى يضمن ضمانا مطلقا صدق القضية الثانية، وفي المقابل فإن القضية "بعض الأجرام السماوية تدور حول الشمس" لا تستلزم القضية "كوكب الزهرة يدور حول الأرض"[4]

---

[1] برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج1، ص 42.

[2] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 49.

[3] Stramson P., introduction to logical theory, Routledge Revivals, A library of Congress, New york, p 35.

[4] الحصادي نجيب، أسس المنطق الرمزي المعاصر، دار النهضة العربية، ص 36.

الظاهر هنا أنه قد يوجد تشابه بين مفهوم الاستدلال، وبين مفهوم اللزوم، والواقع الهما متمايزان على الرغم من أنهما يقران نفس الفكرة، "استحالة صدق شيء ما في حالة بطلان آخر"، فسلامة البرهان تتوقف على قيام علاقة استلزام بين فئة من القضايا (مقدمتين ونتيجة)، في حين أن علاقة الاستلزام تتطلب وجود قضيتين لا ثالث لهما [1]....كما في المثال الثاني المذكور سابقا. ومن جهة أخرى يعلل راسل سبب هذا الخلط بين الاستدلال وبين علاقة اللزوم، إلى أن هناك اعتقادا سائدا حول الاستنباطات من أنه يجب أن يكون لها مقدمات ونتيجة، ويحملنا هذا الاعتقاد لأول وهلة إلى ظاهرة فكرة القياس، ويرى راسل أن نظرية كهذه تعقد علاقة اللزوم تعقيدا كبيرا فهي تجعل منه علاقة ذات أي أن عددا من الحدود تكون متماثلة لحد النتيجة، ويرى أنه تعقيدا ليس لازما، ويرجع ذلك إلى سببين:

السبب الأول: لأن التقرير الآني لعدد من القضايا هو في حد ذاته قضية مفردة.

السبب الثاني: لأنه حسب قاعدة التصدير من الممكن دائما عرض اللزوم في صراحة على أنه قائم بين قضايا مفردة.

– **مثال الحالة الأولى:** إذا كان ك فصلا (فئة من القضايا)، فإن كل قضايا الفصل (ك) تقرر في القضية الواحدة لجميع قيم (س)، إذا كانت س يلزم عنها س، فإن س هي (ك) يلزم عنها س أو بالغة العادية كل ك صادقة.

– **مثال الحالة الثانية:** التي تفرض عدد المقدمات يكون محدود قد، ك يلزم عنها ر يساوي: إذا كانت ك قضية يلزم عنها **ق** فإن **ق** يلزم عنها **ر**. وفي هذه الصورة الأخيرة يكون اللزوم قائما بين القضايا المفردة. وعلى ذلك يعتبر راسل علاقة اللزوم هي علاقة بين قضيتين لا علاقة تربط عددا اختياريا من المقدمات بنتيجة واحدة .[2]

[1] الحصادي نجيب، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 36.

[2] برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج 1، ص 77، 87.

وهكذا نلاحظ كيف أكد راسل على ضرورة التمييز بين مفهوم الاستدلال وبين علاقة اللزوم، على أن كل منهما من طبيعة مختلفة، فاللزوم هو عملية ربط قضايا تقود إلى قضايا جديدة، أما الاستدلال فهو يمثل إجراء يؤدي إلى قضايا، وبعد هذا التوضيح يمكن لنا أن نحدد مفهوم علاقة المبدأ باللازم كالآتي:

2- **علاقة المبدأ باللازم** : هي علاقة أساسية يقوم عليها كل استدلال، وعلاقة أساسية أيضا لكل حساب منطقي، وهذه العلاقة يعبرها الفكر في اتجاهين، اتجاه مباشر واتجاه عكسي.

أ/ **الاتجاه المباشر**: نستدل فيه من المبدأ إلى اللازم، ويعبر فيه المزدوج (مبدأ- لازم) عن علاقة التبعية المنطقية بين القضايا وهي علاقة لازمانية، إن هذه العلاقة عندما تربط قضيتين (ق) و (ك) في الاتجاه الذي يذهب من المبدأ إلى اللازم تكتب: ق $\Longrightarrow$ك [1].

ب/ **الاتجاه العكسي**: نستدل فيه من اللازم إلى المبدأ، ويعبر في المزدوج فيه بالمقدم والنتيجة، وترتبط العلاقة الرابطة بينهما في هذا الاتجاه بالترتيب الزمني الذي يجري فيه هذا الاستنباط. وعندما تربط هذه العلاقة بين قضيتين (ق) و (ك) يكون الترابط بينهما عكسي أيضا.

وتكتب: ق $\Longleftarrow$ ك . وفي الحالة الأولى يتطابق المزدوجان (مبدأ- لازم) (مقدم- نتيجة)، أما في الحالة الثانية فإننا ننطلق من اللازم ونتخذه مقدمة، ثم نستخلص مبدأ يستنتج منه اللازم. وفي هذه الحالة فعوض القول أن المبدأ ناجم من اللازم، فيقال أن وضع المبدأ ناجم من وضع اللازم. [2]

وعليه فإن كلمة استلزم لا تشير إلى علاقة المبدأ باللازم، بالقدر الذي تشيره إلى علاقة المقدمة بالنتيجة، الذي تعبر عنها علاقة المبدأ باللازم في الاتجاه الثاني العكسي، لا بمعنى يستدعي لزوما، بل مشروط بكذا....، في حين أنها لا تطابق الاتجاه الأول 'لا في حالة استخلاص اللازم من المبدأ. [3]

---

[1] روبير بلانشي، الاستدلال، ص 10، 11، 12.

[2] المرجع نفسه ، ص 10، 11، 27.

[3] المرجع نفسه، ص 11.

– وهكذا نكون لحد الآن قد حرصنا على التمييز بين علاقة المبدأ باللازم التي قوم عليها كل استدلال، وكل حساب استدلالي، وبين علاقة اللزوم أو الاستلزام، ولكن إذا كانت علاقة المبدأ باللازم تشكل المبدأ العام الذي يقوم عليه الحساب المنطقي، فهل من الممكن أن نعتبر هذه العلاقة (علاقة المبدأ باللازم) أن تندرج ضمن الحساب المنطقي؟

– إن الحساب المنطقي كما حددناه سابقا هو الانتقال من صورة لفظية إلى صورة رمزية جبرية مجردة خالية من أي محتوى أو مضمون خارجي، وتبعا لذلك فإن العلاقات والروابط التي تندرج ضمن هذا الحساب تكون هي الأخرى بلا شك مهملة لأي مضمون خارجي واقعي، وإذا كان صحيحا أن الحساب المنطقي يجري حسب علاقة المبدأ باللازم، فإنه لا يلزم من هذا أن مثل هذه العلاقة تندرج في هذا الحساب، لأنه يفلت من دراسة دوال الصدق، ولأنه يحيل على مضمون القضايا التي يربط بينها، وليس فقط على صدقها أو كذبها، فلا يكفي أن أعلم أن (ق) صادقة، وأن (ل) صادقة، لكي يحق لي أن أؤكد أن (ل) لازم من (ق)، بل كل ما يمكنني قوله هو: إذا كانت (ق) صادقة، و (ل) كاذبة، فإن (ل) ليس لازما من (ق)، أما بالنسبة إلى التراكيب الثلاثة الأخرى لكل من (ف) و (ل) فإن قيمة قضيتي تبقى غير متعينة[1] . وعلى الرغم من أن علاقة المبدأ باللازم تفترض علاقة الاستلزام (←) كشرط ضروري في الحساب المنطقي، إلا أنه شرط غير كاف في حين أن علاقة الاستلزام كما يفهمها المنطقي أعم من ذلك فهي تعد دالة صدقية وتهمل مضمون القضايا، وبالتالي فلا نستغرب من اعتبار قضية استلزامية شرطية مركبة من: " $3\times 3 = 9$ تستلزم أن الأرض تدور"، [2] إن علاقة مثل هذه تعبر عن علاقة وصل بين المقدم والتالي، وهي صادقة لأن المقدم صادق، والتالي صادق، أما إذا أسقطنا رابط الاستلزام ضمن مفهوم القضية المركبة، فلا معنى لهذا الرابط، ولا توجد أي علاقة استلزام بين القضيتين.[3]

---

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 49.

[2] المرجع نفسه، ص 50.

[3] Alfrid. TARESKI, introduction à la logic. Trad. De l'anglais par Jaque tremmblay. J. gautheir. Villardn Paris. E. Nauwelaerts louvain, 1969, p 24.

هذا ولا يقتصر موضوع إدراج أو عدم إدراج الروابط التي تدخل في الحسابات المنطقية على العلاقات التجريدية كعلاقة المبدأ باللازم، بل إن الاستحالة نفسها نجدها في العلاقات التجريبية والسببية والغائية بين القضايا، فهناك بعض الروابط النحوية العطفية التي تضم قضيتين بسيطتين في قضية مركبة، قيمة صدقها ليست تابعة لقيمة صدق القضيتين الأوليتين مثل : "الجو بارد لأن المطر يترل"، إن قضية مثل هذه ليست صادقة في الحاضر إلا إذا كان مكوناها صادقين، لكن هذا الشرط ليس كافيا لأن القضيتين علاوة على ذلك فهي تثبت رباطا عليا سببيا بين الواقعتين إذ يمكن أن تكون القضية صادقة، بينما تكون القضية السببية كاذبة، فالتركيب (ص،ص) نفسه في القضيتين البسيطتين قد يطابقه في القضية المركبة القيمتان (ص) أو (ك)، ومن شأن هذا أن يجعل الجدول غير متعيّن، فعبارة لأن إذن ليست عامل صدق، ويقال نفس الشيء ولنفس الأسباب بالنسبة إلى العبارات الدالة على علاقة الغائية (من أجل) ومرادفاتها.[1]

3-2) نبذة تاريخية:

إن الطريقة الجديدة التي طرحها **ديكارت، وريموند لول** وحققها **ليبنتز** هي الطريقة التي تكون دليلا للفكر مثل الطريقة المعروفة في الهندسة والحساب، والتي لا يستطيع الفكر من دونها أن يصل إلى نتائج صحيحة، وبعبارة أخرى تكون الاستدلالية والبرهانية هي ما يتوخاه المنطق، ويكون الحساب المنطقي هو الهدف الذي يرمي إليه ليبنتز بغية تحقيقه، ولقد اجتاز المنطق لتحقيق هذا الهدف نفس المراحل التي اجتازتها الهندسة على الرغم من التخلف الذي أصاب المنطق مدة طويلة من الزمن، إذ ارتبطت القوانين المنطقية أول الأمر بالقضايا الفلسفية، ثم ما لبث أن تعزز ارتباطها بالعلم الرياضي، والتحليل الفلسفي له، فأقام أرسطو نظريته المنطقية استجابة للتحليل الرياضي، ولكن المحاولات التي بذلت وأضافت إلى المنطق قوانين جديدة، لم

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 48.

تكن كافية لبناء حساب منطقي على أساس بديهي، وقد تحقق هذا الإنجاز في المنطق المعاصر.[1] فإلقاء نظرة على المنطق في صورته الجديدة تجعلنا نلاحظ سمات مميزة: أحكامه أكثر شمولا ودقة مما حققه المنطق التقليدي ، اهتمامه بدراسة معاني مفردات اللغة، ودراسة معاني الرموز وتحليلها تحليلا منطقيا مما يعرف بالسيمية المنطقية logical symantics ، بالإضافة إلى دراسة البناء المنطقي للغة Logical syntax ، ويشكل المبحثان معا موضوع ما بعد المنطق الذي يعني بدراسة وصف مقدمات وخصائص التحليل المنطقي، والأهم من هذا عرضه لصور مختلفة من الحساب التحليلي المنطقي لنظريات المنطق الرمزي الرئيسية الأربعة.[2] وهي حسب الترتيب التاريخي لظهورها : نظرية حساب الفئات (الأصناف)، نظرية حساب القضايا، نظرية حساب الدالات، ونظرية حساب العلاقات، ورغم السبق التاريخي لنظرية حساب الفئات إلا أن معظم الكتب المنطقية المعاصرة تواضعت على البدء بنظرية حساب القضايا بسبقها لبقية النظريات سبقا منطقيا، يتعلق بأهداف الفهم والتحليل وحجة ذلك أن نظرية حساب القضايا وضعت قواعد للاستنباط، وهي بذلك لازمة للنظريات الثلاثة الأخرى، فصحيح أن لكل من هذه النظريات نسقها المنطقي، ومصطلحها الرمزي المستقلين إلا أنها جميعا تستند إلى جانب كبير من النسق الاستنباطي لنظرية حساب القضايا، واتخاذ قوانينها كمقدمات.[3] وقد كان **جوتلوب فريجه** Gottlob Frege (1848- 1925) قد أدرك أهمية الحساب الفلسفي، والطريقة الرمزية التي اقترحها ليبنتز للتعبير عن جميع الحقائق، فمن الممكن أن يرى المرء في الرموز الحسابية والهندسية والكيمياوية تحقيقات لفكرة ليبنتز في كل حقل على انفراد، وقد أشار فريجه إلى اللغة الرمزية العامة التي استهدفت إقامتها أبحاث ليبنتز مثمّنا طريقته بقوله: "ولكن اذا لم يكن بالإمكان تحقيق هذا الهدف السامي دفعة واحدة، فإن على المرء ألا يفقد الإيمان بإمكانية الاقتراب منه بصورة تدريجية وخطوة بعد خطوة"، ومن هنا قام فريجه ببناء

[1] ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي، ص. ص 210، 211.

[2] Ahfred tareski, introduction à la logic, p p p 12, 13, 14.

[3] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 225.

متكامل لنظرية حساب القضايا، ونظرية دالات القضايا، وبهذا اعتبر المؤسس الأول والحقيقي لهتين النظريتين في كتابه: اللغة الرمزية – التصورات- **Begriffsschrift** سنة (1879).[1] وفي الحقيقة هناك خطوات قد سبقت وساهمت في تحقيق هذا الإنجاز للحساب القضوي Caculus of proposition قبل مؤسسه فريجه فقد اكتشف في حوالي سنة 1800 كل من بيرس **وماك كول** Mac Coll (1835- 1909) وفريجه أن الحساب القضوي كان موضوعا للجدل الرواقي، والذي كان مناطقة القرون الوسطى قد توصلوا إليه شيئا فشيئا، أما الخطوة الثانية فقد قام بها بيرس، وماك كول، حيث أرسوا المنطق على الحساب الأولي للقضايا.[2] أما نظرية حساب دالات القضايا Functionel Calculus of proposition، فهي النظرية الثانية من نظريات المنطق الرمزي الرياضي، وتعتني هذه النظرية بدراسة البناء المنطقي للقضايا، ومن ثم تهتم بالحساب التحليلي للدالات، ولهذه النظرية عدة أسماء مشتقة من الموضوعات التي تبحثها، فهي نظرية حساب المحمول predicate calculus، ونظرية التسوير Quantification[3]، ونظرية المتغيرات الظاهرية Theory Apparant Variables.[4] أما نظرية حساب الفئات (الأصناف) Calculus of Class فهي ثالث نظريات المنطق الرمزي، وتمتد جذور هذه النظرية إلى نظرية القياس في المنطق التقليدي، وأول من حاول صياغتها كنظرية هو جورج بوول، وإن عبّرت محاولته عن إقامة المنطق على أسس رياضية، بحيث ينتمي المنطق إلى علم الجبر على وجه الخصوص.[5] أما الحساب التحليلي للعلاقات، فيعد هذا الحساب أحدث نظريات المنطق الرمزي، وأن إرهامات العمل به بدأت مع أعمال **أوغست دي مورغان، وبيرس وشرودر،**

[1] نقلا عن : خليل ياسين ،محاضرات في المنطق الرياضي ،ص،ص209،210.

[2] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، ص. ص418، 419.

[3] Quine .W.V.O. Mathematical logic, Revised Edition, Harvard University press, Cambridge, Massachusetts, London, 1981.

[4] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 127.

[5] محمود فهمي زيدان ،المنطق الرمزي نشاته و تطوره،ص79،88.

واكتملت صورة النظرية في كتاب: البرنكيبيا **principia** لراسل **ووايتهد ألفريد نورث** Whitehead Alfred North (1861 -1947)،[1] وقد ساهم فيما بتطوير هذه النظريات كل من **ستانلي جيوفتز william stanley jevons**(1835-1882) وبيرس وشرودر، وهنجتين، وذلك بتصحيح بعض الواعد التي اقترحا أصحاب هذه النظريات أو بإضافة ثوابت جديدة نذكر منها:

- اعترض جيوفتز على تعريف **بوول** للجمع المنطقي بين الأصناف، واعتبر أن المعادلة هـــ + هـــ= هـــ (أحد قوانين بوول) لا يمكن تفسيرها حسب تعريف بوول للجمع، واقترح أن يكون الجمع المنطقي دالا على اندراج فرد ما في أحد الصنفين، أو فيهما معا.

هذا ولم يدرك بوول أهمية فكرة الاحتواء كفكرة منطقية أصلية، ومن ثم خلط الاحتواء بالمساواة، ويعتبر بيرس أول من صحح خطأ بوول في استخدامه لعمليتي الطرح والقسمة في جبر الأصناف وتصحيحا لبوول ميز بيرس بين العمليات الحسابية التي تعبر عن علاقات منطقية كالجمع والضرب، والعمليات الحسابية التي لا تعبر عن ذلك كالطرح والقسمة. أما شرودر فقد طور نظرية حساب القضايا وحساب الأصناف، وحساب العلاقات، كما حاول إصلاح وكتابة المنطق التقليدي في صورة قالب رمزي جبري،[2] وإن كانت تصورات هؤلاء جميعا تدور حول إقامة الحساب المنطقي على نموذج جبري، فقد تشكل جانب منطقي آخر يمثله كل من فريجه، **وجوزيب بيانو Guisippe peano** (1858- 1932)، ويرى أصحاب هذا الاتجاه الجديد أن المنطق هو الأساس الذي نشتق منه التصورات الرياضية، وجاء فيما بعد راسل ووايتهد ليستفيد من الاتجاهين،[3] واعتمد منطقه على ثلاثة أقسام منطق القضايا، ومنطق الأصناف (الفئات)، ومنطق العلاقات، وامتازت الأفكار البدائية الخاصة بالحدود والألفاظ التي عبّروا بها عن هذه الحسابات المنطقية بأنها أفكار منطقية خالصة، ولاشك أن هناك عوامل

[1] برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج 1، ص 60.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 99، 100، 107.

[3] المرجع نفسه، ص 249.

أخرى تعاونت مع هذا الاتجاه الجديد في ترجمة الأفكار الرياضية إلى أفكار منطقية، فقد شارك كل من **لودفيج فتجنشتين** Wittgenstieur Ludvig (1889- 1951)، **وجون نيكود** Jean Nicod (1893- 1924) في تأسيس ما يسمى بحساب البديهيات (علم البديهيات) ويعتمد هذا العلم على اختيار قضايا أولية بمساعدة الصيغ المختلفة، فيتحتم على كل نسق موضوع أن يكون متسقا، بحيث يمكن استنباط بديهيات جديدة، ويتحتم أن يكون متكاملا، بحيث يمكن الحصول على كل الصيغ الباقية ذات المعنى داخل النسق المنطقي ابتداء من صيغ بسيطة أولية، كما هو الحال في نسق راسل وايتهد AN، ونسق يان لوكازفتش Jan Lukasieucz (1878- 1956)، ونسق نيكود، وبفضل هذا الحساب الجديد بدأ يتضح لرجال المنطق الصورية الكاملة، فقد أعان هذا البحث على اكتشاف الدلالات الحقيقية لعملية التجريد. [1]

وهنا لابد من الاشارة إلى الفرق الموجود بين المنطق الصوري، وبين المنطق المصورن. إن المنطق المصورن هو بالضرورة منطق صوري حسب المعنى الذي استعمل به في المنطق التقليدي، أي دراسة بنية القضايا والاستدلالات عن طريق تفريغها من مضمونها المادي اللغوي، ولكن الصورنة تسعى إلى دفع الطابع الصوري للمنطق إلى أبعد مدى للحدود الصورية، وذلك عن طريق تفريغها من كل ما يرتبط بالحدس، واستيعاب كل الصور الاستدلالية في أي ميدان، [2] والفرق بينهما، أن الصورة بالنسبة إلى المنطق الصوري Formal Logic هي وسيلة لتفادي نقائص اللغة الطبيعية، وبالتالي تبقى درجة الصورية فيه محدودة، أما في المنطق الصوراني Formalist Logic فالصورة تصبح هي الهدف، وبالتالي فهو أكثر صورية من الأول تتحقق فيه الصورية الكاملة. [3]

[1] أ، هـــ، بيسون،و د.ج. أوكنر، مفدمة في المنطق الرمزي، تر: عبد الفتاح الديدي، دار المعارف، مصر، 1971، ص. 9، 10، 16.

[2] أحمد موساوي، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، معهد المناهج، الجزائر، 2007، ص 130.

[3] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج 1، ص 65.

هذا وقد أدى النزوع نحو تحقيق خاصية الصورية الكاملة، وانتشار ظاهرة النسقية في المنطق المعاصر إلى الحديث عن أنماط جديدة في المنطق، وعن أنماط جديدة في الحسابات المنطقية، فلما كان الحديث عن منطق قديم تقليدي والذي يضم المنطق في صورته الأرسطية والرواقية، ومنطق معاصر، أصبح الحديث اليوم في المنطق المعاصر نفسه، عن منطق أو حساب كلاسيكي Classical Logic ويمتد بين القرن السابع عشر ونهاية القرن التاسع عشر، ومنطق أو حساب لا كلاسيكي Non- Classical Logic ويمتد من القرن العشرين ومستمر في الظهور إلى أيامنا، [1] فإقامة الإجراءات الصورية، وتطور الأبحاث المنطقية، وانفتاح المنطق الرياضي الكلاسيكي بإنشاء حسابات جديدة لا كلاسيكية، تلك من دون شك هي السمات البارزة في تطور الحساب المنطقي خلال العقود الأخيرة.

3) الفرق بين الحساب المنطقي التقليدي وبين الحساب المنطقي المعاصر:

من بين أهم الانتقادات التي وجهت إلى المنطق الرمزي الجديد أنه ينطوي على إساءات فهم بالغة عن طبيعة المنطق، ونقد المناطقة الرمزيون مبادئ المنطق التقليدي كما لو كان شيئا مختلفا عن زمانه[2]، وانقسموا بهذا الصدد إلى ثلاث فرق، الموقف الأول: القائل بأن منطق أرسطو وصل إلى حد الكمال، و لم يعد هناك مجال إضافة أو زيادة على رأسهم **كانط إيمانويل** (1764- 1804)، حيث كتب في أوائل مقدمته المشهورة للطبعة الثانية في كتابه: نقد العقل المحض يقول : "...أما أن المنطق قد دخل منذ أقدم عصوره الطريق اليقينية للعلم، فتلك واقعة يشهد بها أنه منذ زمن أرسطو لم يكن في حاجة إلى أن يتراجع خطوة إلى الوراء...."[3] أي أنه ولد كاملا،

---

[1] Miklos Ferenczi- Miklos stots, Mathematical logic for application ,preparend under the editorship of Budapest, University of technology a nd Economics, Mathimatical institute, 2011, p 4.

[2] أ. هـــ بيسون د. ج أوكونر، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 25.

[3] إيمانويل كانط، نقد العقل المحض، تر: موسي وهبة، مركز الانتماء القومي، لبنان، ص 31.

أما الموقف الثاني: فميز أصحابه بين المنطق الأرسطي، وبين المنطق التقليدي وذهبوا إلى أنه يمكن إصلاح المنطق القديم بنوعيه أرسطيا وتقليديا، على نحو يتسق مع نتائج الفكر الحديث والمعاصر. ويمثل هذا الاتجاه المنطقي البولندي **يان لوكازفتش** في مؤلفه : نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث قائلا: " إن نظرية القياس الأرسطية نسق يفوق في إحكامه إحكام النظريات الرياضية ذاتها، وهذا ميزته الباقية عن الزمن، ولكنه نسق ضيق ولا يمكن أن ينطبق على كل أنواع الاستدلال كالاستدلالات الرياضية".[1] أما الموقف الثالث والأخير: فيمثله الذين يعارضون منطق أرسطو، والمنطق التقليدي، ويرون ضرورة وضع منطق جديد منهم: **فرانسيس بيكون** Francis Bacon (1561- 1662) وبرتراند راسل، **وألفريد تارسكي** Alfred Tareski (1901_1983) **ورودولف كارناب**، وفي هذا الصدد يقول راسل: " من أراد في عصرنا الحاضر أن يدرس المنطق فوقته ضائع سدى لو قرأ لأرسطو، أو لأحد تلاميذه".[2]

والحق أن مجرى الاختلاف بين المنطق التقليدي والمنطق المعاصر يكمن في مراحل التطور، فالمنطق التقليدي مرتبط بالمنطق الرمزي الجديد، تطوير للتصورات والتقنيات، أو العمليات الفنية التي تضمنتها مؤلفات أرسطو عن المنطق، غير أن هذه الحقيقة قد سادها الغموض وقتا طويلا بسبب التاريخ العجيب والهائل الذي شهده علم المنطق خصوصا في مرحلته المعاصرة،[3] وانتقاله من صيغة استدلالية إلى صيغة حسابية وهذا ما أثبتته الدراسة التاريخية لتطور الحساب المنطقي التي عرضناها سابقا، والتي كان من أبرز نتائجها إمكانية رد الاستدلال إلى حساب فمع تحقيق فكرة الصورية والنسقية تمت الخطوة الأخيرة في الطريق المؤدي من الاستدلال إلى الحساب، وذلك بتعميم وتهذيب فكرة الحساب ذاتها.

---

[1] يان لوكازفتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص 186.

[2] عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ط2، مطابع سجل العرب، مكتبة الأنجلوا مصرية، مصر، 1970، ص 9.

[3] أ. هـــ بيسون، د.ج أوكونر، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 25.

لكن ما دمنا ننتقل من الاستدلال إلى الحساب بتغيير الصورة أي من صورة لفظية إلى صورة رمزية، فهذا لا يعني أن الاستدلال هو حساب، بل على العكس من ذلك، فإمكانية رد الاستدلال إلى حساب يعني أنه متميز عنه، ذلك أن قابلية الرد إلى الشيء لا ترادف مماثلة هذا الشيء، [1] وفي هذه الحالة إذا اكتفينا بالقول أننا توصلنا حقا إلى رد الاستدلال إلى حساب، أفلا ينبغي أن نعترف بالعكس ونقول أن التوسعات والتطورات الكبيرة التي توصّل إليها الحساب المنطقي تعرض علينا الحركة المقابلة لبناء حساب منطقي، فبدلا من أن تنطلق من فكرة التشابه بينهما قد أدت إلى الفصل والتمييز بينهما؟

في الحقيقة طالما أن الحساب قد خصص للعمليات الحسابية العددية، فإن مقارنته بالاستدلال لا يمكن أن تتجاوز مجرد التشابه بينهما، على النحو الذي تقدم به هوبز وليبنتز....إلخ , وفي المقابل فإن التمييز الذي يفصل الاستدلال عن الحساب، ويكشف في نفس الوقت عن الحركة المقابلة لبناء حساب منطقي، وقد ظهر مع ظهور المنطق الصوري القديم (التقليدي)، والذي كان أرسطو لم يبين ذلك في اصطلاحاته، إذ كان يشير بكلمة قياس إلى الاستدلال العيني، وإلى المخطط الصوري الذي يرده إليه بإدخال المتغيرات، فإن الرواقيين كانوا يستعملون كلمتين مختلفتين للتمييز بين (القول) مثلا: إذا كان النهار موجودا كان الضياء موجودا، لكن النهار موجود، إذن فالضياء موجود" ، والهيكل المنطقي الذي يطابقه (الصورة): "إذا كان الأول كان الثاني لكن الأول كائن، إذن فالثاني كائن". ومن سوء الحظ أن أهمية هذا التمييز، وهذه الحركة المقابلة قد خفيت طويلا على المنطقيين اللاحقين وبدا لهم أن الصورانية الرواقية مفرطة، ولم ينتقل هذا التمييز إلى اصطلاحاتهم، وقد لزم انتظار المنطق الرمزي الحديث للتمييز بينهما[2]،وبالتالي الكشف عن هذه الحركة المقابلة في بناء الحساب المنطقى.

---

[1] روبير بلانشي، الاستدلال، ص. ص 54، 55.

[2] المرجع نفسه، ص 54.

وهكذا نفهم من خلال ما تقدم أن تاريخ الحساب المنطقي بدلا من أن ينطلق من التمييز التام بين الاستدلال وبين الحساب منذ عهد الرواقيين، فإنه يطرح علينا الحركة المعاكسة برد الاستدلال إلى حساب عن طريق التشابه، وبهذا نلتمس حركتين لنشوء الحساب المنطقي. حساب تقليدي منذ الرواقيين والمعبر عنه في صورة حديثة معاصرة، وحساب معاصر، وإذا كانت نتائج الدراسة التاريخية لتطور الحسابات المنطقية قد أحالتنا إلى الوقوف على مدى التباين بين الحساب التقليدي وبين الحساب المعاصر، فإنه لمعالجة هذا التباين يدفعنا هذا البحث إلى الوقوف على طبيعة كل حساب، وفضلا عن الدراسة النظرية له، نضطر أيضا إلى معالجته من الناحية التطبيقية، وذلك من خلال البحث عن الأسس التي صيغ عليها كل من الحسابين، وتوضيح الإسهامات التي قدمها التقليديون للمنطق المعاصر في مجال الحساب المنطقي، وذلك على مستويات ثلاث: مستوى الرمزية، ومستوى القضية، ثم على مستوى النسقية.

3-1) مستوي الرمزية :

3-1-1) المتغيرات: أدرك المنطق التقليدي ضرورة التخلي عن لغة الحديث اليومية في الكتابة المنطقية، كي يكون المنطق صوريا إلى أبعد حد وبينما استخدم المنطق الارسطي حروف الهجاء رموزا للحدود، استخدم المنطق الرواقي الأعداد الترتيبية رموزا للقضايا فمثلا يصوغ **كريسبوس Ghrysppus** (207- 280 ف.م) القياس المتصل في صورة إثبات التالي من الصيغة الآتية : إذا كان الأول، كان الثاني، لكن الأول، إذن الثاني، [1] ويمكن للمنطق التقليدي أن يستغني عن الرموز ويبقى هو هو لارتباط القياس بمعاني الألفاظ على عكس المنطق في صورته الرياضية الجديدة، فرموزه خالية من أي محتوى أو مادة فحرف الهجاء والرمز في القضية المنطقية أو الرياضية ليس اسما لشيء ما، إنما هو اسم لممكنات كثيرة، إذا وضع واحد منها مكان المتغير سمي قيمة المتغير وفي تحديده تتحول القضية من دالة قضية إلى قضية[2]. ويستعمل المنطق في صورته الرياضية الجديدة الآن ترميزا أبجديا يختلف باختلاف أنواع الحساب

[1] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص ص 45، 46.

[2] محمود ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ط1، دار النهضة العربية، بيروت، 1972، ص 120.

المنطقي، ففي القضايا الأولية يستعمل الحروف اللاتينية الصغيرة إبتداء من الحرف p بحيث يدل كل حرف على قضية منفردة، ونحن نستعمل بدلا عنها المتغيرات القضوية ق، ك، ل، م، أو ق1، ك1، ل1، م1......ق ن، ك ن، ل ن، م ن. أما في حساب المحمولات فيستخدم متغيرات الأفراد أو الموضوعات ورمزها: س، ص، ع.....إلخ أو س1، ص1، ع1، ومتغيرات المحمولات ورموزها أ، ب، ج... أما في حساب الأصناف (الفئات) فيستعمل أوائل الحروف الصغرى ابتداء من الحرف a أما الحروف اللاتينية الصغرى الأخيرة: x, y, z فهي تدل على متغيرات العلاقات.[1]

3-1-2) الثوابت : عرف أرسطو باختصار عددا قليلا من الثوابت كالسلب والربط والتضمن، فاستخدم السلب حين وضع قواعد التقابل بين القضايا المتناقضة والمتضادة، واستخدم الربط بين القضايا حين صاغ القياس في صورة تضمن، لكنه لم يتوسع في تحليل هذا القدر الذي عرفه، فمثلا عرف فكرة السور في القضية واستخدمها ليدل على كم الموضوع لكنه لم يدرك أهميتها المنطقية.[2] وهذا على عكس المنطق الرواقي، فقد أعطى الرواقيون عناية خاصة بالثوابت المنطقية وكانوا يسمونها الروابط، وحددوا معنى كل واحد منها، نذكر منها: إذا، إما..... أو....، حيث أن، لأنّ ، ليس....ومعا ، الواو، أو، لا....إلخ ، وبالرغم من أن الرواقيين عرفوا معظم الثوابت المنطقية إلا أنهم لم يضعوا لها رموزا.[3] ومع هذا يمكن أن نميز بعض من هذه الروابط والتي تشكل عوامل صدق تستغل عليها أنواع الحساب المنطقي المعاصر، وهي كالآتي:

رابط النفي: يرمز له بـــــ : (~)، ويرتبط عادة بمتغير قضوي واحد وليكن (ف)، فتصبح ~ق، ولقد أبدى الرواقيون عناية خاصة بهذا الثابت كما ورد في مثالهم المشهور: "ليس هناك نهار"، وهذه قضية بسيطة في نظرهم ويعتبرونها كذلك حتى عندما يعطونها هذا الشكل السلبي،

---

[1] محمود ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي ، ص 121.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، ص 30.

[3] المرجع نفسه، ص 46.

ولكن ترجمة هذا الثابت إلى الفرنسية، وجب استعمال عدة كلمات كقولنا: il n’est pas vrai que… ليس من الصدق. أو il faux que…. من الكذب أن....وفي هذه العبارة عيوب. يتمثل العيب الأول في احتوائها على كلمتي الصدق والكذب اللتين تنتميان إل اللغة الشارحة، أما العيب الثاني فيتمثل في الحاجة إلى فعل لمساندة نفينا كما بينا من قبل : "ليس من الصدق، من الكذب أنّ" وفي هذه الحالة يكون لدينا قضية ثانية مسلطة على القضية الأصلية ، إلا أن الفضل في حل هذه المشكلة يرجع إلى الرواقيين، بأن خصصوا حرف النفي لنفي القضية التي يصدرونها بها على غرار ليس في اللغة العربية. [1] فقد كان الرواقيون يلحون دائما على وجوب وضع أداة النفي في بداية الجملة لا في صلبها، بحيث صار التشديد عليها أن تطال كل الجملة ومثل هذا التحفظ يدل على هاجس الدقة المنطقية التي تفضلها معظم لغتنا . [2]

إن هذا الوجوب في وضع النفي في أول القضية يفرض نفسه بإلحاح عندما نكون أمام قضية مركبة لأن النفي التناقضي في القضية (هناك نهار وهناك نور)، (ليس هناك نهار، وليس هناك نور) هو في تعبير يكون النفي سابقا لكل الصياغة، وفي هذا العامل التناقضي نميز نوعين: النفي البسيط: مثل "هذا ليس اليوم"، والنفي المضاعف : مثل "ليس هذا هو ليس اليوم" ،[3] وفي لغة حساب القضايا في المنطق الحديث يترجم النوع الأول إلى (~ ق)، ويترجم النوع الثاني إلى (~ ~ ق)، فإذا كانت القضية (ق) كل مؤمن مصلّ قضية صادقة ، فإن القضية: لا مؤمن مصلّ قضية كاذبة ، بمعنى أن السلب يعكس قيمة صدق الصيغة التي نقرأها وإذا أدخلنا سلبا آخر عليه (~ ~ ق) فإننا نعود إلى قيمة الصدق الأصلية وفي هذه الحالة تتساوى (ق) مع (~ ~ ق)، ويترجم عامل النفي في المنطق الحديث إلى دالة تناقض، وتنص قاعدة صدقها بصدق

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 52.
[2] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو وحتى راسل، ص 145.
[3] Bouchenski.I.M. A history of formal logic, p 116.

دالة القضية إذا كانت القضية التي اشتقت منها كاذبة، وبكذبها إن اشتقت من دالة صادقة، وتمثيلها كالآتي :[1]

ق	~ ق
1	0
0	1

رابط الوصل (الواو): ويمز له بنقطة (.) أو (∧)، وحيز يوضع بين قضيتين ويؤلف بينهما يسمى القضية المتصلة، وتنص قاعدة دالة الوصل بصدق الدالة إذا صدقت كلا القضيتين اللتين تؤلفاها وتكذب إذا كانت إحدى القضيتين على الأقل كاذبة، وتمثل دالة صدقه كالآتي:[2]

ق	ك	ق. ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

– تعتبر قيم الصدق الناتجة عن ربط القضيتين (ق) و (ك) بالوصل، هي نفسها قيم الصدق التي تنتج لو أجرينا عملية الضرب الرياضية، بين قيم صدق كل من (ق) و (ك)، أي: $1\times1=1$، $1\times0=0$، $0\times1=0$، $0\times0=0$ لذلك يسمى الوصل بالضرب المنطقي.[3]

رابط الفصل (أو): وينشأ الفصل بين قضيتين فيسمى القضية المنفصلة وهو نوعان: فصل ضعيف (غير استعبادي) ورمزه V ، وفصل قوي (استعبادي) ورمزه W ، وتنص قاعدة النوع الأول بصدق الدالة إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما، وتكذب إذا كذبت القضيتان معا.

---

[1] Whithed and Russell, principia Mathematica, p6.
[2] Quine. W. V. O, Mathematical logic, p 11.
[3] Alfred Tareski, introduction à la logic, p 20.

[1] ويعود إلى جيوفتز فضل وضع هذه القاعدة وأخذها عنه كل المعاصرين. [2] وتمثيلها يكون كالآتي:

ق	ك	قVك
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

– أما قاعدة النوع الثاني فتنص دالة صدقها بصدق الدالة في حالة صدق أحد عنصريها وتكذب فيما عدا ذلك، وتمثل بقائمة صدق كالتالي:

ق	ك	ق∧ك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

– تعتبر قيم الصدق الناتجة عن ربط القضيتين (ف) و (ك) بالفصل غير الاستبعادي هي نفسها قيم الصدق التي تنتج لو أجرينا عملية الجمع الرياضية بين قيم صدق كل من (ف) و (ك)، أي: 1+1=1، 1+0=1، 0+1=1، 0+0=0 لذلك يسمى الفصل بالجمع المنطقي. [3]

عامل التضمن أو اللزوم: إذا.... فا أو إذا.....إذن ، ويقع بين قضيتين ويسمى بالقضية الشرطية، وعبر عنه المنطق الحديث بالرمز ← وصورته: (p ← q) أو (ق ← ك)

---

[1] Quine. W. V. O, Mathematical logic, p 12.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 192.

[3] Alfred Tareski, introduction à la logic, p 20.

وتنص قاعدة دالة صدقه: من المستحيل أن يصدق المقدم ويكذب التالي وتمثيلها كالآتي :[1]

ق	ك	ق←ك
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

رابط التكافؤ : لم يكن معروفا هذا العامل في المنطق التقليدي، ودالة التكافؤ مشتقة من الدالات السابقة، وصحيح أن فريجه عرف المساواة و الهوية في المنطق الحديث و رأى أن القضيتين اللتين بينهما مساواة متكافئتان في المعنى، ويمكن استبدال إحداهما بالأخرى، إلا أن أصحاب البرانكيبيا هم الذين طوّروا هذه النقطة.[2] ويعبر عن التكافؤ بوضع الرمز (≡) بين قضيتين مثل قولنا: (ق ≡ ل) وتقرأ: ق تكافئ ل والصيغة من هذا النوع تسمى شرطية مزدوجة لأنها تجمع بين قضيتين شرطيتين وهاتان القضيتان تتكافئان منطقيا عندما تكون الشرطية المزدوجة التي توضح تكافؤهما المادي على هيئة تحصيل حاصل، ويوضح ذلك مبدأ النفي المزدوج ق ≡ ق ، كما يوضحه أحد تعريفات دالة التكافؤ:

(ق ≡ ل) = (ق⊃ ل) . (ل ⊃ ق) ،[3] والقاعدة التي تعمل بها دالة التكافؤ:

إثبات التكافؤ بين قضيتين يعني استبعاد إمكان صدق إحداهما مع كذب الأخرى، بمعنى أن قضية التكافؤ تكون صادقة إذا كانت القضيتان اللتان تؤلفاها صادقتان معا أو كاذبتان معا، وتمثيلها كالآتي:[4]

---

[1] Quine. W. V. O, Mathematical logic, p 15.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص ص 188، 189.

[3] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 7.

[4] Quine. W. V. O, Mathematical logic, p 19.

ق	ك	ق ≡ ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- وهكذا يتضح أن الرواقيين كانوا يعرفون كافة الواصلات (الثوابت) الأساسية التي يعمل بها الحساب الحديث للقضايا، وأن هذه الثوابت التي تظهر في القسم الأول من حساب القضايا يمتد استعمالها إلى كافة أنواع الحسابات المنطقية الأخرى، ذلك أن تخصيص رموز للثوابت المنطقية في المنطق المعاصر —كالتي عرضناها سابقا- على عكس المنطق التقليدي، قد أكسب المنطق في مرحلته الحديثة والمعاصرة قدرة التحول إلى حساب، ومع أن المنطق التقليدي كان يعرف أكثر هذه الثوابت إلا أنه لم يستطع أن يتحول إلى حساب منطقي، لأنه إما أنه كان يعبّر عن تلك الثوابت بألفاظ اللغة، وإما أنه كان يفترض معرفتها معرفة ضمنية دون أن يعبر عنها، وفي كلتا الحالتين يمتنع الحساب، أما كسف اهتم المنطق المعاصر بتلك الثوابت فذلك ليس راجع إلى كونها عمليات حسابية فحسب، كما اتضح من تحليلها السابق، وإنما أيضا إلى كونها أوسع الألفاظ التي يجري بها الاستنباط .[1]

2-3) مستوى القضية:

إن المنطق الأرسطي وفي أعقابه المنطق التقليدي لم يهتم بالعوامل داخل القضية، ولهذا لم يعرف إلا المتغيرات التصورية، والمتغيرات الشخصية، وعندئذ يمكن أن نسمي هذا المنطق بمنطق الأسماء أو الحدود، وفي المقابل فإن قسم المنطق الذي يهمل الحدود وغير مهتم إلا بعلاقات القضايا فيما بينها، وغير مبال منها إلا لكونها صادقة أو كاذبة، فقد سبق في العصر القديم أن

[1] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 125.

وضعه الرواقيون وهم على وعي تام بمعارضته لمنطق أرسطو.[1] وإذا كان تحديد حالات الصدق وحالات الكذب في القضية أي تقويمها هو ما يسمى في اللغة المنطقية بالحساب القضوي، [2] وبما أن الرواقيين قد حصروا هذا التقويم على القضايا وعلى العلاقات بينها، فإنهم بذلك قد عرفوا شكلا واحدا من أشكال الحساب المنطقي وهو الحساب القضوي أو حساب القضايا، ومن جهة أخرى إذا كان التقليديون لم يضعوا مبادئ والتي من خلالها ندرك ملامح ومميزات هذا الحساب القضوي، إلا أنه قد تم التوصل إليه واستنتاجه كحساب تقليدي من خلال مقارنته وترجمته إلى لغة الحساب الحديث والمعاصر، ونقصد هنا تلك الجهود والمقاربات التي بذلها المناطقة كمحاولة لتفسير بعض النظريات الخاصة بالمنطق التقليدي تفسيرا صوريا رمزيا على النحو الذي تقدم به المنطقي البولندي **يان لوكازفتش** في مؤلفه: نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، كمحاولة لصياغة نظرية القياس في صورة نسق استنباطي يحقق مطالب المنطق الحديث، وكان من أهم النتائج المترتبة عن هذه الدراسة ما يلي:

- إن أرسطو لم يكم يعبث جدليا، بل كان بأبحاثه المنطقية يضرب في صميم البحث عن المبادئ المنطقية الصحيحة عن طريق الحدس، وبالتحليل المعاصر لتلك الحدوس فإننا نجدها تنطوي على مقررتين من الحساب القضوي:

- **المقررة الأولى**: هي قانون القياس الشرطي ويمكن التعبير عنه كالآتي:

إذا كان (إذا كان ق، كان ك) فإنه [إذا كان (إذا كان ك، كان ل)، فإنه (إذا كان ق. كان ل)].

- **المقررة الثانية:** هي التي تسمى في كتاب البركيبيا بمبدأ العامل وهي التي تنص على ضرب طرفي القضية اللزومية في عامل مشترك، بمعنى أننا نضيف إلى القضية (ق) وإلى القضية (ك) قضية جديدة (ل)، وذلك بواسطة حرف العطف (الواو). [3]

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص ص 30، 32.

[2] المرجع نفسه، ص 44.

[3] يان لوكازفتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص 84.

لكن إذا كانت نظرية القياس الأرسطية قد تضمنت فعلا بعض قوانين الحساب المنطقي القضوي، إلا أننا نلاحظ أنها لا ترق إلى مستوى الحسابات المنطقية المحضة، ذلك أن الأساس الذي يبنى عليه أرسطو قوانينه كما تقرر لدينا سابقا هو الحدس في حين أنه لبناء حساب منطقي صوري خالص مرهون بمدى تخلصه نهائيا من كل علائق الحدس سواء كان حدس عددي أو حدس منطقي، هذا وإذا كان منطق أرسطو هو منطق حدود لا منطق قضايا فكيف يمكن لنا الحديث عن قوانين حساب قضوي في المنطق الأرسطي؟ الأمر الذي يؤكد لنا في نفس الوقت أن الحساب التقليدي قد حددت بدايته الأولى في الشكل القضوي (حساب القضايا) في المنطق الرواقي باعتبار أنه منطق قضايا.

- في الوقت الذي ازدهرت فيه المدرسة المشائية في حياة أرسطو، كانت هناك مدرسة أخرى هي المدرسة الميغارية، وقد أسسها **إقليدس** Euclide (374- 450 ق.م)، وعاصره **زينون الإيلي** Zeno (430- 490 ق.م) الذي أنشأ مدرسته المعروفة بالمدرسة الرواقية، وأهم ما تقدم به الرواقيون أنهم طوّروا أبحاث المنطق الميغاري في القضايا الشرطية وزادو عليها بعض الإضافات والتصحيحات. [1]

لقد أكثر الرواقيون أمثال زينون، **وكريسيبوس** Chrysippus (207- 280 ق.م) من الكتابة بالأمراض، ومن ثم جاء اتجاههم التجريبي الذي انعكس على نظريتهم المنطقية، فالمعرفة عندهم تأتي من الأثر الحاصل عن الموضوع الخارجي الذي يتركه لدينا ويسمونه **بالصورة** image ثم من القول المعبّر عن كل جزئي شخصي في تلك الصورة كقولنا: هذا يضحك، هذا يمشي....إلخ ، [2] وهنا نلتمس أول قرابة بين المنطق الرواقي، وبين المنطق الرياضي، كما يمثله راسل وايتهد، حيث يقولان: " يبدأ نسقنا من القضايا الذرية التي لا تحوي

[1] J. Brunschuig, les stoiciens et leur logique, library philosophique, J. Vrin, impimé en France, 2006, p15.

[2] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 127.

كلمات كل أو بعض، والتي تقرر أن لشيء ما صفة معينة، أو أن عدة أشياء على علاقة معينة فيما بينها مثل: هذا أحمر، هذا أسبق زمانا من ذاك، أ أكبر من ب". [1]

هذا و لم يقف الرواقيون عند حدود القضايا البسيطة، وإنما تعدّوها إلى موضوع القضايا المركبة، وبالأخص القضايا الشرطية، فلم يكتف الرواقيون بتسجيل الوقائع الذرية فحسب، بل يستنتجون من هذه الواقعة المشاهدة واقعة أخرى مشابهة لها عن طريق روابط منطقية ومنها يؤلفون قضايا مركبة، وقضايا قياسية تتكون من قضايا ذرية، أهمها ما يلي:

- المقدمة الافتراضية : إذا كان نهار، هناك نور
- المقدمة العطفية : هناك نهار، وهناك نور
- المقدمة الفاصلة : إما هناك نهار، وإما هناك نور
- المقدمة السببية : لأن هناك نهار، هناك نور
- المقدمة التشبيهية وهي إما تصعيدية: هناك نهار أكثر مما هناك ليل، وإما تخفيضية : هناك ليل أقل مما هناك نهار. وأمام هذا الموضوع إذا كان يذكر للمنطق الرمزي الجديد دراسته المستفيضة لمنطق القضايا ودالات الصدق، كما يذكر له إقامة المنطق كنسق استنباطي فإن الرواقيون كانوا قد سبق وأن توسّعوا في هذه الموضوعات وساهموا مساهمة فعالة في موضوع حساب القضايا.[2] وفي الحقيقة لم يقع التعرف على أصالة المنطق الرواقي في هذا الجانب الحسابي للقضايا — كما أثبتت لنا الدراسة التاريخية سابقا- إلا بعد أن اكتشفت الدراسة الشاملة للعلاقات بين القضايا في نهاية القرن الماضي.

ولكن إذا كان المنطق الرواقي بأبحاثه ونظرياته المنطقية قد افتتح الطريق أمام المحدثين لإقامة نظرية حساب القضايا، إلا أنه تجدر بنا الإشارة إلى أن طبيعة الحساب القضوي الذي كان سائدا عند الرواقيين كان موضع جدل وقد حددنا هذا سابق، ولعل هذا الطابع الجدلي الذي اكتسى طبيعة الحساب القضوي في المنطق الرواقي راجع بالأساس إلى الظروف والمبادئ التي

[1] Whithed and Russell, principia Mathematica, pXV.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 41.

أحيطت بالمنطق الرواقي نفسه، لأن التعبير المخصص لــ: "**منطق الرواقيين**" الذي لا نتردد في استعماله هو غير صحيح لأن ما نسميه منطقهم كان الرواقيون يسمونه جدلا Dialictic فقد حوّل الرواقيون المنطق كله جدلا وجعلوه علما نظريا، وكلمة منطق عندهم كانت تدل بمعنى أوسع على كل ما يتعلق باللغة بما في ذلك البيان والنّحو.[1]

إن ظهور الحساب القضوي بالطابع الجدلي كنموذج للوقوف على حقيقة الحساب المنطقي الذي ساد فى المنطق التقليدي- الرواقي، يناقض مفهوم الحساب المنطقي نفسه باعتباره انتقال من صورة لفظية إلى صورة رمزية بحتة، ويناقض طبيعة وصورة الحساب القضوي كما عرف في المنطق الحديث والمعاصر، وبهذا نكون هنا قد وقفنا على أهم فارق أساسي يميز بين طبيعة الحساب المنطقي التقليدي، وبين الحساب المنطقي المعاصر. ومع هذا يمكن القول أننا إذا نظرنا إلى المنطق الرواقي من وجهة نظر حديثة، فإننا نجد لديهم الدواعي الفلسفية لأصول العمليات المنطقية، ولإقامة نظرية حساب القضايا.

- هذا ولم يقف الرواقيون عند حدود دراسة القضايا المركبة، وإنما وضعوا لها قواعد صدقها وكذبها، وبهذا فإن المنطق الرواقي يكون قد سبق المنطق الرمزي الحديث في وضع دالة الصدق، وقائمة الصدق.وقد كان **فيلون** Philo الميغاري أول من بحث في منطق القضايا المركبة بدون استخدام تلك التعبيرات (دالة الصدق وقائمة الصدق)، فعرف أن للقضية الشرطية المتصلة أربع حالات تتعلق بإمكان صدقها وكذبها في قوله: " تصدق الشرطية حين يصدق مقدمها وتاليها، وتكذب حين يصدق مقدمها ويكذب تاليها" ، وصاغ هذه القواعد الأربعة كما يلي: "تكون الشرطية صادقة حين تبدأ بصدق وتنتهي بصدق مثال : إذا كان النهار كان الضوء، وتكون صادقة أيضا حين تبدأ بكذب وتنتهي بكذب مثال: إذا كانت الأرض تطير فلها أجنحة، وبالمثل، فإن الشرطية التي تبدأ فهي موجودة، وتكذب الشرطية فقط حين تبدأ بصدق وتنتهي بكذب، مثال : إذا كان النهار كان الليل.[2]

[1] J. Brunschuig, les stoiciens et leur logique, p 26.

[2] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 44.

كما عرفوا القضية المركبة التي تحوي ربط العطف (الواو) بأنها تكون صادقة حين يصدق عنصراها معا وإلا تكون كاذبة، وعرفوا أيضا القضية المركبة التي تحوي رابط الفصل (أو) بأنها تكون صادقة حين يكون أحد العنصرين صادقا، أو صدقهما معا. [1] وهذا ما يتفق مع قواعد حساب القضايا في المنطق المعاصر، فهذه المقدمات أو القضايا المركبة فيما يرى روبير بلانشي جذيرة بالدخول في الحساب الامتدادي، لأن صحة القضايا المركبة تكون بمقتضى صحة القضايا البسيطة التي تكوّنها وهذا حال القضايا الافتراضية والقضايا العطفية والفاصلة، أما القضايا الأخرى المتماثلة مع هذه في البنية النحوية، فإنها تختلف عنها جوهرا من الوجهة المنطقية بكون صحتها ليست مشروطة بصحة مكوّناتها وهذا حال القضايا السببية والتشبيهية، [2] ، وعلى الرغم من أن المنطق التقليدي كان أول من أدرك القضايا المركبة (الشرطية) مع قواعد صدقها وكذبها، إلا أنها لم تنل استقلالها إلا عندما طبّق ليبنتز العمليات الحسابية كالجمع والضرب والطرح والقسمة في الأمور المنطقية وأيضا كما رأت مدرسة جورج بول أن الضرب والجمع والمساواة تقابل قضايا منطقية وهذا الاستقلال كان ضروري لإقامة الحساب المنطقي. [3]
ربما يتضح أكثر توافق قضايا وقواعد الحساب القضوي التقليدي مع قضايا وقواعد الحساب القضوي المعاصر إذا ما قارناها مع لغة هذا الحساب الأخير، فتترجم القضية الشرطية إلى دالة صدق وتنص قاعدة صدقها على أنه لكي تكون القضية الشرطية (ق ← ك) صادقة يجب ويكفي أن تكون (ق) لازمة على (ك)، ولكي تكون كاذبة يكفي أن لا تكون (ق) لازمة عن (ك)، معنى هذا أن دالة اللزم أوالشرط تكذب في حالة واحدة وهي صدق المقدم وكذب التالي، وصادقة في باقي الحالات، وتمثيلها يكون كالآتي:[4]

[1] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره ، ص 46.
[2] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، ص 149.
[3] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 130.
[4] Alfred Tareski, introduction à la logic, p 36.

ق	ك	ق ← ك
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

وتترجم القضية الشرطية المتصلة إلى دالة صدق وتنص قاعدة صدقها على أنه لكي تكون صادقة يجب أن تكون كلا القضيتان اللتان تؤلفانها صادق، وتكذب إذا كانت إحدى القضيتان على الأقل كاذبة، وتمثل كالآتي :[1]

ق	ك	ق ∧ ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

هذا وعلى الرغم من ظهور القضية الشرطية في المنطق التقليدي عند الرواقيين فلم يخرج المنطق التقليدي عن الصورة التي رسمها أرسطو وأتباعه من المشائيين إلى غاية العصر الحديث حول تحليل القضايا الحملية ، وقد أولى مناطقة العصر الحديث اهتماما خاصا بهذه القضية حيث اهتم بها كل من بيرس، وفريجه، وبيانو، وراسل ، وصاغوها على صورة قضية شرطية متصلة فميزوا بين القضية الحملية التي صورتها "سقراط فان" والقضية ذات الصورة " كل الإغريق فانون" ففيما افترض المنطق التقليدي أن القضيتان الجزئية والكلية تنطويان على تقرير وجودي لأفراد الموضوع، إلا أن التحليل المعاصر ذهب إلى أن الصورتان متمايزتان، فالقضية "سقراط فان"

[1] IBID, p 36.

تنسب محمولا لموضوع مسمى وهو ما يعرف بالقضية الحملية، أما القضية "كل الإغريق فانون" فهي قضية عامة تعبر عن علاقة بين محمولين، إغريق وفانون، ويمكن كتابتها من الشكل التالي: "إذا كان س إغريق، فإن س فانون" ، بمعنى إذا حملنا على س صفة إغريق ، فإنه يمكن لنا أن نحمل عليه صفة أخرى وهي فان. [1] وهكذا بفضل التحليل المعاصر نكون قد كشفنا عن الطابع المركب للقضايا الحملية الجزئية والكلية (العامة) وبين صورها الشرطية، على عكس المنطق التقليدي الذي كان يعرضها على أساس أنها قضايا بسيطة.

- هذا وإن طموحات المنطق الصوري في شكله الجديد المعاصر طموحات واسعة ، فأحكامه ونظرياته أكثر شمولا ودقة مما حققه المنطق التقليدي، ولهذا لم يقف في عرض مباحثه وحساباته عند حدود التحليل المنطقي للقضايا وحساباته، وإنما تعدّاه الأمر لعرض صور أخرى من الحساب التحليلي المنطقي لنظريات المنطق الرمزي الجديد، نظرية دالات القضايا، ونظرية الفئات (الأصناف) التي عجز المنطق التقليدي عن بنائها، [2] وإذا كانت هاتين النظريتين تمتدان إلى نظرية القياس الأرسطية في المنطق التقليدي ، فقد لزم من التحليل التاريخي الذي قدمه **يان لوكازفتش** لهذه النظرية أنه لا جدوى من وضع السؤال التالي: أتكون نظرية القياس نظرية في الفئات، أم في المحمولات؟ وكان الجواب أن نظرية القياس ليست نظرية لا في الفئات ولا في المحمولات، وإنما هي نظرية قائمة بنفسها لها مسلماتها ومسائلها، ولكنها متصلة بنظرية الفئات والمحمولات من الناحية التاريخية فقط، وحجة ذلك أن أرسطو لم يستخدم الحدود الجزئية ولا الحدود الفارغة ولا الأسوار.[3] الأمر الذي يؤكد لنا أن المنطق التقليدي عرف نوعا واحدا من أنواع الحساب المنطقي وهو الحساب القضوي، أما حساب الفئات وحساب المحمولات فلا تربطه بالمنطق التقليدي أي صلة، سوى من الناحية التاريخية فقط.

---

[1] برتراند راسل، فلسفتي وكيف تطورت، ط1، تر: عبد الرشيد الصادق، والدكتور زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلو مصرية، 196، ص 78، 79.

[2] Alfred Tareski, introduction à la logique, p .p 12, 13.

[3] يان لوكازفتش، نظرية القياس الارسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص 16.

إن ضرورة التمييز بين الحساب المنطقى التقليدي، وبين الحساب المنطقى المعاصر تتجلى بشكل أفضل عندما تبتعد مثل هذه الحسابات المعاصرة عن وجهة النظر العادية في الحساب التقليدي، فإذا كانت الحسابات التقليدية منصبة حول تحليل نوع واحد من القضايا وهو القضية الحملية، فإن المنطق المعاصر في مرحلته اللاكلاسيكية، ظهرت فيه أنساق منطقية حسابية تمتد إلى ما وراء مجرد حساب للقضايا، وتبتعد بكيفيات مختلفة عن المنطق الرمزي التقليدي وينقسم أهمها إلى ثلاث أنواع: المناطق الموجهة وتنفصل عن المنطق الرمزي التقليدي من جهة استعمالها للعوامل الموجهة ,والمناطق الكثيرة القيم: وتنفصل من جهة تجاوزها للعناد بين الصدق والكذب، أي تقبل أن يكون للقضية أكثر من قيمتين، والمناطق المخففة وتنفصل من جهة تخليها عن بعض بديهيات وقوانين الحساب التقليدي، [1] ومن هنا تبتعد مثل هذه المناطق عن وجهة النظر العادية للمنطق وللحساب التقليدي والكلاسيكي، وعندئذ يمكن اعتبارها بالنسبة إليه مناطق أو حسابات غير تقليدية أي لا كلاسيكية. [2]

3-3) مستوى النسقية :

إذا كان مفهوم الحساب حسب التجديد الثوري الذي شهده علم المنطق بدلا من أخذه بالاشتقاق وبالتجريد من عمليات منطقية، ومن التعبير عنه بلغة معينة، فإنه أصبح مبنيا بناء تحكميا، بحيث لا تعود لعملياته ما يطابقها من العمليات المنطقية. [3] وفي هذه الحالة إذا كان الحساب يهيمن على الاستدلال في المنطق الحديث والمعاصر، أو ليس أن نعتبر العكس ونقول أن الحساب واقع تحت هيمنة الاستدلال في المنطق التقليدي ، طالما أن هذا الأخير يميز تمييزا تاما بين الاستدلال وبين الحساب – كما لاحظنا هذا سابقا- مما يجعلنا فعلا نعلن أن التمييز الذي يفرضه اليوم الحساب المنطقي في صورته اللاكلاسيكية، قد ظهر مع ظهور المنطق التقليدي- الرواقي.

---

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 99.

[2] Luca vigane and Dove Gerbbay, labelled Nom- classical logic, library of Congress, p 1.

[3] Bouchenski I.M .A history of formal logic. P311.

– لقد وضع المنطق التقليدي الرواقي قواعد للاستدلال هي بمثابة بديهيات يمكن استنباط منها قضايا أخرى، بحيث إذا ما قارناها مع قواعد وبديهيات الحساب، فإننا نجدها قد أخذت نفس المعنى المعمول به في المنطق الحديث، وكان **كريسيب** قد تقدم بوضع قواعد للاستدلال، وكان يسميها بالصور الاستدلالية، واعتبرها كقواعد ومقدمات أولية لا تقبل البرهان، عددها خمسة وهي:

1– إذا كان الأول، كان الثاني، لكن الأول، إذن الثاني.

2– إذا كان الأول، كان الثاني، لكن ليس الثاني، إذن ليس الأول.

3– ليس الأول والثاني معا، لكن الأول، إذن ليس الثاني.

4– إما الأول أو الثاني، لكن الأول، إذن ليس الثاني.

5– إما الأول أو الثاني، لكن الثاني، إذن الأول. [1]

إن هذه الصيغ الخمس التي يعتبرها الرواقيون كبديهيات، وقد أخذت بنفس المعنى الذي أخذت به البديهيات المقابلة لها في الحساب الحديث، ويمكن التعبير عنها باللغة الرمزية التالية:

1)	2)	3)	4)	5)
$\dfrac{\begin{array}{c}p \supset q \\ \sim q\end{array}}{\sim p}$	$\dfrac{\begin{array}{c}\sim(p\,.\,q) \\ p\end{array}}{\sim q}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p \supset q \\ p\end{array}}{q}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p\,w\,q \\ p\end{array}}{\sim q}$	$\dfrac{\begin{array}{c}p\,w\,q \\ \sim q\end{array}}{p}$

– ويمكن كتابة التضمنات التي تبررها على النحو التالي:

1- $((p \supset q).p) \quad q$

2- $((p \supset q).\sim q) \supset \sim p$

3- $(\sim (p\,.\,q)\,.\,p) \supset \sim q$

4- $((p w q)\,.\,p) \supset \sim q$

5- $((p w q)\,.\sim q) \supset p$

[1] IBID, p 126.

- تعبر الصورة رقم (1) و (2) عن القياس الشرطي المتصل بنوعيه، وتعبر الصورة رقم (4) و(5) عن القياس الشرطي المنفصل، أما الصورة رقم (3) فإنها تعبر عن قاعدة استخدام ثابت منطقي جديد يعبر عنه بكلمة، "ليس كلاهما معا". وسوف يتجاهل المناطقة هذا الثابت إلى أن يبعثه بيرس من جديد، ويأخذه شيفر sheffer (1883- 1964) ويقترحه لتعديل نظرية أحجاب البرنكيبيا في حساب القضايا. [1]

هذا و لم يكتف الرواقيون بوضع تلك الصور الاستدلالية ، وإنما جعلوها مقدمات أولية ينطلقون منها في البرهان على نظريات منطقية ، أو لاشتقاق قضايا جديدة منها ، ولكي يتم استنباط قضايا جديدة من تلك المقدمات الأولية، استعان المناطقة الرواقيون بقاعدتين للاستدلال، ويبدوا أن مجرى استعمال هذه القواعد قد أخذ أيضا نفس المعنى المعمول به في المنطق الحديث والمعاصر، وهي كالآتي :

1- قاعدة نفي المقدم أو البرهان بالخلف modustollens: لقد كان فضل وضع هذه القاعدة المنطقي الرواقي زينون الإيلي، وقد وضعها حين صاغ ما يسمى بالقياس الشرطي المتصل في حالة الرفع الذي تكون نتيجته نافية للمقدم، [2] وقد اتخذ الصورتين التاليتين:

- إذا كان أ هو ب، فإن جـــ هو د، وإذا كان أ هو ب، فإن جـــ ليس د من المحال أن يكون أ هو ب، وتسمى هذه الصورة من البرهان بالرد إلى المحال

- إذا كان أ هو ب، فإن جـــ هو د، لكن جـــ ليس د، إذن أ ليس ب ، وتسمى بالبرهان بالخلف أو حالة الرفع، [3]، هذا وقد عرفت قاعدة الرد إلى المحال أو البرهان بالخلف حتى في المنطق الأرسطي لكن بصورة مختلفة فقد استخدم أرسطو صورة القياس الشرطي المتصل من النوع الذي تكون نتيجته نافية للمقدم، في قوله: "إذا كان من الضروري أن ب يجب أن تكون صادقة، حين يكون أ صادقا، فإن من الضروري أن أ يجب ألا يكون صادقا حين تكون

[1] روبير بلانشي، المنطق وتاريخه من أرسطو حتى راسل، ص 158.

[2] Bouchenski I.M. A history of formal logic, p 127.

[3] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 42.

ب صادقة. [1] وقد جرى استعمال هذه القاعدة في المنطق المعاصر بنفس المعنى وعرفت باسم نفي المقدم وصورتها الرمزية كالتالي : [(ق ← ل) . ~ل] ~ق . [2]

2- قاعدة إثبات التالي modus ponens: لقد عرف فيلون صورة القياس الشرطي المتصل من النوع الذي نتيجته تثبت التالي، أو ما يسمونه بحالة الوضع، والصيغة المألوفة لهذه الصورة من البرهان هي : إذا كان أ هو **ب**، وكان **جـ** هو **د**، لكن أ هو **ب** إذن **جـ** هو **د**. وتعني أنه من المستحيل أن تصدق القضية أ هو **ب** وتكذب القضية **جـ** هو **د**. [3]

وتعرف هذه القاعدة في المنطق المعاصر بقاعدة الفصل Detachement ومضمونها أن التسليم بصدق قضية (ق)، يلزم عنها قضية أخرى (ل)، يترتب عليه التسليم بصدق القضية الأخرى (ل) ، وصورتها الرمزية هي : [(ق ← ل) . ق] ← ل. [4]

وهكذا انطلاقا مما تقدم نستنتج أن الصور والقوانين المنطقية على غرار القوانين العلمية مصدرها هو الاستدلالات العينة، وأن الرباط المنطقي بين القضايا التي يتألف منها الاستدلال هي عصب كل استدلال ، ذلك أن صحة كل استدلال كما لاحظنا سابقا لا تتأثر بمحتوى القضايا بل تعتمد على الصورة وحدها، والتي تقتضي أن نضع بدل الحدود العينية متغيرات ورموز خالية من كل محتوى.

ولما كانت فكرت إدخال المصطلح الرمزي الذي تشتمل عليه الصورة والقوانين المنطقية مع أرسطو في المنطق قد عادت بفائدة كبيرة على المنطق ، هنا استغل مفهوم الصورة المنطقية في إنشاء لغة رمزية أو هجاء عام ، أو ما عرف عند **ريموند لول وديكارت** بالعلم الكلي. بل تعداه هذا الاستغلال إلى محاولات أخرى كإنشاء حساب من نوع خاص على غرار الحساب الرياضي ، وهذه المحاولات في حقيقة الأمر ما هي إلا محاولة من محاولات تعميق الصياغة

---

[1] أرسطو، التحليلات الأولى أو كتاب القياس، ص 283.

[2] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 98.

[3] محمود فهمي زيدان ، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 45.

[4] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 101.

الصورية ، وتوحيد كل العلوم في صيغة رمزية صورية . ومن هنا جاءت عدة محاولات لضبط صورة الاستدلال الأرسطي وتحويل اللفظ إلى رمز فارغ .

ولكن إذا كانت الصورية هي جوهر المنطق ، وإذا كان المناطقة والرياضيون قد استعملوا الرموز الصامتة لتحقيق أعلي نسبة ممكنة من الصورية فهل يمكن أن نعتبر الصفة الرمزية والصفة الصورية كوجهين لعملة واحدة بحيث يمكن استبدال إحداهما بالأخرى دون أي ضرر منطقي ؟

في الحقيقة يمكن آن نعتبر صفة الرمزية شرط ضروري لتحقيق الصورية ولكنه شرط غير كاف، والدليل على ذلك أن أرسطو كان أول من استعمل فكرة الرمز في استدلاله بدل من ألفاظ اللغة الطبيعية ورغم ذلك فلم يتوصل أرسطو إلى تطوير المنطق في الاتجاه الصوري أو إنشاء حساب منطقي على غرار الحساب المألوف كما هو معمول بعه في المنطق المعاصر ، وربما أحسن تعليل لتفسير هذا التباين أن مفهوم الحساب نفسه كان ضيقا في المنطق التقليدي إذ حصر مفهومه في نسق من الإشارات العددية ، إلا أن استطاع ليبنتز في العصر الحديث أن يقدم خطوة أساسية في هذا الموضوع بان عمم وهذب فكرة الحساب نفسها لتشمل في الأخير على أنواع أخرى من الحسابات كالحساب الاستدلالي ، وذلك من خلال ضبطه لصورة الاستدلالات وتخليص الحساب من علائق الحدس والمثالية العددية، ونتيجة لهذا التوسع أصبح بالإمكان الحديث مع مناطقة العصر الحديث والمعاصر عن أنواع من الحسابات المنطقية كحساب القضايا وحساب دالات القضايا أو المحمولات، وحساب العلاقات ، وكذا تحديد مفهوم عام للحساب المنطقي على انه ذلك الانتقال بالعملية المنطقية من مرحلة صياغة الاستدلالات إلى مرحلة الحساب ليصنف في الأخير على انه ليس إلا مستوى من مستويات اللغة الرمزية الصورية الدقيقة تبدأ من رموز أولية وقواعد بنائية لتعيين صيغ صحيحة البناء ،ولها قواعد تحويلية يتم بموجبها البرهان على صيغة جديدة بواسطة مقدمات مفروضة . وهكذا نميز في الحساب المنطقي على انه مثل أية نظرية رياضية يكون هو الأخر موضوعا لتحليل منطقي ،

هذا معناه ببساطة أن للمنطق موضوعا أخر هو المنطق نفسه غايته تحقيق درجة عالية من الدقة والصورية.

وهكذا مع تحقيق فكرة الصورية وشروط النسقية تمت الخطوة الأخيرة في الطرق المؤدي من الاستدلال إلى الحساب ، لكن ما دمنا ننتقل من الاستدلالات إلى الحساب بتغير الصورة . فهذا لا يعني أن الاستدلال هو حساب فإمكانية رد الاستدلال إلى حساب يعني انه متميز عنه ، ذلك أن قابلية الرد إلى شيء لا ترادف مماثلة هذا الشيء .

و في هذه الحالة إذا اكتفينا بالقول أننا توصلنا حقا إلى إمكانية رد الاستدلال إلى حساب وتكوين حسابات منطقية متنوعة .أفلا ينبغي أن نتعرف بالعكس ونقول أن التوسعات الكبيرة التي توصل إليها الحساب المنطقي تعرض علينا الحركة المقابل لبناء الحساب المنطقي ، فبدلا من أن تنطلق من مبدأ التشابه بينهما فإنها تنطلق من مبدأ التميز والفصل التام بين الاستدلال التام. وإذا ما عدنا إلى الوراء فإننا نجد أصول هذه الحركة قد عمل بها في النطق الصوري التقليدي بنوعيه الأرسطي والرواقي – المغاري. و إذا كان المنطق الأرسطي لم يبين بوضوح هذا التميز بين الاستدلال والحساب في اصطلاحاته ، فان المنطق الرواقي المغاري على العكس من ذلك إذ كانوا يستعملون المصطلحات الحسابية في استدلالاتهم للتميز بين القول والصورة، وللأسف لم يقع التعريف على الأصالة هذا التطور للحساب المنطقي إلى غاية المنطق المعاصر ذلك أن المناطقة التقليديون لم يضعوا مبدأ والتي من خلالها ندرك ملامح ومميزات هذا الحساب، إلا انه تم التوصل إليه واستنتاجه من خلال مقارنتهم وترجمته إلى لغة الحساب الحديث والمعاصر .كتلك المقاربة التي تقدم بها المنطقي البولندي يان لوكازفيش في مؤلفه : نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث ، وبالفعل فقد كان من نتائج هذه الدراسات أن اكتشف كل من **بيرس وماك كول وفريجه** أن المنطق التقليدي الرواقي قد عرف شكلا واحدا فقط من أشكال الحساب المنطقي هو الحساب القضوي ، إلا أن طبيعة هذا

الحساب كان موضوعا للجدل الرواقي الأمر الذي يجعلنا نقرر في النهاية أن الحساب المنطقي في تصوره ونشأته شهد حركتين أو حسابين حساب تقليدي وحساب معاصر.

وتتضح نتائج هده الدراسة أكثر إذا تناولنا الفرو قات بين الحسابين من الناحية التطبيقية ، ذلك من خلال البحث عن الأسس التي صيغ عليها كل من التصوريين للحساب المنطقي وتوضيح الإسهامات التي قدمها التقليديون للمنطق المعاصر في مجال الحساب المنطقي. لنصل في الأخير أن المنطق التقليدي بنظرياته المنطقية قد وضع الدواعي الفلسفية الأولى للأصول العمليات الحسابية المنطقية في المنطق المعاصر، أما الطريقة التي اعتنى بها المنطق المعاصر في عرض حساباته المنطقية وكيفية معالجتها من الناحية الفنية الرمزية. فسنخصص الفصل الثاني والفصل الثالث في عرض شكلين فقط من أشكال الحساب المنطقي وعلى الترتيب هما: حساب القضايا وحساب الأصناف.

1)– نظرية حساب القضايا (أفكار أساسية):

1-1) تعريف الحساب القضوي:

يعتبر حساب القضايا نقطة البداية لدراسة المنطق الرياضي[1]، ذلك أنه أول وأبسط أنواع الحساب المنطقي، وإذا كانت نظرية حساب الأصناف أولى نظريات المنطق الرمزي من الناحية التاريخية – كما لاحظنا سابقا– ،فإن نظرية حساب القضايا تعتبر سبقا منطقيا عليها، لأنها الأساس الذي تقوم عليه النظرية الأولى وغيرها من نظريات ذلك المنطق، كحساب الدالات وحساب العلاقات، ويرجع الفضل إلى **جوتلوب فريجه** في تأسيس نظرية حساب القضايا ووضعها في نسق استنباطي، إلا أن نسقه الاستنباطي كان يضم قضايا أولية بمصطلح رمزي لحساب المحمول والأصناف لكي ينطبق على هاتين النظريتين[2]، كما شارك **بيانو** في إقامة مبادئ النظريات الثلاث في المنطق الرمزي، وفيما يخص نظرية حساب القضايا فقد قدم بعض الأفكار الرئيسية، فوضع القضايا المركبة والقضايا الشرطية المتصلة بوجه خاص، كما وضع الثوابت المنطقية وبعض قوانين هذا الحساب في صيغ رمزية لم تكن معروفة في المنطق التقليدي– الرواقي الميغاري ، كما توصل إلى أفكار دالة القضية والسور الكلي برمزية خالصة، لكن بالرغم من أهمية ما أضافه بيانو، فإنه لم يضعها في صورة كاملة[3]، وسوف يطور فيما بعد هذه النظرية أصحاب البرنكيبيا راسل و وايتهد، وتعرف هذه النظرية بعدة أسماء منها: نظرية الاستنباط[4]، أو حساب القضايا غير المحللة، لأن القضايا في هذا الفرع من المنطق هي الوحدات الأساسية، ولذلك لن نسعى لتقسيم هذه الوحدات إلى أجزائها المكونة لها[5] .

أما موضوع نظرية حساب القضايا فهو: الاستنباط، أي استنباط قضايا من قضايا أخرى بالقياس إلى صورهما المنطقية فقط، ووضع قواعد لهذا الاستنباط، وأن يستلزم هذا الانتقال أو

---

[1] أ. هـــ بيسون و د. ج أكنور، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 45.

[2] محمود فهمى زيدان ،المنطق الرمزى نشاته و تطوره ،ص ص209 ،285.

[3] الرجع نفسه، ص 132.

[4] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 90.

[5] أ. هـــ بيسون و د. ج أكنور، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 45.

الاستنباط وجود علاقة أو علاقات منطقية بين المقدمات كأساس للوصول إلى نتيجة، وإذا كان المنطق التقليدي يقوم على علاقة التضمن كعلاقة أساسية في كل استنباطات فإن نظرية حساب القضايا تقدم لنا علاقات منطقية أخرى، كما تقدم نماذج من الاستنباط غير القياسي.[1]

1-2) **لغة حساب القضايا** : إن الحساب القضوي كما يعبر عنه رودولف كارناب Rudolf Carnap (1891- 1970) : "ليس نظرية أي نسقا من التقريرات حول موضوعات معينة، بل هو لغة أي نسق من الرموز مع قواعد استعمالها"[2]، معنى هذا أن ماهية اللغة الرمزية في الحساب لا تتمثل في استعمال رموز غريبة وغير معتادة، بل إن مثل هذا الاختزال قد تكون له بعض المزايا العملية فقط كالاختصار، وإنما الرموز والإشارات مع قواعد استعمالها هي ما يمكن من قيام لغة حسابية أو اصطناعية على غرار اللغة الطبيعية، وعليه إذا كانت لغة حساب القضايا عبارة عن لسان اصطناعي لا تختلف عن اللسان الطبيعي، فهي بالضرورة تشمل على كل مكونات هذه الأخيرة من أبجدية وقواعد.

1-2-1) **أبجدية لغة حساب القضايا** : تتكون الأبجدية الخاصة بحساب القضايا من

أ/ المتغيرات القضوية: ق، ك، ل

ب/ الروابط القضوية: يستخدم حساب مجموعة من الروابط، النفي (لا)، والفصل (أو)، والوصل (الواو)، الشرط (إذا.....فا)،التشارط (إذا وإذا فقط) ،وتمثل بالرموزالتالية على

← ↔

الترتيب:(~)، (∨)، (∧)، ( )، ( )، ومن هذه الروابط تتكون القضايا المركبة أو الجزيئية، وتكون صياغتها الرمزية كالتالي: (~ ق)، (ق∨ ل)، (ق ∧ ل)، (ق ← ل)، (ق ↔ ل) ، وتسمى هذه الصيغ دالات صدق[3].

جـ/ التعريف: يعبر المنطق الرمزي عن اتساق دوال الصدق من حيث البنية بمحاولة تعريف دالة منطقية بدالة منطقية أخرى، والمقصود بالتعريف هنا بيان أن رمزا جديدا أو مجموعة من

---

[1] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 145.

[2] Rudolf Carnap, The logical Syntax of language, translated by Amelle smeaton, edition is a reprinting of the work, puplished in 1937, p 3.

[3] Alfred Tareski, introduction à la logic, p p 34, 35.

الرموز يشير إلى نفس مقصد مجموعة من الرموز التي نعرفها بالفعل، وتستخدم علامة المساواة(=) للتعبير عن التعريف بحيث تربط هذه العلامة بين المعرف وبين المعرِّف مع وضع الحرف D تع بعد التعريف[1]. وتعنى العلاقة التي تجمع بين المعرف وبين المعرِّف وتقرأ : هو نفسه بالتعريف، وينبغي أن نلتزم بمجموعة من الشروط عند وضع التعريفات يجملها **يان لوكازفتش** في أربعة شروط هي:

- ينبغي أن يكون كل من المعرّف والمعرَّف عبارة قضائية.
- ينبغي أن يحتوي المعرِّف على حدود أولية فقط، أو على حدود سبق تعريفها بواسطة حدود أولية.
- ينبغي أن يحتوي المعرِّف على الحد الجديد الذي يأتي به التعريف.
- كل حد مطلق موجود في المعرِّف ينبغي أن يوجد في المعرَّف والعكس[2].

وتسوق معظم كتب المنطق موضوع التعريفات كمدخل للحديث عن النسق الاستنباطي لإحدى نظريات المنطق الرمزي للكشف عن العلاقة الضرورية المنطقية بين دوال الصدق، ومن أهم التعريفات التي يمكن أن تنشأ بين الدالات الأساسية لنظرية حساب القضايا، والتي سوف تفيد منها النظرية في مرحلة لاحقة في بناء نسقها المنطقي ما يلي:

– تعريف الوصل: يعرف الوصل بثابت السلب والفصل كالآتي: (ق $\wedge$ ل)= تع (~ (~ ق $\vee$ ~ ل)). [3] وبما أن دالة ثابت ما هو صياغة دالة أخرى تساوي الدالة المعرّفة في قيم صدقها، فإنه يمكن من جهتنا أن نبرهن على صحة أي تعريف باستخدام قائمة صدق، وقائمة صدق تعريف الوصل هي:

[1] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 11.

[2] يان لوكازفتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص 231.

[3] Whithed and Russell, principia Mathematica, p 12.

ق	∧	ل	≡	~	~ق	∨	~ق
1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1

– **تعريف الفصل**: يعرف الفصل بسلب الوصل بين نفي المقدم ونفي التالي:

(ق ∨ ل) =تع ~ (~ ق ∧ ~ ل)، وقائمة صدقه كالتالي: [1]

ق	∨	ل	≡	~	~ ق	∧	~ل
1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	1

– **تعريف اللزوم**: يعرف اللزوم بالسلب والفصل، وصورته هي: (ق ← ل) = تع (~ق ∨ ل) وقائمة صحة هذا التعريف هي: [2]

ق	←	ل	≡	~ق	∨	ل
1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0

[1] IBID, p 12.
[2] IBID, p 11.

– **تعريف التكافؤ**: صورته (ق ≡ ل) =تع (ق ← ل) ∧ (ل ← ق)، وقائمة صحته هي: [1]

ق	≡	ل	≡	ق←ل	∧	ل←ق
1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1

– من خلال إجراءات التعريف هذه نلاحظ أنه يمكن تعريف بعض الروابط المنطقية عن طريق بعضها البعض كما هو ظاهر من الإجراءات السابقة، فيما عدا ثابت السلب (~)، فهو فكرة أولية في نظرية حساب القضايا نعرف بها أفكارا بينما هي لا تقبل التعريف، كما أدركنا أنه يمكن اعتبار قائمة صدق كل ثابت منطقي بمثابة تعريف للثابت نفسه، وأن كل تعريف مكافيء للدالة المعرفة.

د/ التنقيط : يتعلق بمجال عمل الثوابت ببيان فاعلية كل ثابت ومدى تأثير قاعدته على مجموعة من المتغيرات والثوابت التي تندرج تحته، وقد اهتم المناطقة بتحديد مجال عمل كل ثابت فاستعانوا بالتنقيط، منها: التنقيط بالأقواس وتظهر أهمية الأقواس في أنها تزودنا بمعنى بسيط وكتابة وقراءة واضحة حول القضايا،[2] على سبيل المثال ، إننا لا نجد صعوبة في تحديد مجال عمل ثابت السلب (~) في الصيغة (~ق)، لكن عندما نكون أمام قضية مركبة سالبة: (~ق ∧ ل)، هذه الرمزية غير دقيقة ولا واضحة لأنها لا تحدد ما إذا كان السلب ينصب على القضية المركبة كلها أم على أحد عناصرها، وإذا ما استعنّا بالأقواس فيمكن كتابة القضية السابقة في شكلين: ~ (ق ∧ ل) أو (~ ق ∧ ل)، وكلا الصيغتين تختلف من حيث قيم

---

[1] IBID, p 12.

[2] Mircea Reghis Eujene Roventa, classical and Fuzzy concepts in Mathematica logic and Application, library of Congress cataloging in publication Data, 1998, p 25.

دالة صدقها، ولننظر في صيغة ثانية مركبة من ثلاث قضايا مثلا:ق V ك V ل هذه الصيغة يمكن كتابتها بشكلين: (ق V ك) V ل أو ق V (ك V ل). ونلاحظ هنا أن كتابة الصيغة مع الأقواس يغير من تحديد مجال عمل ثابت الفصل في الشكلين. [1]

بالإضافة إلى التنقيط بالأقواس توجد طرق أخرى للتنقيط منها تنقيط بيانو يستعمل فيها النقاط (.، :، .:، ::.،......) كفواصل بين القضايا [2] ، وطريقة التنقيط البولوني (1929) تستخدم فيها حروف التاج Lettre Majuscules من اللغة اللاتينية فيرمز للفصل بالحرف A، وللوصل بالحرف K، والنفي N، والشرط C، والتشارط E، والمبدأ الذي تقوم عليه طريقة لوكازفتش الرمزية هو أن نكتب الرابطة قبل مربوطاتها تجنبا لاستخدام الأقواس على النحو التالي: ~ق Np، ق ∧ ك Kpq، ق V ك Apq، ق ← ك Cpq ، ق←ك Epq. أما في حالة كتابة مجموعة من القضايا تحتوي على عدد من الروابط، قد يحتل فيها الرابط الرئيسي الصدارة أو الوسط، فتكتب من الشكل: ق V (ك V ل) ApAqr، أو (ق ∧ك) ∧ ل KKpqr. [3]

هـ/ قوانين الحساب القضوي:

1) القوانين البسيطة المتعلقة بقضية واحدة:

- لقد عرف المنطق التقليدي ثلاثة قوانين أساسية للفكر السليم وهي مبدأ الهوية، ومبدأ التناقض والثالث المرفوع، ولقد أقام منطقه الصوري على هذه القوانين باعتبارها على قوانين أساسية للعقل السليم ذات بداهة حدسية ومطلقة [4]، غير أن هذه النظرة قد تغيرت في المنطق المعاصر، فقد اعتبر برتراند راسل هذه المبادئ من الصيغ الاستدلالية المستخدمة في حساب القضايا، والصياغة المعاصرة لها هي:

---

[1] Rudolf carnap, introduction to symbolic logic and its Application, university of California translated by william H Meyer, university Chicago, New York, p 9.

[2] Quine O.W.V. Méthod of logic,trad, de Maurice clavelin armanicolin 103, boulevard, Fourth edition, 1982, p 31.

[3] فريد زيدان ،المدخل الى المنطق المعاصر (حساب القضايا غير المحللة)،دار البصائر ،2012،ص83،84.

[4] على سامي النشار، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 2000، ص 77، 78.

– **مبدأ الهوية:** ويقرر أنه إذا كانت ما صادقة فهي إذن صادقة ،ويصاغ في لغة حساب القضايا من الصورة: (ق ⟵ ق) أو (ق = ق)

– **مبدأ عدم التناقض:** ويقرر أنه لا يمكن وجود قضية صادقة وكاذبة معا وصورته في لغة حساب القضايا: (~ (ق ∧ ~ق)) ويقرأ: من التناقض أن تكون القضية (ق) صادقة وكاذبة معا.

– **مبدأ الثالث المرفوع:** ويقرر أن أي قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة، ويصاغ في لغة حساب القضايا في الصورة: (ق∨ ~ق) ويقرأ: إما أن تكون القضية (ق) صادقة أو كاذبة، وعلى الرغم من صدق هذه القوانين الثلاثة في المنطق التقليدي، إلا أنها فقدت مكانتها التي اتسمت بها من كلية وبداهة، وأصبحت نسبية ومحل شك في المنطق المعاصر، فيعتبر راسل مثلا أن قانون الهوية هو نتاج مباشر للقضايا الأولية، أما قانون الثالث المرفوع وعدم التناقض فيرى أنها قضايا بسيطة.

– **قانون النفي المزدوج:** هو الذي يسمح بالانتقال من ~ ~ق إلى ق، أي أن ~ ~ق ⟵ ق، وصيغته (ق≡ ~ (~ ق))، بمعنى أن صدق القضية (ق) يكافئ القول أن من الكذب أن تكون (ق) كاذبة. [1]

2) القوانين التبديلية والتجميعية والتوزيعية:

– إن القوانين التبديلية هي التي تميز الروابط التناظرية، وبالنسبة للوصل مثلا صياغته هي:

ق ∨ ل ≡ ل ∨ق، والتجميعية هي التي تسمح بحذف الأقواس وكتابتها للوصل مثلا تكون كالتالي:

(ق ∨ ل) ∨ هـ ≡ ق ∨ (ل ∨ هـ)، وهذه الخاصية تصلح أيضا للفصل والتكافؤ أما بالنسبة إلى أسلوبها فهي لا تصلح إلا للعناد.

وهناك قابلية التوزيع بين العطف والفصل:

[1] Withed and Russell, principia Mathematica, p p 13, 14.

ق ∧ (ل ∨ هـ). ≡ . (ق ∧ ل) ∨ (ق ∧ هـ)

ق ∨ (ل ∧ هـ). ≡ . (ق∨ ل) ∧ (ق∨ هـ)

3) قوانين بعض الترجمات لعامل إلى عبارات عوامل أخرى:

$\overline{\text{ق} \wedge \text{ل}} \equiv \overline{\text{ق}} \vee \overline{\text{ل}}$

قانون الثنائية لدى مورغان

$\overline{\text{ق} \vee \text{ل}} \equiv \overline{\text{ق}} \wedge \overline{\text{ل}}$

$\text{ق} \vee \overline{\text{ل}}$ ، (ق← ل) ∧ (ل← ق)

$\overline{\text{ق} \leftarrow \text{ل}} \equiv \text{ق} \wedge \overline{\text{ل}}$ أو ق ≡ ل $(\text{ق} \wedge \text{ل}) \vee (\overline{\text{ق}} \wedge \overline{\text{ل}})$. [1]

4) **بعض قوانين الاستلزام**: إن أهم التوتولوجيات لها في الغالب صورة استلزامات وتكافؤات، وهذه الأخيرة تقبل التفكك إلى استلزامات أثناء عملية البرهنة منها:

$\text{ق} \leftarrow \text{ل} \;.\; \leftarrow \;.\; \overline{\text{ل}} \leftarrow \overline{\text{ق}}$ عكس النقيض

(ق ← ل) ∧ (ل← هـ) : ← (ق ← هـ) تعدية الاستلزام

$(\text{ق} \leftarrow \text{ل}) \wedge (\overline{\text{ق}} \leftarrow \overline{\text{ل}})$: ق

الرد إلى المحال

$(\text{ق} \leftarrow \overline{\text{ق}}) \;.\; \leftarrow \overline{\text{ق}}$

$(\text{ق} \leftarrow \overline{\text{ق}}) \leftarrow \text{ق}$ قانون كلافيوس Lois de Clavius

5) **بعض قوانين الأقيسة الافتراضية Hypothetiques**:

(ق ← ل) ∧ ق: ←ل : استلزامي بطريقة الوضع

$(\text{ق} \leftarrow \text{ل}) \wedge \overline{\text{ل}} :\leftarrow \overline{\text{ق}}$: استلزامي بطريقة الرفع

$\text{ق} \wedge \text{ل} \wedge \overline{\text{ق}} :\leftarrow \text{ل}$: عطفي بطريقة الرفع بالوضع . [2]

---

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 85.

[2] روبير بلانشي ، المدخل إلي المنطق المعاصر ، ص 87، 88.

و) **قواعد الحساب القضوي** : في كل فروع الرياضيات توجد قواعد عملية تطبق عند تناول أو معالجة الصيغ الرياضية حسب قوانين الرياضيات، وفي حالة حساب القضايا توجد أيضا قواعد لمعالجة الصيغ يؤدي تطبيقها ومراعاتها إلى استنباط القضايا برهانيا من الأوليات، أي اشتقاقها [1]، ويقصد بقواعد الاشتقاق: تلك المعايير التي تحكم عملية الاستدلال حين نستنبط من مجموعة مقدمات أفكارا أولية وتعريفات وبديهيات- مبرهنات لازمة عنها، وتتوقف صلابة أي نسق على مدى الالتزام بهذه القواعد.[2] وأكثر هذه القواعد شيوعا في حساب القضايا هما قاعدة التعويض (الاستبدال)، وقاعدة العزل (الاستنتاج).

1) قاعدة التعويض: وتضم قاعدتين:

– **قاعدة التعويض بين المتغيرات:** وهي التي تسمح بأن نحل في صيغة من صيغ الحساب متغيرا في محل متغير آخر، أو عبارة أكثر تركيبا أو العكس بالعكس، كما أنها تمكننا من القيام بتطبيقات الحساب بسماحها لنا بتعويض المتغيرات بالثوابت على سبيل المثال: لتكن (ن V هـــ) قضية ولتكن القضية (و) معادلة للقضية (ن) في صدقها أو كذبها، فنحصل بتطبيق قاعدة التعويض على القضية (و V هـــ).

مثال 2: ويمكن أن نعوض قضية في داخل صيغة بقضية تعادلها من حيث التعريف، تساويها في قيمة صدقها، وتكون الصيغة المستبدلة جزء من دالة أو صيغة أكبر، فإذا ما حلت الصيغة البديلة محلها أدت نفس المعنى، مثلا: (ق ← ل) =تع (~ ق V ل)، فإذا كانت لدينا الصيغة الصحيحة:

(~ق V ل) ← (~ ل ← ~ق)، فيمكن أن نستبدل بالصيغة (~ق V ل) ما يكافؤها طبقا للتعريف، فنحصل على الصيغة الصحيحة: (ق ← ل) ← (~ ل ← ~ق). [3]

[1] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 178.

[2] Rudolf carnap, introduction to symbolic logic and its Application, p 33.

[3] محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص 178.

2) قاعدة الاستنتاج (العزل): ومضمون هذه القاعدة لها طابع استدلالي يتمثل في أن التسليم بصدق قضية (ق) يلزم عنها قضية أخرى (ل)، يترتب عليه التسليم بصدق القضية الأخرى (ل)، والصورة الرمزية لها هي [(ق← ل). ق] ← ل.[1]

- من خلال ما تقدم يمكن القول أنه بفضل اللغة و الأبجدية التي يعمل بها حساب القضايا قد أدت إلى ظهور حسابات وبحوث منطقية متطورة للمنطق المعاصر، وفي الحقيقة إن الرأي العام حول تطور اللغة الرمزية للمنطق الصوري منذ القرون الأربعين الأخيرة قد أشارت فعلا إلى أهمية اللغة الحسابية في جانبها التطبيقي، وأثرها في تأسيس بحوث منطقية تستحق أن توصف بالمناطق اللاكلاسيكية مقارنة مع البحوث المنطقية السابقة، وهكذا فقد ترتب عن تطور البناء اللغوي الصوري عامة وكذا طرق وقواعد البرهان أن أدى في الفترة المعاصرة إلى التمييز بلين منطقين (حسابيين)، منطق كلاسيكي، ومنطق لاكلاسيكي[2].

2)- حساب القضايا في المنطق الكلاسيكي:

- يعد المنطق الكلاسيكي Classical logic أول مطلب منطقي- First order logic واختصارها (F.O.L)- حسابي مقارنة مع المناطق الأخرى ، وهو الذي عرف أول الأمر بالمنطق الرياضي الكلاسيكي.[3] ويقوم على مبدأين هما: مبدأ ثنائي القيمة (الصدق والكذب)، ومبدأ النفي المضاعف، أي نفي النفي هو إثبات[4] ، ويمثل منطق القضايا أول مبحث منطقي حسابي كلاسيكي، ونتيجة للدور الذي يلعبه في المنطق الرمزي، اعتبر كقاعدة أساسية لكل منطق.[5]

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 90.

[2] Mikol's Frenzi, Miklo's szots, Mathematical logic for Application, p p 3, 4.

[3] IBID, p 17.

[4] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج 1، ص 105.

[5] Mikol's Frenzi, Miklo's szots, Mathematical logic for Application ,p 23.

2- 1) الحساب الكلاسيكي للقضايا:

ظهر الحساب الكلاسيكي للقضايا كنتيجة للمحاولات التي بذلها المناطقة منذ القرن 17 م، من أجل تحويل عملية الاستدلال المنطقي القائم على اللغة الطبيعية إلى الحساب المنطقي.[1] ويدرس الحساب الكلاسيكي للقضايا كيف يكون صدق أو كذب قضية مركبة تابعا لصدق أو كذب القضيتين البسيطتين اللتين تتركب منها، فهو يهمل إهمالا تاما معنى القضايا أو مضمونها لكي لا يهتم إلا بقيمة صدقها وهو في صورته الكلاسيكية لا يقبل بالنسبة إلى القضية إلا قيمتين ممكنتين هما الصدق والكذب، ولهذا يقال عنه أنه ثنائي القيمة Bivalent.[2] ومن مبادئ هذا الحساب ما يلي:

أ/ **قواعد بناء العبارات الجيّدة التكوين:** WFF اختصارا لـــ: Well Formed Formula، وتعتمد مجموعة العبارات الجيدة التكوين التي تدخل في تحديد البناء النسقي لمنطق القضايا على القواعد التالية: - كل متغير قضوي (ق) مثلا أو أي رمز قضوي ينتمي إلى الأبجدية P0 لغة حساب القضايا، هو عبارة جيدة التكوين ورمزها باختصار هو: wff.

- (~: W): إذا كانت (ق) هي عبارة جيدة التكوين، فإن (~ ق) هي أيضا عبارة جيدة التكوين.

- (↔ ، ← ، V ، ∧ : W): إذا كانت **ق و ك** هي عبارات جيدة التكوين، فإن (ق ∧ ك)، (ق V ك)، (ق ← ك)، (ق ↔ ك) فهي أيضا عبارات جيدة التكوين.

- لا تقتصر مجموعة العبارات الجيدة التكوين على العبارات البسيطة و القصيرة، وإنما يمكن تحديد أيضا عبارات منطقية مركبة جيدة التكوين، على سبيل المثال:

لدينا: [~ ق← (ك ∧ ق)] wff هي عبارة جيدة التكوين لأن:

1- ق: هي عبارة جيدة التكوين تنتمي أيضا إلى (WP0) لغة حساب القضايا.

2- ك: هي عبارة جيدة التكوين تنتمي إلى (WP0).

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج 1، ص 105.

[2] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 44.

3- (ق ك) هي عبارة جيدة التكوين عن طريق (1) و (2) و (∧ : W رابط الوصل)

4- ق: هي عبارة جيدة التكوين عن طريق (1) و (~ : W رابط النفي)

5- [~ ق ← (ق ∧ ك)] هي عبارة جيدة التكوين عن طريق (3) و (4) و (←:W رابط الشرط).[1]

ب/ قواعد البرهنة: لكل رابط قضوي قاعدته الخاصة به وفق WP0 أبجدية حساب القضايا، وهذا ما حددناه سابقا.

جـ/ المبرهنات: للبرهنة على حساب القضايا في المنطق الكلاسيكي توجد طرق عديدة هي ما سنعالجه في العنصر القادم.

2-2) تقويم القضايا في المنطق الكلاسيكي:

- يقصد بتقويم القضايا تحديد حالات صدقها وحالات كذبها، والمحددة بقيم صدق متغيراتها [2]، وتتم عملية التحقق من صدق القضايا بعدة طرق هي: طريقة جداول الصدق الكلاسيكية ، طريقة المختصرات، طريقة التحليل الشجيري.

2-2-1) طريقة جداول الصدق الكلاسيكية Truth table:

يعد موضوع حساب القضايا في ضوء تقويم لطريقة الجداول على اعتبار الدوال القضائية: الوصل والفصل، والنفي والمساواة، على أنها دوال حقيقية، وذلك لعملية تأهيل تلك الدوال لما يسمى بالقانون المنطقي، ويرجع الفضل في ابتكار هذه الطريقة إلى فكرة مهد لها شرودور، ثم تطورت مع كل من بيرس سنة (1885)، **وبوست E.L Post** (1897- 1954) سنة (1920)، ولكازفتش، وفتجنشتين[3]، ويذكر هذا الأخير في مؤلفه – رسالة منطقية فلسفية – في الفقرة 31، 4 : أنه يمكن تمثيل إمكانيات الصدق بواسطة جدول على النحو

[1] J Keisler K. Kumer. T Millar. A. Miller. J Robin, Matrhematical logic an comptabilité, February, 1987, p p 8, 9.

[2] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 72.

[3] Bouchenski. I. M, A history of foemal LOgic, p 333.

التالي: (ص) تعني صادقة، و (ك) تعني كاذبة، وصفوف ص، ك،التى ترد تحت صف القضايا الأولية تعنى إمكانات صدقها فى جهاز رمزى واضح.

ق
ص

ق	ك
ص	ص
ك	ص
ص	ك
ك	ك

ق	ل	ر
ص	ص	ص
ك	ص	ص
ص	ك	ص
ص	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ص	ك
ص	ك	ك
ك	ك	ك

- ويذكر أيضا في الفقرة: 4، 4: أن القضية تعبر عن الاتفاق أو الاختلاف مع إمكانات صدق القضايا الأولية ، وفي الفقرة 41، 4: وإمكانيات صدق القضايا الأولية هي شروط صدق أو كذب القضايا .[1] وتتوقف عملية تقويم العبارات في ضوء هذه الطريقة على الخطوات التالية:

1- تحديد عدد المتغيرات القضوية لمعرفة عدد حالات الصدق والكذب.

2- تحديد مدى الرابط الرئيسي، ثم الروابط الثنائية.

3- التعرف على طبيعة الأقواس ووضعيتها (مغلقة أو مفتوحة)

---

[1] لودفيج فتجنشتين، رسالة منطقية فلسفية، تر: دكتور عزمي إسلام والدكتور زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلوا مصرية، القاهرة، 1968، ص 101، 102.

4- توزيع ذرات الصدق والكذب، بحيث يشار إلى الصدق برقم 1 أو الحرف (ص)، وإلى الكذب بالرقم 0 أو الحرف (ك)[1]، وتتم عملية التوزيع هذه وفقا للقاعدتين التاليتين:

أ/ تحتاج دالة الصدق إلى عدد (ن) من المتغيرات، وإلى عدد (2 ن) من السطور لكي تكفي كل إمكانيات صدقها.

ب/ يكون نسق الترتيب في أعمدة قيم الصدق الخاصة بكل واحدة من المتغيرات كالآتي: بينما تشير (ن) إلى المجموع الكلي للمتغيرات، يكون العمود المسلسل (1) تحت (م)، أي في عمود المتغير "الميمي" على (2م–1) من مجموعة (2 ن– 1) الخاصة بعلامة الصدق 1 متبوعة بالمجموعة (2 ن_م) الخاصة بعلامة الكذب 0 ويمكن توضيح هاتين القاعدتين بالأمثلة التالية:

الحالة الأولى: إذا كان لدينا عبارة مركبة من ذرتين (2)، فطبقا للقاعدة المذكورة سابقا (2ن)، فان هذا يعطينا $2^2 = 2\times2 = 4$، أي أربع حالات أو سطور من الصدق والكذب، وسيحتوي العمود المسلسل تحت المتغير الأول على مجموعة واحدة من ($2^2 - 1$) أو على عدد (2) من قيمة الصدق 1 متبوعة بقيمتين من علامة الكذب 0.

الحالة الثانية: إذا كان لدينا عبارة مركبة من 3 ذرات، فوفقا للقاعدة السابقة ايضا فهذا يعطينا $2^3 = 2\times2\times2 = 8$ حالات من الصدق والكذب، وإذا كان لدينا 4 ذرات فهذا يعطينا $2^4 = 2\times2\times2\times2 = 16$ حالة من الصدق والكذب.[2]

ويمكن أن نمثل لهذه الحالات بالأمثلة التالية:

لدينا: ((ق← ك) ∧ (ك ← ق))

الخطوة الأولى: نوزع قيم صدق القضايا وفقا للقاعدة 2ن كما يلي:

$2^2 = 2\times2 = 4$ حالات.

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص 112.

[2] أ.ه. بيسون، و د. ج. أوكنور، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 76، 77.

الخطوة الثانية: نوزع قيم الصدق والكذب على الذرات ق. ك، بحيث تقسم الحالات الأربعة على "2" أي 2/4 = 2، فتصبح لدينا حالتان صدق تليها حالتان كذب للقضية الأولى (ق)، وحالة صدق واحدة تليها حالة كذب واحدة للقضية الثانية (ك)، وأخيرا نبدأ بعملية تقويم العبارة وفقا للقاعدة الخاصة بكل رابط، بدءا بالرابط الثانوي، وانتهاء إلى الرابط الرئيسي.[1]

ق	ك	(ق ← ك)	(ك ← ق)	((ق← ك) ∧ (ك ← ق))
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

- إن القيم الواردة في هذه العبارة تحت الرابط الرئيسي وهو الوصل، هي قيم بعضها صادق وبعضها كاذب، وفي هذه الحالة فإن العبارة عرضية.

- **تقييم طريقة جداول الصدق الكلاسيكية:** ما يلاحظ عن هذه الطريقة أنها تسمح بمعالجة آلية لمختلف إمكانات الصدق والكذب في القضايا مهما كان عددها، لكن ما يعاب على هذه الطريقة أنها تصبح طريقة محدودة التطبيق إذا ما طبقت على أكثر من أربع أو خمس متغيرات قضوية، على سبيل المثال: إذا كان لدينا 9 ذرات فعدد الحالات الممكن توافرها طبقا للقاعدة $2^{ن}$ هو 2^9 أي 2×2×2×2×2×2×2×2×2= 512 حالة من الصدق والكذب، وكلما زاد عدد الذرات تضاعف معه عدد الاحتمالات، وهذا ما يجعل تطبيقات هذه الطريقة على مثل هذه الذرات أمرا مستحيلا.[2]

2-2-2) جداول الصدق المختصرة:

- إذا كانت طريقة جداول الصدق الكلاسيكية تتعذر في اختبار صحة القضايا، كلما تضاعف عدد المتغيرات القضوية إلى أكثر من خمسة متغير قضوي، بحيث يصبح وضع هذه النتائج في

[1] أ.ه. بيسون، و د. ج. أوكنور، مقدمة في المنطق الرمزي ، ص 77.
[2] المرجع نفسه، ص 77.

شكل تعبيرات أمرا شبه مستحيل ، فإنه مع هذا العجز فقد وجدت مناهج اختبارية أخرى لتعويض النقص الذي أفرزته طريقة جداول الصدق الكلاسيكية، وكان أول هذه المناهج ما يعرف بطريقة جداول **الصدق المختصرة: وهي** منهج قصير ،غير مباشر لاختبار الصحة المنطقية للقضايا، وتاخذ هذه الطريقة شكل البرهان بالخلف في الرياضيات، وتقوم على وضع علامة الكذب (0) تحت الرابط الرئيسي، ثم توزع قيم الصدق على متغيرات القضايا وفقا لهذه القيمة المفترضة، وفي حالة إذا ما عارضت النتيجة شرطا من شروط صدق أحد الروابط، دل هذا على أن العبارة المختبرة صحيحة، وإذا لم تتعارض فإن العبارة خاطئة.

ويمكن توضيح هذه الطريقة بالمثال الآتي: [(ق ← ك) ∧ ~ ك] ← ~ق.

الخطوة الأولى: نضع علامة الكذب (0) تحت الرابط الرئيسي

الخطوة الثانية: نضع ما يترتب على هذا الفرض، وبما أن الرابط الرئيسي في هذه العبارة هو رابط الشرط (←)، فتحدد حالة كذبة طبقا لقاعدته: بصدق مقدمه وكذب تاليه، وتكتب من الشكل الآتي:

[(ق ← ك) ∧ ~ ك] ← ~ ق.[1]

1 0 0

وفي خطوة ثالثة: توزع قيم الصدق والكذب على الروابط الفرعية وهي الشرط (←) والوصل (∧)، وهي بمثابة روابط رئيسية من أجزاء العبارة، وفي هذه العبارة توزع قيم الصدق والكذب على رابط الوصل (∧) وفق ما يقتضيه صدق هذا المركب في الجزء الأيمن من العبارة السابقة، وإذا ما تقدمنا على هذا النحو حصلنا على:

[(ق ← ك) ∧ ~ ك] ← ~ ق

1 1 1 0 0

[1] أ.ه. بيسون، و د. ج. أوكنور، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 87.

أما الخطوة الرابعة والأخيرة: فتقوم على عامل القيم الخاصة بكل من (ق) و (ك) وهذه القيم الناجمة عن الخطوات السابقة، فنجد لدينا التعبير: (ق ← ك) يأخذ القيمة (1)،فان (ك) تاخذ القيمة (0) فنحصل على الشكل التالي:

[(ق ← ك) ∧ ~ ك] ← ~ ق

1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1

(4) (2) (4) (1) (2) (3) (1) (3)

– نلاحظ هنا أن مركب اللزوم صار صادقا عندما كان مقدمه صادقا وتاليه كاذبا: وهذا ما يتعارض مع قاعدة صدق اللزوم، وبالتلي فإن العبارة الأصلية لا تستطيع أن تأخذ القيمة (0) كما افترضنا سابقا، لأن هذا الافتراض أدى إلى تناقض في القواعد الأصلية الخاصة بإنشاء جداول الصدق وبهذا تكون العبارة:

[(ق ← ك)∧ ~ ك] ← ق صحيحة أو سليمة منطقيا، ولكن في حالة ثانية قد لا يؤدي افتراض وجود (0) في العمود الرئيسي إلى أي تناقض للقواعد الأصلية للعبارة مثلا:

[(ق ← ك) ∧ ~ ق] ← ~ ك

0 1 1 1 1 0 0 0 1

(5) (2) (6) (1) (2) (3) (1) (4)

– بما أن افتراض وجود (0) في العمود الرئيسي لا يؤدي إلى تناقض في القواعد الأصلية كما هو مبين أعلاه، إذن فالعبارة غير صحيحة منطقيا.[1]

– تقييم طريقة جداول الصدق المختصرة: إن أهم ما يميز جداول الصدق المختصرة عن جداول الصدق الكلاسيكية، هو قدرتها على تقويم العبارات المعقدة بطريقة تحليلية، إلا أنها نسبية، ونظرا لأهمية التحليل في الحساب المنطقي توجد طريقة ثالثة للتقويم هي طريقة التحليل الشجيري.

2-2-3) طريقة التحليل الشجيري:

[1] أ.ه. بيسون، و د. ج. أوكنور، مقدمة في المنطق الرمزي ص 78، 89.

هي طريقة تعارف المناطقة على تسميتها بنسق الشجرة Method of trees أو أشجار الصدق Truth trées وتعنى البحث بأسلوب معين عن مثال واحد على الأقل تكون فيه العبارة التي يراد تحليلها عبارة كاذبة، أو عدم الوصول إلى وجود أي مثال للكذب، ومن مميزات هذه الطريقة أنها تحليلية وليست إحصائية،وتباشر عملية التحليل فيها أولا:على تحويل الرابط الرئيسي ثم الروابط الثانوية الواردة في العبارة، والتي يطلب تحليلها بطريقة تنازلية، إما إلى الوصل (∧) من الشكل :(ق ∧ ك)،وتمثل هذه الصورة كل العبارات الوصلية التي يمكن تحويلها إلى الوصل

ق
ك

وإما إلى الفصل من الشكل (ق ∨ ك)، وتمثل كل العبارات الفصلية التي يمكن تحويلها إلى الفصل .[1]

ق ك

هذا التحويل إلى القضايا في نسق الشجرة القضوي لا يتم إلا بقواعد اشتقاقية خاصة بالنسق.

أ/ قواعد النسق الاشتقاقية: يتبنى نسق الشجرة القضوي ذات اللغة التي يتبناها نسق جداول الصدق الكلاسيكية، والخلاف الأساسي بينهما يتعلق بالتعريفات الخاصة التي يعتمد عليها كل منها لتوضيح سبل تعاملهما مع القضايا، أما بخصوص قواعد النسق الاشتقاقية التي تحلل بها القضايا المركبة إلى وحداتها الأبسط نحملها فيما يلي:

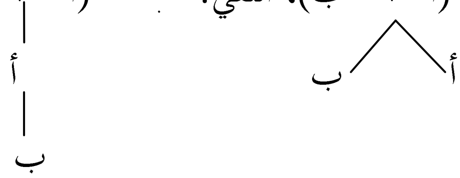
– **قاعدة النفي**: الإثبات: أهي ∼∼أ، النفي: ∼ ∼ أ هي أ

– **قاعدة الوصل**: الإثبات: (أ∧ ب)، النفي: - ∼ (أ ∧ ب)

أ   ∼أ   ∼ ب

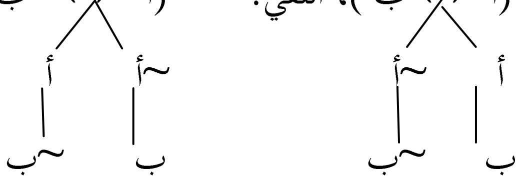
ب

– **قاعدة الفصل**: الإثبات: (أ V ب)، النفي: ~ (أ V ب)



– **قاعدة الشرط**: الإثبات: (أ ← ب)، النفي: ~(أ ← ب)

– **قاعدة التشارط**: الإثبات: (أ ↔ ب)، النفي: (أ ↔ ب)



غير أن هذه القواعد التي تتحكم في عملية التحليل الشجيري تتطلب أيضا تحديد بعض المصطلحات في لغة نسق الشجرة القضوي وهي:

- **الشجرة المغلقة**: هي شجرة كل فروعها مغلقة ورمزها (X)
- **الفرع المغلق**: هو فرد ترد فيه القضية ونقيضها.
- **الشجرة المفتوحة** : هي شجرة التي يكون فيها فرع واحد على الأقل مفتوح.
- **الفرع المفتوح**: هو فرع ليس به قضية ونقيضها.[1]

– ولتوضيح الخطوات التي تقوم عليها طريقة التحليل الشجيري في اختبار صحة القضايا نستعين بالمثال الآتي:

– لنفترض أن العبارة [ق ← (ك ← (ك ∧ ق))] ولنسميها M وهي عبارة جيدة التكوين (wff)، هذه العبارة هي قضية توتولوجية (تحصيل حاصل) إذا ما قومناها بطريقة جداول الصدق الكلاسيكية، كما هو مبين أسفله:

[ق ← (ك ← (ك ∧ ق))]

[1] احمد موساوى ،مدخل جديد إلى المنطق المعاصر ،ج1،ص149،150.

1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0

ولكن للبرهنة عليها بطريقة التحليل الشجيري لابد أن نتبع الخطوات التالية:

1- ننفي القضية الأصلية المراد تقويمها، بحيث تصبح القضية M من الشكل:

M= ~[ق ← (ك ← (ك ∧ ق)]

2- تحويل الرابط الرئيسي ثم الروابط الثنائية، إما إلى الوصل أو الفصل حسب القواعد الاشتقاقية الخاصة بالنسق، وفي هذه العبارة يتحول رابط الشرط المنفي الرئيسي إلى الصورة التالية:

~ق ← [ك ← (ك ∧ ق)]

ق

~(ك ← (ك ∧ ق)) [1]

3- نشرع في عملية التحليل بدءا بالروابط الوصلية، ثم الروابط الفصلية، فتكون الخطوة (4) - ك وصل ~(ك ∧ ق) كخطوة خامسة (5)، ومن هذه الأخيرة نستنتج الخطوة (6) التي تتفرع إلى: إما ~ق أو ~ك، وفي الأخير تأتي المرحلة (7) والتي تقتضي بالبحث عن مواطن التناقض بين فروع الشجرة بوضع علامة (X) ، وفي هذا التحليل يوجد تناقض بين الخطوة (2) و (6)، والممثلة بين ق و ~ق، وأيضا بين الخطوة (4) و (7) والممثلة بين ك و ~ك، ونستطيع أن نرتب هذه الخطوات في المنحنى الشجيري التالي:

[1] jkeiller k kumer t millar miller j robin mathimatical logic an computability pp17 18

1- ~ (ق ← (ك ← (ق∧ك)))

2- ق من (1)

3- ~ (ك ← (ق∧ك) من(1)

4- ك من(3)

5- ~(ق∧ك) من(3)

6- 7 ~ق× ~ك×

- نشير هنا أن الأعداد التي تظهر على اليمين تمثل خطوات مراحل التحليل أما الأعداد على اليسار فهي أعداد تبرر مراحل أخذ هذه الخطوات، أما عن نتيجة عملية التحليل للعبارة M فنلاحظ أن هناك تناقض في جميع فروع الشجرة، بمعنى أن كل فروعها متناقضة، وبما أن M ليست هي العبارة الأصلية المراد تحليلها بل نقيضها، فتكون نتيجة التحليل هي نقيض نقيض العبارة الأصلية M في جميع حالاتها، وبهذا فهي عبارة توتولجية (تحصيل حاصل).[1] وهناك حالات قد تنتهي إليها عملية التحليل الشجيري:

- إذا كانت كل فروع الشجرة مفتوحة للقضية المنفية، فإن القضية الأصلية متناقضة. [2]

- إذا كانت بعض فروع الشجرة مفتوح والبعض الآخر مغلق للقضية المنفية، فإن القضية الأصلية عرضية. [3]

- من خلال ما تقدم يتضح لنا أن الطريقة التحليل الشجيري لها القدرة التحليلية الكافية التي توصلت إليها الطرق التقويمية نسبيا في تحديد لأنواع العلاقات التي تنشا بين الفئات والقضايا، وفضلا عن هذا فإن مجال تطبيقاتها تتسع وفقا لقواعد معينة إلى تحديد أيضا أنواع العلاقات الكامنة بين مجموعة من القضايا والاستدلالات كالاتساق مثلا، فيعرف مفهوم الاتساق في نسق الشجرة القضوي على النحو التالي: تعد مجموعة من القضايا متسقة: إذا وفقط إذا كانت

[1] IBID, p 18.
[2] IBID, p 23.
[3] IBID, p 25.

شجرتها مفتوحة، أي إذا كان بها فرع مفتوح واحد على الأقل، وتعد غير متسقة إذا وفقط إذا كانت شجرتها مغلقة، أي لم يكن بها فرع مفتوح. [1]

2-3) تصنيف القضايا في المنطق الكلاسيكي:

- لقد أشرنا فيما سبق إلى أنه توجد ثلاث طرق تحليلية لتقويم صيغ قضايا المنطق، منتهين بذلك إلى أنه توجد ثلاث أنواع من الصياغات أو الدوال المنطقية، وأساس التقسيم ينشأ عند النظر – ولتكن مثلا إلى طريقة الجداول الكلاسيكية – إلى نوع القيم الصدق التي ترد تحت الثابت الرئيسي في الدالة المنطقية، إذن تصنف القضايا المنطقية على أساس الصدق والكذب وعلى هذا الأساس، وانطلاقا مما تقدم يمكن أن نعرض لأنواع تصنيفات القضايا في الحساب الكلاسيكي على النحو التالي:

2-3-1) الصيغ التحليلية Tautology:

هي قضايا صادقة صدقا منطقيا، بمعنى أنها صادقة في جميع الحالات، بحيث تصدق القضية منها بغض النظر عما تشير إليه قيم صدق قضاياها العنصرية وبيان ذلك في أن كل قيم صدق الرابطة الرئيسي للقضية، تحمل قيمة الصدق (1). [2]

أ/ نماذج لصيغ تحليلية:

- لقد عرف المنطق التقليدي – كما لاحظنا في فصل سابق – احتمالات الصدق والكذب مع فيلون الميغاري، إلا أن رواد المنطق المعاصر، على غرار فريجه، وراسل ووايتهد قد استخدموا هذه الاحتمالات في الكشف عن الصيغ التحليلية لنسق ما، باشتقاقها من لامعرفات وتعريفات ومصادرات، وإنما بطر قوائم الصدق.[3] ولهذا يعد رصيد المنطق المعاصر من هذا الجانب رصيدا هائلا، ومن هذه الصيغ التحليلية نذكر ما يلي:

---

[1] IBID, p 23.

[2] Quine O.W.V, Methode of logic, p 50.

[3] محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص ص 222، 223.

- صيغ تحليلية تتعلق بقضية واحدة:

* قانون الهوية (ق ≡ ق)، قائمة صدقه هي:

ق	≡	ق
1	1	1
1	1	1

* قانون الثالث المرفوع (ق ∨ ~ق)، قائمة صدقه هي:

ق	∨	~ق
1	1	0
1	1	0

* قانون عدم التناقض: ~ (ق ∧~ق)، قائمة صدقه هي:[1]

~	ق	∧	~ق
1	1	0	0
1	1	0	0

* قانون تحصيل الحاصل: وله صورتان

- ~ق≡ (ق ∧ ق)، قائمة صدقه هي:

~ق	≡	ق	∧	ق
0	1	1	1	1
0	1	1	1	1

- ~ق≡ (ق ∨ ق)، قائمة صدقه هي:

~ق	≡	ق	∨	ق
0	1	1	1	1
0	1	1	1	1

* البرهان بالخلف صورته : (ق ← (~ ق)) ← ~ق

* قانون النفي المضاعف صورته : (ق ≡ (~~ ق)) .[2]

* قانون إثبات المقدم صورته : ((ق ← ك) ∧ ق) ← ك

* قانون نفي التالي صورته : ((ق ← ك) ∧ ~ق) ←~ ك

---

[1] Quine O.W.V, Methode of logic, p 51.

[2] Withed and Russell, principia Mathematica, p 100.

* قانون دي مورجان صورته : ~ (ق ∧ ك) ↔ (~ ق ∨ ~ ك)

* قانون كلافيوس صورته : ((~ق ← ق) ← ق) .[1]

* قانون تعدى اللزوم صورته : ((ق ← ك)∧(ك ← ل)) ← (ق ← ل) .

- صيغ تحليلية للعمليات المنطقية التي تنشأ بين القضايا:

*** صيغ الجمع المنطقي:**

أ/ تبادل الجمع المنطقي صورته : (ق ∨ ل) ← (ل ∨ ق)

ب/ ترابط الجمع المنطقي صورته: [ق ∨ (ل ∨ م)] ← [ل ∨ (ق ∨ م)] .[2]

2-3-2) الصيغ المتناقضة:

هي صيغ كاذبة كذبا منطقيا، بمعنى أنها كاذبة في جميع الاحتمالات، حيث تكون كل قيم الصدق للثابت الرئيسي لقضية ما، كاذب أي صفر (0)، على سبيل المثال القضية التالية:

[(ق ← ل) ∧ (ق ∧ ~ ل)] هي قضية متناقضة

ق	ل	~ل	(ق ← ل)	∧	(ق∧ ~ل)
1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0

3-3-2) الصيغ العرضية أو الممكنة:

هي الصيغ التي تصدق في بعض الحالات، وتكذب في بعض الحالات الأخرى، بحيث تحتوي قيم الصدق للثابت الرئيسي على قيم الصدق (1)، وعلى قيم الكذب (0)، على سبيل المثال القضية التالية:

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص 119.

[2] Withed and Russell, principia Mathematica, p 12.

[(ق ← ل) ← (ل V م)] هي قضية عرضية.[1]

ق	ل	م	ق ← ل	ل V م	(ق←ل) ← (ل V م)
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	0

- ما يمكن ملاحظته على طرق التقويم والحساب التي اعتمد على عرضها في حساب القضايا الكلاسيكي، أنه يشترك مع المنطق الصوري التقليدي في نقطة أساسية وهي أن كلاهما منطق ثنائي القيمة، ومع أنه لا توجد إشارة صريحة إلى هذه الملاحظة، ولكن القيمتين المذكورتين سابقا الصدق (1) والكذب (0) اللتان تبناهما المنطق الكلاسيكى في حسابه القضوى مفروضتان ضمنا فى قضايا المنطق الأرسطي، فالقول: "إن كل قضية إما صادقة، وإما كاذبة، ولا وسط بين صدق القضية وكذبها المعبر عنها بقانون الثالث المرفوع (ق V ~ ق)، هو المبدأ المشترك الذي يصدر عنه المنطقان، ومن ثم وجب القول أن الحساب الكلاسيكي للقضايا في مبدئه هو حساب تقليدي، وبعبارة أخرى نقول أن المنطق الكلاسيكي ما هو إلا منطق تقليدي عبر عنه في صورة رمزية رياضية، و لم يحدث أي تجاوز بين المنطقين إلا من هذا الجانب الفني.

وعليه: إذا كان المنطق أو الحساب الكلاسيكي عامة، والحساب القضوي خاصة، يرتد في النهاية إلى المنطق الصوري القديم – منطق الصدق والكذب – فهل يمكن الحديث أو إيجاد

[1] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج 1، ص ص 120، 121.

مناطق وحسابات جديدة تمتد عملياتها المنطقية إلى حسابات كثيرة القيم غير قيمة الصدق والكذب الكلاسيكيين؟

3) – حساب القضايا في المنطق اللاكلاسيكي:

– نظير المنطق الكلاسيكي هو المنطق اللاكلاسيكي، فقد كانت محاولة الخروج من إطار المنطق الكلاسيكي الواحد غلى تعدده وتنوعه نقطة بداية لظهور ما يسمى بالمنطق اللاكلاسيكي، وهذا الأخير يضم جميع البحوث التي تمثل المناطق الموجهة *،و المناطق الكثيرة القيم، والمناطق المخففة [1]، ومن مبادئ هذا الحسابات أن بعضها يرفض مبدأ الثالث المرفوع ومبدأ النفي النفي إثبات، والبعض الآخر يرفض هذا المبدأ الأخير ولا يرفض المبدأ الأول [2] . من هذه الناحية نلاحظ مدى اختلاف الكيفيات بين هذه المناطق الجديدة التي تبتعد بها عن مبادئ المنطق الرمزي التقليدي والمنطق الكلاسيكي، ومع ذلك فهي تصنف جميعا ضمن الحسابات غير التقليدية وغير الكلاسيكية، وعلى هذا ينقسم الحساب اللاكلاسيكي للقضايا إلى: حساب موجه، حساب كثير القيم، حساب مخفف.

3-1) الحساب اللاكلاسيكي للقضايا:

3-1-1) الحساب الموجه:

يعتبر منطق القضايا الموجه في العموم منطق أو حساب كلاسيكي، وما الحسابات لا كلاسيكية في هذا المجال إلا إعادة بناء لمنطق القضايا الموجه التقليدي وتقديمه في صورة جديدة[32]، حيث

* القضايا الموجهة: تعرف بأنها تلك القضايا التي تقابل المطلقة في المنطق التقليدي ومن مميزاتها أنها تذكر الجهة أو الكيفية التي تربط بها الرابطة المحمول بالموضوع، وقد عرفها أرسطو: بأنها قضايا محمولها يقع عليه توجيه ويتلقى جهة ما من الجهات الأربع المذكورة أعلاه، فالقضية: زيد إنسان، قضية مطلقة، والقضية: من الضروري أن يكون زيد إنسانا، فهي قضية موجهة.

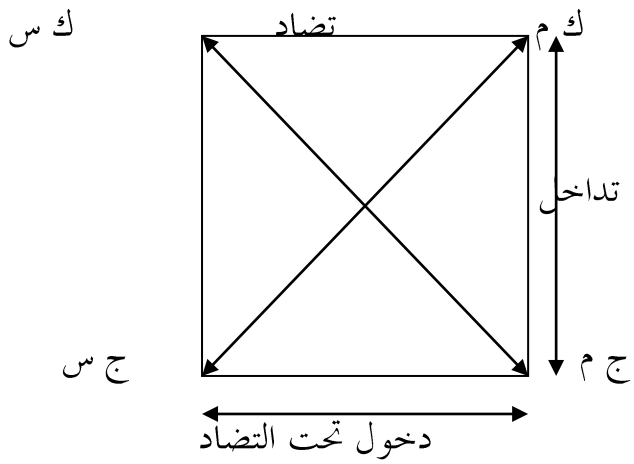
وكذا قولنا : "الإنسان واجب أن يكون حيوانا"، أو "ممكن أن يكون فيلسوف ." أرسطو، باري أرميناس أو كتاب العبابرة، ابن رشد، نص تلخيص منطق أرسطو، المجلد الثالث، دراسة تحقيق، جيرار الجيهامي، دار الفكر اللبناني، بيروت، 1996، ص 117.

[1] Miklos frenzi – Miklos szots, Mathematical logic for Applicat. p47

[2] أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج 1، ص 107.

[3] Luca vigano and Gebbay, labelled non- classical logic, p1.

يتم التعبير صوريا أو عمليا عن العوامل الموجهة الأربعة (الضروري، الإمكان، الاستحالة، الجائز) المعروفة في المنطق التقليدي – الأرسطي بعوامل الجهة العملية التالية: ◇ ، □
فيكون إثبات الضرورة للقضية (ق) مثلا بالرمز: □ ق ، وتقرأ: من الضروري أن ق صادقة، ويكون إثبات الإمكان للقضية (ق) أيضا بالرمز : ◇ ق ، وتقرأ: من الممكن أن ق صادقة.[14] وبترجمتنا للمربع الأرسطي للقضايا المطلقة، إلى لغة منطق القضايا الموجهة فنحصل على الإثباتات المتبقية التالية: الجائز والمستحيل



– يمثل هذا الشكل المربع الأرسطي لتقابل القضايا المطلقة [2]، وبتحويلنا هذا المربع إلى المربع الجهتي فنحصل على الشكل التالي:

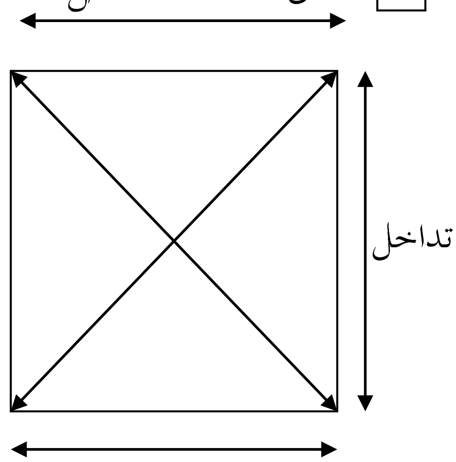
[4] Miklos frenzi – Miklos szots, Mathematical logic for Application, p 23.

[2] محمد مهران، مدخل إلى المنطق الصوري، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، 1994.

[2] رشيد قوقام ،أسس المنطق الصورى ،ديوان المطبوعات الجامعية ، الجزائر ،2008،ص 87.

من الضروري □ ق تناقض □ ~ ق من المستحيل أن يكون

أن يكون



من الممكن أن يكون ق ◇ ~ □ ق من الممكن ألا يكون

دخول تحت التضاد . 2

- ما يلاحظ على هذين المربعين أن هناك اختلاف بين القضايا المطلقة، وبين القضايا الوجهة، فتعتبر القضايا الموجهة أقوى من القضايا المطلقة لأنها مدعمة بعوامل جهتية تؤكد صدق القضية الجهوية، ومن خلال قراءتنا للمربع الجهتين نستنتج ما يلي:

- إذا كانت □ ق تقرأ من الضروري أن ق هي قضية ضرورية (صادقة) كما لاحظنا سابقا، فإن القضية المقابلة لها أو المناقضة لها من الرمز : □ ~ ق تقرأ: من الضروري أن ق كاذبة بمعنى أنها غير محققة أو غير موجودة والشيء الذي من الضروري ألا يقع هو الاستحالة.

- وإذا كانت □ ق تقرأ: من الضروري أن ق صادقة، فإن القضية المقابلة لها من الرمز ~ □ ق تقرأ: ليس من الضروري أن تكون ق موجودة أو غير موجودة (صادقة)، فهي إذن قضية عرضية (مستقبلة – ممكنة) ، ومن مميزات هذه العوامل الموجهة (□، ◇) أنها يمكن أن تندمج في الحساب، وذلك بأن تتركب مع العوامل أو الروابط الصدقية التي سبق لنا معرفتها، ليقع أو يكون ما يسمى بحساب القضايا الموجهة، على سبيل المثال:

النفي (◇ ~ ق)

الفصل (□ق ∨ ◇ ~ ق)

الوصل (◇ق ∧ ◇ ~ ق)

الاستلزام (□ ق ← ◇ ~ ق)......إلخ

ويمكن أيضا أن تتركب مع نفسها أو مع بعضها لتكون جهات عملية مركبة مثل:

(~ ◇ ~ ◇ ق): استحالة الاستحالة.

(◇ □ ق): إمكان الضرورة.........إلخ .[1]

2-1-3) الحساب المخفف:

يتساءل المنطق المخفف عن إمكانية قيام حسابات يكفي أن نأخذ فيها ببعض بديهيات الحساب الكلاسيكي أي المنطق التقليدي، ويعتبر المنطق الحدسي **intuitionistic logic** من أشهر المناطق المخففة، وهو مذهب اعتنقه كل من **J. Brower**(1881 – 1966) ، و اروند هيتنغ **Arend heytting**(1898 - 1980)[2] ، ويعتبر المنطق الحدسي كنتاج مهم للحدس الرياضي، منطق يأمل أن يتلخص كليا من كل بناء رياضي لا يدرك استعمال هذا الحدس، أما من ناحية قيامه كنظرية حسابية فيمكن القول أنه قد تم بناؤه باللجوء إلى الحسابات الكلاسيكية والتقليدية مع التخلي ببعض بديهيات والقواعد الكلاسيكية وفي المقابل يجب الاحترام والاحتفاظ بكل الصور البرهانية الأخرى، وتتكون لغة هذا المنطق من بعض المفاهيم والصور البرهانية الأولية التالية:

- (ق ∨ ك) هي مبرهنة أو عبارة جيدة التكوين (**wff**). بحيث أن **ق** مبرهنة و**ك** مبرهنة
- (ق ∧ ك) هي مبرهنة أو عبارة جيدة التكوين (**wff**)- (ق ← ك) هي مبرهنة أو عبارة جيدة التكوين (**wff**) حيث أن كل برهان ل(ك) يستلزم برهان ل (ق)

---

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 105.

[2] Graham prist, an introduction to non- classical logic, tom 2, Cambridge introduction to philosophy, p 60.

- ∀ س ق (ســ) هي مبرهنات لعبارات جيدة التكوين لكل مادة في المجال الدالي (ق (ســ)- أ) هي مبرهنة

- ∃ س ق (ســ) هي مبرهنة لعبارة جيدة التكوين لبعض المواد (أ)، (a) في المجال الدالي (ق (ســ). a. (أ) هي مبرهنة[1].

- ما يلاحظ على هذه المفاهيم الأولية المكونة للغة المنطق الحدسي أن لها نفس المعنى القائم في الحساب الكلاسيكي والتقليدي[2] ، أما أهم المفاهيم التي تخلى عنها هذا المنطق الحدسي، أبرزها قانون النفي المضاعف وما يلزم عنه، فقد رفض المنطقي الحدسي هوايتنغ قانون النفي المضاعف من الصيغة : ~ ~(ق ∨ ق) الناتج عن العلاقة التالية: (~ ~ ق ← ق) ≡ (ق ←~ ~ ق) لأن الترعة الحدسانية تقبل اللزوم المادي (ق ←~ ~ ق)، ولا تقبل اللزوم العكسي (~ ~ ق ← ق) فهي ترفض البرهنة بالخلف التي تسعى إلى إثبات صدق القضية عن طريقاثبات ان القضية المناقضة المناقضة لها كاذبة، وقد كان من نتائج هذا الموقف أن رفض الترعة الحدسانية كان لكلية مبدأ الثالث المرفوع لا رفضه كليا، على اعتبار أن هذا المبدأ في النظرة الكلاسيكية التقليدية كان مبدأ للكشف عن الصدق عن طريق الانتقال من النفي إلى الإثبات[3].

- وعلى الرغم من رفض المنطق الحدسي لبعض بديهيات وقواعد الحساب الكلاسيكي والتخلي عنها، نظرا لأنها لا تتماشى مع مبادئ هذا الحساب الجديد، إلا أن هذا الرفض لم يمنعه من عرض وتقديم بعض البديهيات والصور البرهانية للمنطق الكلاسيكي، والبرهنة عليها في ظل الحساب الحدسي، نذكر منها ما يلي:

- (ق ← ~ ~ ق) قانون اللزوم المادي

- ~ (ق ∧ ~ ق) مبدأ الثالث المرفوع

---

[1] Miklos frenzi – miklos szots, Mathematical logic for Application, p 52.

[2] IBID, p 52.

[3] أحمد موساوي، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، ص ص 220، 221.

- ~ (ق ∨ ك) ↔ (~ ق ∧ ~ ك)
- ~ (ق ∧ ~ ق) ⟵ (~ق ∨ ~ ك)　　　　قانونا دي مورغان
- (ق ⟵ ك) ⟵ (~ ك ⟵ ~ ق)
- Ǝ س ~ ق (س) ⟵ ∀ س ~ (س)

- تمثل هذه الصور أهم بعض التوتولوجيات التي تخدم المنطق والحساب الكلاسيكي، أما التوتولوجيات التي لا يمكن البرهنة عليها في المنطق الحدسي هي:

- قانون عدم التناقض وصورته : ~ (ق ∨ ق)
- قانون دي مورغان من الصورة: ~ (ق ∧ ك) ⟵ (~ق ∨ ~ ك)
- (~ ق ⟵ ~ ك) ⟵ (ك ⟵ ق)
- ∀ س ق (س) ⟵ Ǝ س ~ ق (س).[1]

- نستنتج مما تقدم أن هناك عددا كبيرا من قوانين المنطق الرمزي التقليدي تكون صالحة للحساب الحدسي، والعكس صحيح، فالقوانين التقليدية (الكلاسيكية) يمكن اعتبارها مبرهنات في الحساب الحدسي الجديد

3-1-3) الحساب أو المنطق المتعدد القيم:

- لقد أشرنا ونحن بصدد الحديث عن بدايات المنطق اللاكلاسيكي أن المنطق التقليدي ثنائي القيمة ينسب للقضية قيمة صدق وقيمة كذب فقط، وقد نشأ هذا الوضع عن طبيعة مبدأ الثالث المرفوع الذي كان يعتبر مبدأ أساسيا للمنطق التقليدي والكلاسيكي بأسره، لكن قد تبين أن هناك قضايا لا تدخل في باب المنطق ثنائي القيمة فهي لا تعرف قيمة الصدق أو الكذب، على سبيل المثال كقولنا: "من الممكن أن أكون في الجزائر يوم 30 أوت" هذه القضية وأمثالها لا يمكن القول أنها ضرورية صادقة أو كاذبة في الوقت الذي تم تقريرها فيه.[2] هذا

[1] Miklos frenzi – miklos szots, Mathematical logic for Application, p .53
[2] Bouchenski I. M, A hidtory of formal logic, p 405.

النوع من القضايا في المنطق التقليدي الأرسطي يدخل في باب المستقبل الحادث[1]، ولذلك تقدم قيمة ثالثة Third- value لمثل هذه القضية وهي قيمة الممكن possible ويرمز إليها بالرمز ½ ، ويمكن أن نذهب بأوصافنا إلى ما لا نهاية من القيم المحتملة للقضايا ما بين الصدق والكذب، وفي هذا الصدد ظهر ما يسمى بالمنطق الاحتمالي والمنطق المتعدد القيم....إلخ، ويمكن أن نعرض لهذا الأخير بمنطق ثلاثي القيمة، أو رباعي القيمة.....إلخ أو لمنطق ما لا نهاية من القيم[2] . إلا أننا هنا سنكتفي بعرض لمنطق ثلاثي القيمة من المناطق المتعددة القيم كنموذج للحسابات اللاكلاسيكية.

- يعتبر المنطق المتعدد القيم اكتشاف مهم من طرف المنطقي البولندي **يان لوكازفتش** سنة (1920)، وبعد سنة أي سنة (1921) توصل **بوست** إلى النوع من البحث المنطقي لكن بطريقة مستقلة عن لوكازفتش، فكان اكتشافهم لأول نسق منطقي خرج من ثنائية الصدق والكذب الكلاسيكيين إلى المنطق ثلاثي القيمة. [3]

أ/ لوكازفتش والمنطق ثلاثي القيمة:

أسهم يان لوكازفتش في إثراء الدراسات المنطقية المعاصرة ببعض التصحيحات والإضافات، وتطوير المفاهيم والمصطلحات بما يتلائم مع طبيعة الدراسة في هذا العلم، ومن أهم الأبحاث التي أثارها هي تلك الخاصة بتصور الجهة في المنطق، وابتكاره لأول نسق منطقي ثلاثي القيمة محاولا بذلك أن يقدم الحساب المنطقي المتكامل لما نسميه الآن بالمنطق المتعدد القيم،وقد استوحى تصوره للمنطق ثلاثي القيمة من مشكلة فلسفية تمثلت في معالجة أرسطو للحوادث الممكنة المستقبلية في كتابه – العبارة-، وفي نظر لوكازفتش إذا قلنا مع أرسطو إن بعض الحوادث المستقبلية، كأن تقع معركة بحرية متصفة بالإمكان فالقضية التي ننطق بها اليوم عن مثل هذه الحوادث لا تكون صادقة ولا كاذبة، ومن ثم وجب أن تكون لها قيمة صدق غير القيمتين 1

---

[1] عبد الرحمان بدوي، منطق أرسطو، ج1، ط1، وكالة المطبوعات، دار القلم، بيروت، 1980، ص 109.

[2] Bouchenski I. M A hidtory of formal logic, p 405.

[3] IBID, p 405.

و0، وتعتبر طريقة الجداول في نظره جديرة للتعبير والتطبيق على كافة الأنساق المنطقية التي يوجد فيها ما يسمى دوال الصدق[1]. بمعنى الدوال التي توقفت قيمتها من حيث الصدق والكذب على قيم متغيرات الواقعة فيها على النحو الذي رأيناه في مبحث سابق.

- و بناءا على فكرة لوكازفتش، إذا ما رمزنا للمصطلح الصادق بالرمز (1)، والمصطلح الكاذب بالرمز (0)، فإنه يعطي القيمة ½ لمصطلح الممكن، ولإنشاء هذا الحساب الثلاثي اللاكلاسيكي وضع لوكازفتش مجموعة من القواعد:

1- عندما ننتقل من الحساب الثنائي القيمة إلى الحسابات المتعددة القيم سرعان ما يتضاعف معه طريقة بناء جداول الروابط الرئيسية وبالتالي فإن عدد العوامل التي يمكن تصورها في المنطق المتعدد القيم والثلاثي القيمة تكون وفقا للقاعدة $n^{ن}$ قيمة صدق، بحيث $3 \leq n$، وفي المنطق ثلاثي القيمة ينشأ الحساب وفقا للقانون n^3 أو ن^3.[2] وبالتالي تصبح للرابطة الثنائية مع ثلاث قيم، لها تسع حالات، ومع ثلاث قضايا لها: $3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ حالة وهكذا......

2- أما بالنسبة إلى الروابط الرئيسية، فيضع لها القواعد التالية:

- النفي: ن ق = 1 – ق ، $Np = 1 – p$

- الاستلزام: إذا ق $\geq$ ل، فإن استلزام ق . ل = 1 ، $p \leq q . C pq = 1$

- العطف والفصل: يأخذ العطف أضعف القيم المركبة، ويأخذ الفصل أقوى القيم المركبة.[3]

- وتوضح القوائم التالية قيم الروابط التالية:

النفي:

ق	~ ق
1	0
½	½
0	1

[1] يان لوكازفتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص 234.

[2] Miklos Frenzi, Miklos szot, Mathematical logic for Application, p 50.

[3] Bouchenski I. M, A hidtory of formal logic p 406.

– وتمثل قائمة رابط التضمن كالتالي: [1]

ق	ك	ق ← ك
1	1	1
1	½	½
1	0	0
½	1	1
½	½	1
½	0	½
0	1	1
0	½	1
0	0	1

– ويمثل الجدول الآتي دالات الروابط الرئيسية: النفي والفصل والعطف والاستلزام والتكافؤ، في الحساب الثلاثي القيمة. [2]

ق	~ق	ق ∧ ك	ق ∨ ك	ق ← ك	ق ↔ ك
1	0	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
½	½	½ ½ 1	½ ½ 1	½ ½ 1	½ ½ 1
0	1	0 0 1	0 1 1	0 0 1	0 0 1
		1 ½ ½	1 1 ½	1 1 ½	1 ½ ½
		½ ½ ½	½ ½ ½	½ ½ ½	½ 1 ½
		0 0 ½	0 ½ ½	0 ½ ½	0 ½ ½
		1 0 0	1 1 0	1 1 0	1 0 0
		½ 0 0	½ ½ 0	½ 1 0	½ ½ 0
		0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 1 0

[1] IBID, p p 405, 406.

[2] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 126.

- ولو قارنا هذا الجدول الثلاثي بالجدول الثنائي القيمة الكلاسيكي للاحظنا ما يلي:

ق	~ ق	ق ∧ ك	ق ∨ ك	ق← ك	ق ↔ ك
1	0	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1
0	1	0 0 1	0 1 1	0 0 1	0 0 1
		1 0 0	1 1 0	1 1 0	1 0 0
		0 0 0	0 0 0	0 1 0	0 1 0

- من خلال المقارنة بين الجدولين يتضح لنا أن الروابط الرئيسية في الحساب ثلاثي القيمة تطابق الحساب ثنائي القيمة، ما عدا في حالة واحدة وهي حالة القيمة الثالثة 1/2، فإن قيمة صدق المتغير تأخذ قيمة أخرى. وعليه: إذا كان من مبادئ الحساب القضوي الجديد اللاكلاسيكي إضافة قيمة ثالثة (ممكنة) قد غير من نتيجة الدوال الصدقية على ما كان متعارف عليه في الحساب الكلاسيكي – ثنائي القيمة، فهل يؤثر هذا أيضا على صيغ المنطق ثنائي القيمة، ولا سيما تلك التي يعدها قوانين (بديهيات ومبرهنات) توتولوجيات؟

- إننا نحدس من أول وهلة – حسب مبادئ الحساب الجديد ما هي البديهيات الأساسية في المنطق ثنائي القيمة التي يمكن أن تسقط أمام المنطق ثلاثي القيمة، فإذا كان من مبادئ هذا الأخير أن يضيف قيمة ثالثة في حساباته وهي قيمة الممكن 1/2، معنى هذا أنه لا جدوى من بقاء مبدأ الثالث المرفوع(ق∨~ ق) في ظل الحساب ثلاثي القيمة.

- هذا ويمكن أن نعرض لبعض النماذج من صيغ وقوانين (بديهيات) الحساب التقليدي والكلاسيكي في ظل الحساب ثلاثي القيمة كالتالي:

1- (ق ← ك) ← ((ك ← ل) ← (ق ← ل))، 1- Cc pq cc qr cpr

2- (~ ق← ق) ← ق 2- CC N pp. p

3- (ق ← (~ ق ← ك)) 3- C p C N pq

- من خلال فحص هذه البديهيات الثلاث في المنطق ثلاثي القيمة يتضح لنا أن البديهية رقم (1)، والبديهية رقم (3) هي بديهيات صادقة، أما البديهية رقم (2) والتي تمثل قانون

كلافيوس ((~ ق← ق)← ق) فهي ليست صادقة في الحساب الجديد، وبالتعويض نحصل على:

Cc N ½ ½ ½ = C ½ ½ ½ = C1 ½ = ½ . [1]

- ويمكن من جهتنا تبسيط هذا التحليل أو التحقق منه، من خلال مقارنة هذا القانون في كلتا الحسابين، حساب ثلاثي القيمة والثنائي القيمة على النحو التالي:

ق	~ق	(~ق ←ق)	(~ق←ق)← ق
1 0	0 1	1 0	1 1

ق	~ ق	(~ق ←ق)	(~ق←ق)← ق
1 ½ 0	0 ½ 1	1 1 0	1 ½ 1

- بخصوص هذه البديهية لاحظ لوكازفتش – في تصوره للإمكان – أن التعبير (~ ق← ق) CN pp مكافئ لـــ: ق، p في الحساب ثنائي القيمة، ولكن لا ينطبق هذا في الحساب الثلاثي القيمة، حيث تكون الحالة ق ½ = 1، وعليه فإن المقررة أو الصيغة أو البديهية ((~ ق ← ق) ← ق) في المنطق ثنائي القيمة ليست صحيحة في الحساب ثلاثي القيمة عندما تتدخل القيمة ق = ½، [2] والعكس فإن بعض قوانين وصيغ الحساب ثنائي القيمة لا تسقط ولا تفقد بداهتها في الحساب ثلاثي القيمة رغم تدخّل القيمة ½، وإذا ما تحققنا عن طريق جداول الصدق من البديهية رقم (3) للاحظنا صدق العبارة في كلتا الحسابين، وهذا الأمر ينطبق أيضا على البديهية رقم (1).كما هو مبين أسفله:

---

[1] Bouchenski. I. M, A history of formal logic, p 405.

[2] يان لوكازفتش، نظرية القياس الارسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث ، ص 245.

ق	~ ق	ك	(~ق ← ك)	ق ← (~ ق ← ك)
1	0	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	1	0	0	1

ق	~ ق	ك	(~ق ← ك)	ق ←(~ ق ← ك)
1	0	1	1	1
1	0	½	1	1
1	0	0	1	1
½	½	1	1	1
½	½	½	1	1
½	½	0	1	1
0	1	1	1	1
0	1	½	½	1
0	1	0	0	1

– ومع هذا فإن البديهيات أو التوتولوجيات القديمة التي فقدت مصداقيتها أمام الحساب الثلاثي الجديد، فإن هذا لا يعني أنها ستكون كاذبة لكن البديهيات التي لا تنزل قيمتها تحت ½، أي تكون لها هذه القيمة ½، فلا تكون لا صادقة ولا كاذبة، بل تكون ممكنة فقط.[1]

4)– حساب القضايا في صورة نسق استنباطي:

– بعد التطورات التي حققها المنطق المعاصر، وخاصة في مرحلته اللاكلاسيكي في اكتشافه لأنواع جديدة من المناطق تمتد عملياتها المنطقية الحسابية إلى قيم متعددة غير قيمة الصدق والكذب المعروفتين في المنطق الكلاسيكي والتقليدي، لم يكتف رواد هذا المنطق المعاصر بهذا

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص ص 127، 128.

الغرض، بل سعوا أيضا إلى إعادة مناقشة وصياغة العرض النسقي لبديهيات المنطق، الأمر الذي دفع إلى بروز خاصية تعدد الأنساق المنطقية في المنطق المعاصر، والتي تعمل على وجه التحديد إلى إثبات ما يبدوا منطقي بالبرهان، وبمعنى آخر إعطاء الاستنتاج المنطقي صورة البرهان الرياضي المصورن، حيث تتفق فيه النتائج مع المقدمات [1]، ومن بين أهم نظريات المنطق الرمزي التي تضمنها عرضهم النسقي، نظرية حساب القضايا، وبهذا نتساءل: إلى أي مدى استطاع المنطق المعاصر أن يقدم عرضا نسقيا لبديهيات الحساب القضوي في صورة نسق حسابي مصورن؟

1-4) مفهوم النسق system:

- يشير المعنى الأصلي للفظة سينتاكس (التركيب اللغوي) إلى تنظيم الأجزاء أو العناصر تنظيما نسقيا ترتيبيا، كما يقصد به تنظيم الألفاظ، في صورة أشكال مناسبة تظهر ارتباطاتها وعلاقاتها داخل العبارة وفقا لقواعد معينة [2] ، هذا وتعتبر لفظة سينتاكس من الألفاظ التي جرى استخدامها في ميادين متعددة كالرياضيات والمنطق.....إلخ، ومبدئيا يقصد بلفظة سينتاكس من الناحية المنطقية مجموعة من العناصر أو الأفكار التي تقوم بينها علاقة معينة، أو ما يعرف بالسياق، والنسق المنطقي هو نوع خاص من الأنساق وأدقها، فعناصره قضايا منطقية تقوم بينها علاقات معينة منطقية. [3]

ومن الناحية التاريخية لقد مر تطور نسق بديهيات المنطق بمرحلتين:

المرحلة الأولى: التي تسمى بمرحلة أنساق البديهيات الأولى والتي تمتد من محاولة **موريس باش** M. Pasch سنة 1882 إلى العشرينات من هذا القرن، أما المرحلة الثانية فهي التي

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر ، ص 92.

[2] أ. هـــ.و .د .ج أوكونر، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 115.

[3] Rudolf Carnap, The logical Syntax of language, p 1.

تعرف بمرحلة أنساق البديهيات المصورن، [1] وبما أن المرحلة الثانية هي التي تتوفر فيها الصياغة النسقية المصورنة، والتي تطرح موضوع إشكالنا فلا داعي إذن لتناول المرحلة الأولى.

– تفترض الصياغة الصورية لبناء أنساق منطقية مصورنة لغة رمزية خاصة، ذلك أن الفكر في النسق المصورن على طريقة نسق البديهيات لا يهتم بالترجمة اللفظية للرموز، بل يكتف بالرموز وحدها، فهو لا يعتبرها رموزا صامتة، بل ينظر إليها كأنها ألفاظ اللغة الطبيعية، معنى هذا أن نسق البديهيات يشكل لغة رمزية اصطناعية خاصة [2] . ولتقديم هذه اللغة تشترط مجموعة من الرموز، بعضها يخص النسق ذاته وبعضها الآخر يخص القواعد المتحكمة في كيفية استعمال تلك الرموز، باعتبارها رموز لا تهتم بالبنية الصورية للقضايا، وتقسم هذه القواعد إلى قسمين:

أ/ مجموعة قواعد البناء: وفيها نميز قاعدتين:

– قواعد تهتم بصياغة التعريفات

– قواعد تهتم ببناء العبارات المنطقية ذات التكوين الصحيح (wff) وتسمى بقواعد التكوين، وهي ما أشرنا إليه سابقا بالحروف (ق. ك. ل).

ب/ مجموعة قواعد الاستنتاج (الاستنباط): وتسمى بقواعد التحويل وهي التي تسمح بالحصول على المبرهنات أو التعرف عليها، [3] وهما: قاعدة التعويض، وقاعدة الفصل التي سبق وأن أشرنا إليها

– هذه القواعد كافية لإقامة نسق البديهيات المصورن، والمنطقي هنا حر في اختيار عدد البديهيات التي يبني عليها نسقه، سواء من حيث الكيف أو الكم، وفي هذا الصدد يقول رودولف كارناب: "في المنطق ليس هناك أخلاق، لا إعطاء أوامر أو نواهي، فكل منطقي حر في بناء نسقه على الصورة التي يراها، بشرط أن يعبر بوضوح على القواعد المتبناة استخدامها في

[1] Robert Blanché, L'axicomatique, press universitaire de France, Paris, 1967, p p 43, 45.
[2] Rudolf Carnap, The logical Syntax of language, p 4.
[3] Robert Blanché, L'axicomatique, p 61.

نسقه" [1] ومع أن عملية اختيار عدد البديهيات تتم بصفة حرة، إلا أنه يجب على المنطقي لبناء نسق منطقي مصورن أن يخضع اختياراته لجملة من الشروط نجملها فيما يلي:

1- يجب أن يكون النسق متسقا أي غير متناقض: ويعد النسق متناقضا إذا احتوي على صيغتين تنكر الواحدة منها الأخرى أو تناقضها، ويعد النسق متسقا وخاليا من التناقض إذا لم تكن نتائجه مناقضة لإحدى مقدماته، وإذا لم نستنتج منه نتيجتين تناقض الواحدة منها الأخرى. [2]

2- شرط الاستقلال: ينسحب معنى الاستقلال هنا على بديهيات النسق وعلى النسق ذاته، فتعد البديهية مستقلة عن بقية بديهيات النسق إذا لم تشتق من إحداها كنتيجة أو كمبرهنة، ويعد النسق مستقلا إذا بقي محافظا على البديهيات الأساسية المستقلة وتتخلص من المتكرر بينها، ويعد أيضا مستقلا إذا ظل قائما بعد حذف إحدى البديهيات المضافة إليه، وتسمى هذه العملية أو هذا النوع من النسق بالنسق المضعف، أما عكس هذه العملية: بمعنى إذا أضفنا بديهية أو أكثر إلى النسق ثم نتج عنه تناقض داخل النسق فيسمى هذا النسق بالنسق المشبع.

3- يجب أن يكون النسق تاما مكتملا: يقال عن النسق الاستنباطي أنه تام أو مكتمل، إذا كان من الممكن البرهنة فيه على صدق أو كذب قضية ما ترض في هذا النسق.

4- قابلية قضايا النسق للبت: نقول عن نسق منطقي أنه قابل للبت، إذا كانت أي قضية من قضايا النسق قابلة إما للبرهنة، أي إثبات صدقها، وإما قابلة للتفنيد أي إثبات كذبها.

5- يجب أن يكون هناك اقتصاد في عدد بديهيات النسق، [3] هذا و يمكن القول أن هذه الشروط وتلك القواعد كافية لأقامة نسق البديهيات (اللامبرهنات- القضايا الأولية) المصورن، بحيث تصبح البرهنة عليها داخل النسق غير ممكنة كما هو واضح من هذه الشروط، ولكن هذه اللامبرهنات قابلة لأن تكون مبرهنات في نسق آخر بواسطة قضايا أولية أخرى وبمساعدة بعض

---

[1] IBID, p 59.
[2] IBID, p 48.
[3] IBID p p p 51, 52, 53.

الروابط القضوية تسمى بالامعرفات، تلك المبرهنات يمكن معاملتها كأنها بديهيات لاستخلاص مبرهنات جديدة منها، وهذه العملية يمكن أن تمتد إلى ما لا نهاية، وكان هذا بالنسبة للقواعد وشروط النسق، أما بالنسبة إلى كيفية إجراء عملية البرهنة في أي نسق فتقوم على الخطوات التالية:

1- الترقيم : ويضم ترقيم بديهيات النسق، واللامعرفات، والتعاريف، والقواعد وتوضع في أول السطر.

2- تشترط العمليات التي يجب القيام بها على هذه الصيغ أثناء البرهنة مجموعة من الرموز، فيرمز للتعويض بمطة مائلة (/) بين العبارة المستبدَلة وبين العبارة المستبدِلة مثلا: ق/~ ق، p /Np، أي إحلال ~ ق محل ق. ويرمز لتبديل المعرَّف بالمعرِّف بواسطة حرف x متبوع برقم التعريف مثلا: x1.01 ، ويرمز لنتيجة عمليتي التعويض والتبديل بعلامة المساواة (=)، ويرمز بمطة (–) بين رقم المستلزِم ورقم المستلزَم، مثلا: 206 – 205 . C.[1]

– هذا ويمكن من جهتنا أن نعرض لنماذج لهذا النوع من البرهنة في المنطق المعاصر على حساب القضايا، فيكون نسق راسل وايتهد كنموذج لحساب القضايا الكلاسيكي، ويكون نسق لوكازفتش كنموذج لأسلوب البرهنة في حساب القضايا اللاكلاسيكي.

4- 2) نماذج لحساب القضايا في صورة نسق استنباطي

4-2-1) نسق راسل وايتهد، نسق AN:

– لقد اعتمد كل من راسل ووايتهد في بناء نسقهما المنطقي في كتابهما المشترك برنكيبيا ماتيماتيكا Principia Mathematica على الأبجدية التالية:

أ/ المتغيرات: ق، ك، ل

[1] روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 96.

ب/ الروابط القضوية (اللامعرفات): قال راسل بثابتين هما:السلب والفصل (~ ،∨) كأفكار أولية تستخدم في تعريف غيرها من الثوابت في نسقه المنطقي.[1]

جـــ/ التعريفات: استخدم راسل التعريفات التالية:

1.01 (ق ∧ ك) =تع ~ (~ ق ∨ ~ ك)

1.02 (ق ← ك) =تع (~ ق∨ ك)

1.03 ق ≡ ك =تع (ق ← ك ∧ (ك ← ق)) .[2]

د/ القواعد: الاستبدال (/)، والحذف (ــ)

هـــ/ المسلمات (اللامبرهنات، المصادرات، البديهيات): صاغ كل من راسل ووايتهد خمس بديهيات لاشتقاق منها مبرهنات النسق وهي:

1- مصادرة تحصيل الحاصل: وتنص على أنه إذا كانت قضية ما صادقة فيلزم أنها صادقة وصورته الرمزية هي: 1.2 (ق ∨ ق) ← ق

2- مصادرة الجمع: وتنص على أنه إذا صدقت إحدى القضايا (ك)، فإن دالة الفصل التي تدخل في تكوينها (ق ∨ ك) تصبح صادقة، فإذا رمزنا مثلا للقضية: " اليوم الأربعاء" بالمتغير (ك)، ورمزنا للقضية "اليوم الثلاثاء" بالمتغير (ق)، فإن مبدأ الجمع يقرر: "إذا كان اليوم هو الأربعاء، فإن اليوم إما يكون الثلاثاء أو الأربعاء" والصورة الرمزية لهذه المصادرة هي: 1.3 ك ← (ق∨ ك).

3- مصادرة التبادل: ويقصد بالتبادل هنا تبادل المواضع لعناصر دالة الفصل، وينص: على أنه من يسلم بـــ: (ق أو ك) فيلزم أن يسلم بـــ (ك أو ق) والصورة الرمزية لهذه المصادرة هي:

1.4 (ق ∨ ك) ← (ك ∨ ق).

[1] برتراند راسل، أصول الرياضيات، ج 1، ص 51.

[2] Withed and Russell, principia Mathematica, p12.

4- مصادرة الترابط: ينص هذا المبدأ على أنه سواء كانت القضية (ق) صادقة أو الدالة (ك أو ل) صادقة، فإنه يلزم عن ذلك صدق القضية (ك) أو الدالة (ق أو ل) وصورة هذه المصادرة هي: 1.5 [ق ∨(ك ∨ ل)] ⟵ [ك ∨ (ق ∨ ل)].[1]

5- مصادرة التجميع: وتقرر أنه إذا كانت (ك) يلزم عنها (ل)، فإن القضية (ق∨ ك) تستلزم القضية (ق ∨ ل)، ويعني ذلك أنه يمكن أن يضاف بديل في دالة اللزوم، إلى كل من المقدمة والنتيجة دون أن يؤثر ذلك على صدق اللزوم، والصورة الرمزية لهذه المصادرة هي:

1.6 (ق ⟵ ل) ⟵ [(ق ∨ك) ⟵ (ق∨ ل)].[2]

- ويمكن أن نعيد العرض الأكسيوماتيكي لنسق راسل وايتهد AN بطريقة أكثر تجريدا وصورنة كالتالي:

- ق. ك. ل
- ~ ،∨
- (/) ، (−)
- 1.01 ق ⟵ ك =تع ~ (~ ق ∨ ~ ك)
- 1.02 ق ⟵ ك =تع ~ ق ∨ ك
- 1.03 ق ≡ ل = (ق⟵ ك) . (ك ⟵ ق)
- 1.2 (ق ∨ ق) ⟵ ق
- 1.3 (ك ⟵ (ق∨ ك)
- 1.4 (ق∨ ك) ⟵ (ك ∨ ق)
- 1.5 (ق ∨ (ك ∨ ل)) ⟵ ((ك ∨ (ق ∨ ل))
- 1.6 (ك ⟵ ل) ⟵ ((ق ∨ ك)⟵ (ق ∨ ل)).
- أما طريقة البرهنة عليها فتكون كالتالي:

---

[1] IBID,p 96.
[2] IBID, p 97.

1)- لدينا المبرهنة (ق ⟵ ~ ق)⟵ ~ق

- تسمى هذه المبرهنة البرهان بالخلف وتقرر أنه إن لزم عن التسليم بقضية التسليم بنقيضها فهي قضية كاذبة، أما البرهان الاستنباطي على صحتها فيأخذ الخطوات التالية:

أ/ علمنا من المصادرة الأولى أن: (ق V ق)⟵ ق

ب/ بتطبيق قاعدة التعويض بين المتغيرات على القضية السابقة بوضع (~ ق) بدلا من (ق) نحصل على (~ق V ~ ق)⟵ ~ ق.[1]

جـ/ بتعويض قاعدة التعويض أيضا على تعريف اللزوم 1.01 بوضع (~ ق) بدلا من (ك) فنحصل على: (ق ⟵ ك = ~ ق V ك) يصبح (ق⟵ ~ ق = ~ ق V ~ ق)

د/ إذا جمعنا بين الصيغتين (ب) و(جـ) نحصل على:

ق ⟵ ~ ق ≡ $\overline{\text{~ ق V ~ ق}}$

$\overline{\text{~ق V ~ ق}}$ ⟵ ~ ق

هـ/ بحذف الصيغ المتكررة بينهما نصل إلى: (ق ⟵ ~ ق)⟵ ~ق 2.01 وهو المطلوب.[2]

2)- المبرهنة ك ⟵ (ق⟵ ك): وتعني أن القضية عندما تستلزم قضية مركبة، تصبح فيها لازمة عن حد آخر والبرهنة الاستنباطية تكون كالتالي:

أ/ لدينا المصادرة 1.3 (ك ⟵ (ق V ك))

ب/ بوضع (~ ق) بدلا من (ق) في المصادرة 1.3 نحصل على: ك ⟵ (~ق V ك)

جـ/ بالجمع بين المتكافئات (أ)، ك ⟵(ق⟵ ك) و (ب): ك ⟵(~قV ك) نحصل على:

ك = ك ، (ق ⟵ ك) = (~ ق V ك)

د/ بتطبيق قاعدة التعريف: 1.02 ق ⟵ ك =تع ~ ق V ك نصل إلى:

---

[1]: محمد محمد قاسم ،نظريات المنطق الرمزى (بحث فى الحساب التحليلى و المصطلح)،دار المعرفة الجامعية،الاسكندرية،1996.ص166

[2] المرجع نفسه،ص167 .

ك ← (~~ ق ← ك) = ك ← (ق ←ك) 2.02 وهو المطلوب.

3)- المبرهنة (ق← ~ ك)← (ق ← ~ ق)، تنص هذه المبرهنة أنه إذا استلزمت قضية (ق) نقيض أخرى (ك) فإن القضية الثانية تستلزم نقيض الأولى والبرهنة عليها تكون كالتالي:

أ- بتعويض (~ ق) بدلا من (ق)، و (~ك) بدلا من (ك) في المصادرة:

1.4 (ق V ك) ← (ك V ق) نحصل على: (~ ق V ~ ك)← (~ ك V ~ ق)

ب/ وبتطبيق قاعدة التعريف 1.02 ق ← ك =تع ~ق V ك نصل إلى:

(~~ ق ← ~ك) ← (~~ ك←~ ق) = (ق← ~ ك)← (ك← ~ ق) 2.03

وهو المطلوب.[1]

4)- المبرهنة: (ك ← ل)←((ق ← ك) ←(ق ←ل)) تعرف هذه المبرهنة بمبدأ القياس والبرهنة عليها تكون كالتالي:

أ/ لدينا المصادرة 1.6 (ك ← ل)← ((ق V ك)← (ق ← ل))

ب/ بتعويض (~ ق) بـــ (ق) نحصل على: (ك ← ل) ←((~ ق V ك) ← (~ قV ل))

جـــ/ وبتطبيق قاعدة اللزوم 1.02 ق← ك =تع ~ ق V ك نصل إلى:

(ك ←ل)←(~~ق←ك)←(~~ق← ل) = (ك←ل)←((ق←ك)←(ق ←ل))

2.05 وهو المطلوب.

5)- المبرهنة (ق← ك) ← ((ك ←ل) ←(ق ←ل)) وتعبر هذه الصورة عن مبدأ القياس والبرهنة عليها تكون كالتالي:

أ/ لدينا: المصادرة 1.5 (قV (ك V ل))← ((ك V (قV ل))

ب/ بالتعويض: (~ ق) بدلا من (ق) و (~ ك) بدلا من (ك) نحصل على:

(~ق V(~ ك V ل)) ← ((~ ك V (~ق V ل))

جـــ/ وبتطبيق قاعدة التعريف 1.02 ق ← ك =تع ~ق V ك نصل إلى:

[1] محمد محمد قاسم،نظريات في المنطق الرمزي ،ص 166،167،168،169.

(~~ق ←(~~ك←ل)) ← ((~~ك ← (~~ ق ~~ ق←ل)) = (ق←(ك← ل))←(ك ← (ق ←ل))

د/ بالتعويض في ناتج الخطوة (جـ) بوضع: (ك←ل) / ق، و (ق← ك) / ك، و (ق ← ل) / (ل) نحصل على:

(ك←ل) ← ((ق← ك)←(ق← ل))←((ق ←ك) ←((ك←ل) ←(ق←ل)))

هـ/ لما كان الشق الأول من حالة اللزوم، هو نفسه المبرهنة 2.05، وعن طريق حذف هذه المبرهنة (-) نحصل على:

((ق←ك)← ((ك←ل)←(ق← ل))) 2.06 وهو المطلوب. [1]

- وهكذا تعتبر المبرهنات التي تحصلنا عليها سابقا نماذج من البراهين التي قدمها راسل وايتهد، وهذه العملية البرهانية يمكن أن تستمر إلى ما لا نهاية.

2-2-4)- نسق يان لوكازفتش – نسق CN:

- وضع لوكازفتش نسقه المنطقي سنة (1929) على أبجدية تختلف عن أبجدية نسق راسل وايتهد، لكن مع الاحتفاظ بالقواعد و المتغيرات ذاتها، ويرجع نسق لوكازفتش في الأصل إلى المنطقي الألماني جوتلوب فريجه وعرضه في كتابه – الإيدوغرافيا – وبناه على ست (6) مسلمات.

اختزلها لوكازفتش في ثلاث، [2] ويتألف البناء الأكسيوماتيكي ثلاثي القيم لدى لوكازفتش على أربعة (4) أجزاء أساسية هي:

1)- اعتمد لوكازفتش على رابطين متابعا في ذلك أسلوب فريجه في اعتبار رابط اللزوم والسلب حدين أوليين C, N

[1] محمد محمد قاسم ،نظريات في المنطق الرمزي ، ص171،172.

[2] فريد زيداني ،المدخل الى المنطق المعاصر (حسال القضايا غير المحللة)،دار البصائر،2012،ص،140.

2)- المسلمات: اعتمد على ثلاث مسلمات هي:

4.1 (ق← ك) ← ((ك ← ل)← (ق ← ل))

4.2 (~ ق← ق) ← ق

4.3 ق←(~ق←ك)

- تمثل المسلمة الأولى قانون القياس الشرطي، والمسلمة الثانية تقرأ كالآتي: إذا كان (إذا كان ليس (~ق)، كان ق)، فإن **ق**، ويسمى لوكازفتش هذه المسلمة بقانون كلافيوس، والمسلمة الثالثة: تقرأ كالآتي : إذا كان **ق**، فإنه إذا كان ليس (~ق)، فإن **ك** ، وينص هذا القانون على أنه إذا صدقت قضيتان متناقضتان مثل ق وليس (~ق)، يمكن أن نستنتج منها بواسطة هذا القانون صدق القضية **ك**.

3)- قاعدة الفصل (-)، والعتويض (/)

4)- التعريفات:

4.01 تعريف الفصل: (ق ∨ ك) = (~ ق ←ك)

4.02 تعريف الوصل: (ق ∧ ك) = ~(ق ← ~ ك) أو

4.03 (ق ∧ ك) = ~ (~ ق ∨ ~ ك) .[1]

- أما عملية البرهنة في نسق C N فهي كالتالي:

- المبرهنة الأولى:

من 1.4: ك/ (~ ق← ك) = ← 3.4 -5.01

5.01 [((~ ق← ك) ← ل) ← (ق ← ل)]

المبرهنة الثانية:

من 5.01: ك/ ق، ل/ق = ← 4.2- 5.02

5.02 [(ق ← ق)]

[1] يان لوكازفنتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، ص ص 109، 110.

- المبرهنة الثالثة:

من 5.02 × 4.01 = 5.03

5.03 (~ ق ∨ ق)

- المبرهنة الرابعة:

من 5.03، ق / ~ق ، ~ق/ ~~ق = 5.04

5.04 (ق ∨ ~ ق)

- المبرهنة الخامسة:

من 5.04 × 4.03= 5.05

5.05 ~(ق ∧ ~ ق).[1]

وهكذا تستمر عملية البرهنة المصورنة في نسق CN أيضا إلى ما لانهاية، ومن خلال عملية البرهنة والتحليل هذه نستطيع أن نستنتج ما يلي:

- المبرهنة 5.02 هي صورة لمبدأ الهوية (ق ⟵ ق) الذي صار قانون الهوية.
- المبرهنة 5.04 هي صورة مبدأ الثالث المرفوع (ق∨~ ق) الذي صار قانون الثالث المرفوع.
- المبرهنة 5.05 هي صورة لمبدأ عدم التناقض ~ (ق ∧~ ق) الذي صار قانون عدم التناقض، وبالتالي فإن ما كان يعتبر في المنطق التقليدي مبدأ أصبح في المنطق المعاصر قانون، وهذا من الناحية العلمية ،أما من الناحية الفلسفية فأصبح ما هو مطلق وما نسبي، هو كذلك فقط بالنسبة إلى مرجع معين.[2]

وفي الأخير يمكن القول إن الطريقة التي عرضت بها بديهيات الحساب القضوي، سواء في نسق AN أو نسق CN، وهذا النوع من الأسلوب المصورن يتجاوز بكثير نقائض وعيوب أسلوب البرهنة التقليدي وكل ما هو مرتبط باللغة الطبيعية،، وبهذا نستنتج أن المنطق المعاصر استطاع

[1] أحمد موساوي، مدخل حديد إلى المنطق المعاصر، ج 2، ص 151، 152،154.

[2] المرجع نفسه،ص،،155،156.

أن يعبر ويعرض لنسق بديهيات الحساب القضوي في صورة نسق حسابي مصورن، وهذا الأسلوب المتطور في عرض الحساب القضوي أو أي عمل منطقي في هذه الصورة النسقية الحسابية ترتب عنه ما يلي:

أن تطور المنطق في اتجاهين ليتخذ في النهاية صورة واحدة، لقد تطور نسق البديهيات إلى صورة حساب منطقي، وتطور المنطق إلى صورة نسق البديهيات، وبذلك اتخذ المنطق في النهاية صورة نسق حسابي مصورن على طريقة نسق البديهيات. [1]

وهكذا انطلاقا من التحليلات السابقة نستنتج أن الحساب القضوي يشكل أول وابسط أنواع الحسابات المنطقية المعاصرة ،ويهتم أساسا بتحديد حالات الصدق و الكذب قضية مركبة تابعة لصدق أو كذب القضيتين البسيطتين اللتين تتألف منهما ، وكان الغرض من هذا هو إقامة صيغ تحليلية أو قضايا تحصيل حاصل، وقد أوجدت عدت طرق للتحقيق منها واختبار صحتها: طريقة الجداول ، طريقة المختصرات، طريقة التحليل الشجيري ، وقد مر الحساب القضوي في تطوره بمرحلتين : مرحلة كلاسيكية و مرحلة لا كلاسيكية.

وبناءا على ما تقدم نلاحظ أن الطريقة التي اعتمد عرضها حساب القضايا الكلاسيكي تشترك من ناحية المبدأ مع المنطق الصوري التقليدي ، وهي أن كلاهما يمثل لمنطق ثنائي القيمة، ومع انه لا توجد إشارة صريحة لهذه الملاحظة ، ولكن القيمتين المذكورتين سابقا الصدق والكذب اللتين تبناهما المنطق الكلاسيكي في حسابه القضوي هما قيمتان مفروضتان ضمنا في قضايا المنطق الأرسطي ، فالقول: أن كل قضية إما صادقة ، وإما كاذبة ولا وسط بين صدق القضية وكذبها والمعبر عنها بقانون الثالث المرفوع (ق U ~ق) ،هو المبدأ المشترك الذي صدر عنه المنطقان، ومن ثم وجب القول أن الحساب الكلاسيكي في مبدئه هو حساب تقليدي وبعبارة أخرى نقول أن المنطق الكلاسيكي ما هو إلا منطق تقليدي عبر عنه في صورة رمزية رياضية تفوق

[1] احمد موساوى، مكانة المنطق فى الفلسفة التحليلية المعاصرة ،ص،167.

رمزية المنطق التقليدي ، ومن ثم نرى انه لم يحدث أي تجاوز بين المنطقين إلا من هذا الجانب الفني.

ولكن إذا كان الحساب القضوي في صورته الكلاسيكية قد افتتح الطريق لحل مشكلات معقدة تتطلب سلسلة من الاستدلالات ، وذلك بفضل طرقه وأساليبه التقويمية ذات طابع التحليلي الآلي التي حولته إلى حساب ، إلا أن هذا لا يعني إعفاء الإنسان من عملية التفكير فانطلاقا من التحليلات السابقة نلاحظ أن المشكلات التي ظهرت نتيجة الأبحاث حول الأنساق الاستنباطية ، قد فتحت المجال لبناء انساق منطقية تختلف عن الأنساق الكلاسيكية ثنائية القيمة وتبتعد بكيفيات مختلفة عنها ، ولهذا اصطلح على تسمية هذا النوع من الحسابات بالحسابات الاكلاسيكية . ويبدو أن هذا النمط من الحساب الجديد لم يتم عن طريق الحسابات الرياضية اقتداء بحساب ليبنتز وفريجه وبيانو، بل انطلاقا من محاولة إيجاد حلول لمشكلات المنطق التقليدي، أو بالتخلي ورفض بعض قوانينه وبديهياته.

فمثلا فكرة إنشاء انساق متعددة القيم في المنطق المعاصر لم تكن غريبة عن المنطق التقليدي ، و لم تظهر نتيجة لحسابات رياضية أو منطقية، بل ظهرت كنتيجة تحليل المشكلات الفلسفية التي أثارها أرسطو حول إمكانية حدوث القضايا المستقبلية، ويعتبر يان لوكازفيتش أول من تقدم بخطو أما هذا الموضوع ومن ثم افتتح مجال البحث في المنطق التقليدي لتحليل مشكلته وإنشاء حسابات موجهة ومخففة . وقد كان نتيجة هذا التطور وظهور انساق لا كلاسيكية أن أسقطت بعض بديهيات وقوانين المنطق التقليدي ، فما كان يعتبر مبدأ في المنطق التقليدي فقد أصبح في المنطق المعاصر قانون ، فالمبرهنة 5.02 من نسق CN هي صورة لمبدأ الهوية (ق←ق) الذي صار قانون الهوية... الخ. وهذا ما يؤكد لنا من الناحية الفلسفية أن ما هو مبدأ أو لا مبرهنة او بديهية هو كذلك فقد بالنسبة إلي نسق أو مرجع معين فقط .

1) نظرية حساب الأصناف(الأفكار أساسية) .

نظرية حساب الأصناف أو الفئات calculus of classes : هي ثاني نظريات الحساب المنطقي التي نعرضها في هذا الفصل، وتمتد جذور هذه النظرية كما أشرنا في الفصل السابق إلي القياس في المنطق التقليدي ، و الذي كان معناها متضمنا فيم أسماه هذا المنطق بالحدود terms ،إلا أن أول من حاول صياغتها كنظرية هو العالم والمنطقي جورج بوول george boole وقد عرضها في مؤلفيه الشهيرين: التحليل الرياضي للمنطق mathematicalanalysis of logitc ، وقوانين الفكر an investigation of the laws of though[1] ، [1] وبما أن محور النظرية حساب الأصناف(الفئات أو الفصول)*، يقوم حول فكرة الصنف اساسية، فانه يتوجب علينا قبل المضي في عرض الحساب التحليلي للأصناف. أن نقف أولا علي مفهوم الصنف و أنواعه.

2-1) مفهوم الصنف CLASS :

يعتبر مفهوم الصنف من بين المفاهيم المنطقية الشائعة في المنطق المعاصر،ونجد لاستعمالاته عدة تدخلات و تقاطعات قائمة بينه وبين بعض المجالات بمعاني مختلفة، فقد استخدم تصور الصنف في علم الحساب(رياضيات)،و عرف باسم المجموعة SETS**
وقد ساهم مساهمة فعالة في حل بعض المشكلات الرياضية كمشكلة الأسس. [2] أما من الناحية المنطقية: فيعتبر مفهوم الصنف من بين الأفكار الأساسية في المنطق ،ومن أصعب ما تعرضت له

* يستخدم برتراند راسل مصطلح الفصل للتعبير عن تصور الصنف (الفئة)في مؤلفه: أصول الرياضيات ج121،1.

** مصطلح المجموعة :هو من بين المصطلحات الرياضية التي تضمنتها نظرية المجموعات ،والتي تعتني بالتأليف بين الأعداد ،وتنطلق من حدود أولية لا معرفة هي :المجموعة ،العنصر ،ينتمي .محمد عابد الجابري ،مدخل إلى فلسفة العلوم ، ط6 ، مركز الدراسات ،الوحدة العربية ،بيروت ،2002،ص 95.

[1]-George Boole.mathematical analysis of logic P IV-V

[2]J.Eldon whitesitt .Boolen Algebra and its application.Library of congress cataloging in puplication data 1922 P2.

[3] برتراند راسل ،أصول الرياضيات ، ج1، ص ص،121 ،126 .

الفلسفة الرياضية، فموضوعه يحتاج إلي نوع من الدقة و العناية الكاملة و تحديده يكون إما عن طريق المفهوم ، أو عن طريق الماصدق، [3] و تعرف الفئة عموما ولتكن(س) على انها مجموع المواصفات أو الأشياء التي لها خاصية معينة .مثلا عندما نقول فئة "مواطن جزائري"، فمجموع الموضوعات هنا يكون جميع الأفراد الذين يعشون في الجزائر ،وهؤلاء الأفراد تجمعهم خاصية أو خصائص [1]. يتضح من هذا التعريف انه اعتمد علي تحديد قائمة الأفراد التي تندرج تحت الفئة. كما اعتمد علي ذكر مجموعة الخصائص المشتركة بين أفراد الفئة التي تميزها عن غيرها من الفئات.

وعليه فان تصور الفئة يستدعي لتحديده ، تحديد أولا خصائص الفئة و هو مايسمى في المنطق بالمفهوم intention، كما يستدعي ثانيا تحديد مجموعة الأفراد أو الاشياء التي يصدق عليهم تصور مفهوم الفئة ، وهو ما يسمي في المنطق الماصدق[2]Extention.

غير أن هذا التعريف للفئة تعريف شديد العمومية، حيث أشار في بدايته الى"مجموع" وأشار في نهايته الي "خاصية" والحق أنه نلتمس و نميز في هذا التعريف العام تعريفين للفئة. تعريف ماصدقي ، و تعريف مفهومي و بناءا علي هذا فان كان تحديد فكرة الصنف أو الفئة يرتد في مفهومه العام الي تعريف مفهومي و تعريف ماصدقي – فأي التعرفين أقرب للتحديد الدقيق لمفهوم الصنف (الفئة) في المنطق ؟

1.-1-1) التعريف الماصدقي للفئة:

تتحدد الفئة من الناحية الماصدقية:"بأنها الفئة التي تمثل جميع الحدود التي تحقق دالة قضية ما"،ويقصد من هذا التعريف أن بكل دالة قضية ما متغيرات ،و اذا وضعنا محلها قيما صادقة جاءت الدالة صادقة،أما إذا وضعنا محلها قيما غير ملائمة تصبح الدالة كاذبة ،فادا اعتبرنا Øس دالة قضية،واذ اقلنا:س انسان، وعوضنا عن المتغير (س) بقيم من نوع "عمر"،"زيد"،"علي"....

---

[1] - Langer. Susanne k. an introduction to symboliclogic .third revised edition . doverpuplication I N C . new yourk 1967 P 130
[2] -IBID . P 130

كانت الدالة صادقة ،أما اذا عوضنا بقيم أخرى مثل:"حصان"،"مكتب"،"عدد". تصبح الدالة والقضية الناتجة عنها كاذبتين و القيم(س) التي تجعل الدالة صادقة تكون بصفة عامة فصلا(صنفا) [1].

و في هذا يقول راسل :"الفلاسفة قد تعودوا اعتبار المفهوم أكثر أساسا ،في حين جرى العرف بأن الرياضة تبحث بوجه خاص في الماصدق" [2] .و علي هذا الأساس يمكن النظر إلي الصنف من الناحية الماصدقية علي أنه فكرة أولية مجردة. ولكن هناك صعوبات نشأت عن هذا التعريف الماصدقي للفئة منها: عجز التعريف الماصدقي للفئة عن تعريف الفئة اللامتناهية ، فلو أخذنا فئة الإنسان و هي الفئة لامتناهية ،فلا نستطيع حصر كل أفرادها علي الرغم من أن تعريف الفئات اللامتناهية يكون تعريفا ماصدقيا في حين تعريف الفئات المتناهية يكون تعريفا مفهوميا.[3]

1.-1-2)التعريف المفهومي للفئة :

يقوم التعريف المفهومي للفئة علي الخاصة أو الخواص التي يشترك فيها أفراد مجموعة ما، علي النحو الذي شرحناه سابقا – ومن المؤيدين لهذا التعريف نجد **بيانو،** يعلل موقفه هذا وفي المقابل رفضه ايضا للتعريف الماصدقي، بأن هذا الأخير يقوم علي حصر كل أفراد الفئة ، و في نفس الوقت يعجز عن تحديد أعضاء الفئة الامتناهية[4]. علي النحو الذي شرحناه فيما سبق .

ومع هذا يمكن القول من جهتنا أن عملية الفصل بين المفهوم و المصادق ، إنما يكمن تركيز النظر إلي أحدهما مؤقتا دون الأخر، فلو قلنا بفئة **الإنسان** وهي فئة لامتناهية فتارة يمكن أن نوجه تركيزنا إلي جانب الصفات الإنسانية الموجودة فى الأفراد المتصفين بصفة الإنسانية : زيد، عمر....الخ . وهنا يكون التركيز علي الماصدق ويسمى الانسان هنا صنفا أو فئة من

1– برتراند راسل . أصول الرياضيات . ج 1 ص 54

2–المرجع نفسه ، ص 121

3–Gosef maria bouchenski. A history of Jormallogic . PP 362 .363

4 -IBID . P 362

فئات الحيوان ، و تارة أخرى نركز علي فئة بكونها مجموعة مشتركون في صفات الانسانية ، وهنا يكون تركيزنا على الجانب المفهومي .

3-1-1.)التعريف الدالي للفئة:

تمكن **راسل** من تحديد وتقديم تعريف للفئة عن طريق دالة القضية ، و الواقع أن تعريف راسل للفئة تعريفا داليا علي النحو الذي عرضناه فيما سبق، قد تضمن التعريف الماصدقي و التعريف المفهومي في ان واحد ،و هذا ما يؤكده **بوشنسكي** في قوله :" علي الرغم من أن راسل يستخدم المفهوم لتعين معني الفئة ، لكنه في الأساس يستخدم تصور الدالة القضية ، و أن دالة القضية نفسها تحدد اما بالمفهوم او بالماصدق" [1] . فاذا كان لدينا: س بحيث أنه ينتمي الي الصنف ط ، أو عضو في ط

فنكتب : س ϵ ط، وتقرأ س ينتمي إلي ط ، و بالتالي فتعريف الصنف بواسطة الدوال القضوية يعطينا مايلي: س ϵ ط = تع ل(س)

-هذا التعريف للصنف بواسطة الدالة القضوية و هو ما يسمي بالتعريف المفهومي،أما التعريف الماصدقي له فهو يقوم بإحصاء كل الأعضاء المنتمين الي هذا الصنف المراد تحديده .فعلى سبيل المثال : التعريف المفهومي لصنف الأعداد الصحيحة الأصغر من عشرة .هو مجموعة كل الأعداد الأصغر من عشرة أما التعريف الماصدقي له . فهو ذكر جميع الأعداد الصحيحة الأصغر من عشرة و الممثلة في: {،0،1،2،3،4،5،6،7،8،9} [2].

وفعلا يحدد راسل في مؤلفه: برذكيبيا .الفئة من زاوية الدالة القضوية بأنها الفئة التي تتألف من كل الحدود التي تعوض في دالة قضية، بحيث تحدد كل دالة قضية فئة ما . [3] معنى هذا لكي نضع قيمة محل المتغير (س) في دالة قضية ما ، ومن الضروري أن تحمل هذه القيمة

[1] IBID . P.P 362 .363.

[2] -أحمد موساوي ، مدخل جديد إلي المنطق المعاصر ، .ص 14 .15 .

[3] WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC . P187

الخصائص المكونة لهذه الفئة المراد تحديدها ، وبذلك سيشترك كل من المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة.

2-1) أنــواع الفئـــات :

1-2-1.) الفئة الشـــاملة Universe class

يسمي جورج بوول الفئة الشاملة بعالم الاشياء المتصورة ، أي كل الأشياء أو الموجودات التي ندركها في العالم من أي نوع كانت علي أنه من المقولة الكلية المحددة التي تشمل علي الجميع الأشياء موضوع الحديث ، و كل جهاز الرمزي لبوول يرمز لها بالواحد الصحيح (1). [1] معنى هذا أن الفئة الكلية هي الفئة التي تحتوى على مجموعة من أفراد يشتركون في خصائص معينة ، و كل فرد يحمل هذه الخصائص يكون عضوا في هذه الفئة . وفي هذا نجد رودولف كارناب يقول :"الكلي هو عبارة عن مجموعة من الأفراد يشتركون في خواص معينة ، وأن كل عضو من هذه الأعضاء لابد أن يحتوي علي تلك الخواص"[2]. وبجانب أن الفئة الشاملة تحتوي على مجموعة من الأعضاء ، فإنها تحتوى أيضا على مجموعة من الفئات ، فكل مجموعة أفراد تندرج تحت الفئة الشاملة و تحتوي خصائص معينة تحتويها مجموعة أفراد أخرى تمثل فئة، وهذه الفئة تكون بدورها مندرجة تحت فئة الشاملة الكلية .فاذا تحدثنا مثلا: عن الفئة الشاملة "أ" . و لتكن فئة الألوان. معنى هذا ان اى شئ له لون فهو يندرج تحت فئة الألوان "أ" .فللالوان أنواع : اللون الأبيض ، اللون الأحمر اللون الأصفر ...الخ ، و كل لون من هذه الألوان يمثل فئة . ولتكن "ب" . و فلو قلنا "فئة الأشياء البيضاء " فتكون فئة الأشياء ذات اللون الأبيض تحت اسم واحد هو الفئة الشاملة .[3]

---

[1]-George Boole. An investigation the Laws of thought on wich are jounded the mathematical theoris of logic and probabilities .walton and maberly .upper gower-steet. And IVY –Lane .paternoster – row. Cambridge macmillan and co . London .1854 .P.P 44.45

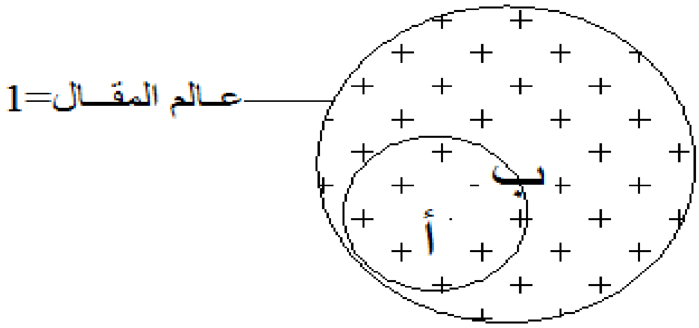
[2]- Rudoldcanan .introduction to symbelic logic and its aonlication . p 107

[3] - Langer. Susanne k. an introduction to symboliclogic . P118

وبناءا علي هذا اذا كانت الفئة الشاملة تحتوي على أفراد و فئات فان الفئات التي تحتويها الفئة الشاملة تسمى "فئات فرعية sub classe" فكل فئة متضمنة included في الفئة الشاملة تسمى فئة فرعية، و أي عضو و ليكن **س** بالنسبة للفئات الفرعية يكون أيضا عضوا للفئة الشاملة . ومايقابل هذا النوع من الفئات الفرعية يكون أيضا عضوا للفئة الشاملة .

و ما يقابل هذا النوع من الفئات في منطق القضايا التعبير الرمزي التالي :

-(س) : (س∋أ) (س) ∋ (ب)



و يرى جورج بوول G .BOOLE : أن الفئة الشاملة إذا كانت فئة كل شيء ، فليس معنى ذلك أنها تحتوى كل شيء في نطاق الفئة التي نتحدث عنها .أي عالم المقال Universe of discoure [1]، وهو تعبير أدق من وضع **دي مورجان** **أوقست**Morgan augustus (1871-1806) وضعه لتصحيح تعبير بوول عن فكرة الصنف الكلي الشامل ،ذلك أن تعبير هذا الأخير يوهم أننا نتحدث عن صنف يضم كل الأشياء في الكون [1] ،وبناءا على هذا فان عالم المقال الذي كنا بصدد الحديث عنه في المثال السابق هو "عالم الألوان"

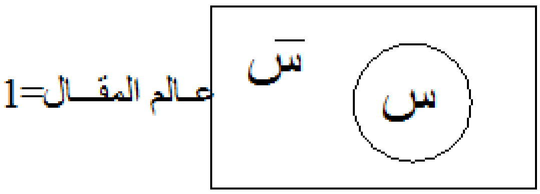
[1] George boole. An investigation The laws of thought .p44.

2-د-محمود فهمي زيدان .المنطق الرمزي نشأته و تطوره ، ص 81

1-2-2) الفئة المكملة (المتممة) The complet class

إذا كانت الفئات التي تندرج تحت الفئة الشاملة ، ما يميزها أنها جميعا تشترك في خصائص معينة .لا يعني هذا أنها لا تختلف عن بعضها البعض في خصائص أخرى وهذه الخصائص المختلف فيها تكون في نفس الوقت نفيا أو سلبا للفئة المراد تحديدها ، وبالتالي لتحديد الفئة ما يجب أيضا تحديد الفئة المتممة أي النافية لها عن طريق تعين الخصائص المختلف فيها التي تحتويها أعضاء الفئة الشاملة ويعبر جورج بوول بدوره عن الفئة المتممة بقوله :"لكي نعبر عن الفئة التي ليست س .، أي الفئة التي تحتوي على أفراد ، كل واحد منها ليس س فإننا نقول بأن الفئة لا س يكونان عالم المقال كله ". وإذا كان بوول يرمز للصنف الشامل بالرمز(1) الواحد الصحيح .فان الرّمز الصنف المكمل له أي المكمل للصنف س هو الرمز (1- س) أو س [1] .

ويمكن أن نوضح العلاقة بين الصنف و الصنف المكمل له بالرسم التالي:



واضح من الرسم أن الفئة **سَ** الفئة المكملة للفئة س من حيث أنها تحتوي علي شيء في عالم المقال لا يكون هو س [2].

1-2-3) الفئة الفارغة أو الصفرية Nullclass :

ويسمى بوول هذا الصنف بالصنف الفارغ أو اللاشيءclass no thing ويرمز لها بالرمز(0) ، وهي الفئة التي لا تحتوي علي أي عنصر في الواقع ، أي لا وجود ما يماثلها في

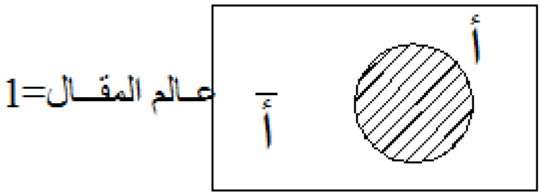
[1]- George Boole.<u>Themathematical analysis of logic</u>.**P49**

[2]-عزمي إسلام، <u>أسس المنطق الرمزي المعاصر</u> ، ط2 ، ص 30

الواقع ، مثال ذلك : المستطيل المربع، الحصان المجنح ..الخ.[1] وهو الفصل الداخل في كل فصل، وهو حاصل ضرب أي فصل في سلبه.[2] وإذا كانت الفئة فارغة هي فئة اللاشيء، فان هذا التعبير له ما يقابله في منطق القضايا فالفئة الصفرية تقابل تصور القضية الكاذبة في منطق القضايا . مادام أن القضية الكاذبة هي ذلك القول الذي ليس له معنى صادق ، فمثلا :

~ق ≡0 الفئة الصفرية.[3]

-ويمكن أن نعبر عن كون فئة ما و لتكن "أ" بأنها فئة فارغة أو صفرية بالشكل الأتي: أ=صفر



فتظيل الفئة هنا دليل علي أن الفئة فارغة أو صفرية.[4]

1-2-4) الفئة ذات العضو الواحد: The unit class

غالبا ما يكون تصور الفئة ذات العضو الواحد ، تصورا نوعا ما صعب ،و هذا نظرا لاشتغال أحاديثنا عن الفئات التي تتكون من مجموعة الأعضاء أو أفراد ، و الواقع أن هناك فئات تتكون من عضو واحد فقط ، فان عدد الأعضاء التي تتضمنها هده الفئة هو عضو واحد .[5]

1-2-5) الفئة الوجودية Exist class

يقال عن الفئة أنها وجودية إذا كان هناك عضو واحد على الأقل ينتمي إلى تلك الفئة ، ويرمز إلي الفئة الوجودية ولتكن " أ " بالصيغة A∃ ! .[6]

---

[1]- George Boole. An investigation the Laws of thought.. P 47

[2]-برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ج1 ، ص.ص.73.72.

[3]-Cohen M .and Nagel E .An introduction to logic .second edition edited and introduced **by** corcoran .and conbony .new York . 1964 P 126.

[4]-عزمي إسلام ، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 32

[5] Langer. Susanne k. an introduction to symbolic logic P-. 119

[6]- withed and russel. prinapia mathematic . p 29

6-2-1) الفئة المشتركة :The Common class:

يرى جورج بوول أن العضو الواحد ممكن أن يكون فيه أكثر من فئة ، طالما أنه يتصف بمجموعة من الخصائص مشتركة بينه وبين أفراد الفئة الآخرين و في هذه الحالة، إذا وجدنا فئتين ذات أعضاء مشتركة وبينهما خصائص مشتركة فهما في مجموعهما يكونان فئة مشتركة ويرمز لها بوول بالرمز "أب" أو "ب أ" بحيث : أب = ب أ. [1]

2-1) تعريف حســـاب الأصناف

يعد الحساب التحليلي للفئات أحد موضوعات الحساب المنطقي ، وإذا كان حساب الأصناف (الفئات) أسبق تاريخا عن غيره من أنواع الحساب المنطقي ، إلا أن أغلب الأبحاث المنطقية التي تعرض للحساب المنطقي ، تجعل من الحساب التحليلي للقضايا بداية لعرضها علي أساس ما نقوله عن فئة ما ، أو عن علاقة بين فئتين ما هو إلا إثبات لقضية ما [2]. و ترتبط نظرية حساب الأصناف بين جانبين أساسيين هما : الجانب الرياضي و الجانب المنطقي ، الجانب الرياضي يرتبط أولا بتعريف العدد تعريفا منطقيا و ذلك برده إلي تصورات الصنف والعلاقة و ثانيا يرتبط بما يسمى بالمفارقات Les paradoxes أو التناقضات التي اكتشفها راسل، و التي كشف عنها أيضا تعريف الأعداد اللامتناهية و الصنف الذي هو عضو في ذاته : أما ثالثا فترتبط كما سماه راسل بنظرية الأنماط المنطقية* Theory of logicol types وهي تعتبر حل لتلك المفارقات [3] . ولكننا هنا لن نتعرض لهذا الجانب الرياضي من هذه النظرية، وإنما سنكتفي بعرض جانب المنطقي منها و ذلك لأهميته و ارتباطه المباشر بالموضوع .

أما من الناحية المنطقية فيقوم حساب الأصناف علي أساس توزيع الأشياء التي يتكون منها العالم إلي أصناف(فئات)،أو إلي مجموعات على أساس أنها تمتاز بخصائص معينة ، وهذه

---

[1]- George Boole. An investigation the Laws of thought P 29

[5]عزمي إسلام ، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص33،34.

* نظرية الأنماط المنطقية : هي مجموعة القواعد التي تقسم الموضوعات المنطقية إلى عدد من الفئات تسمى أنماطا.

[3]–محمود فهمي زيدان ، المنطق الرمزي نشأته و تطوره، ص 253

الفئات تتكون في مجموعها كل ما يتكون منه العالم ، فإذا كنا نتكلم عن فئة ولتكن أ و هي فئة مكونة للعالم ،فان ما لا ينتمي لسياق الحديث عن فئة أ هو لا أ **و رمزه** أ .[1] وهو ما عبر عنه **بوول** بالصنف الكلي الشامل ، والصنف المكمل له ، على هذا النحو الذي عرضناه فيما سبق ، وبناءا على ذلك فان كل من الصنف و الصنف المكمل له يستوعبان عالم المقال.[2]

والواقع أن الحساب التحليلي للفئات ،إنما يقوم أصلا علي معرفة أنواع العلاقات القائمة بين الفئات وهي علاقات منطقية حيث تتخذ حيالها عدة إجراءات OPERATION هي أشبه ما تكون بالعمليات التي يجريها الرياضيون في الحساب و الجبر كالضرب و الجمع و الطرح و المساواة ، فالضرب يقابل فكرة الوصل المنطقي و الجمع يقابل فكرة الفصل المنطقي و المساواة تقابل فكرة التكافؤ المنطقي .[3] وهذا بغرض التوصل إلي معرفة القوانين التي تحكم استنتاج النتائج التي تلزم عن اتخاذ تلك الإجراءات ، وعندئذ يمكن حسب جورج بوول أن ندرك عدة تماثلات بين القوانين الجبرية و بين القوانين المنطقية والتي تحكم في جملتها معظم التراكيب تصوراتنا ، فيقوم الجبر علي مجموعة من الخصائص هي :

1- خاصية التبادل في الجمع أ + ب = ب + أ ، $x + y = y + x$

2- خاصية التبادل في الضرب أ × ب = ب × أ $x \times y = y \times x$

هاتان الخاصيتان تعبران عن خاصية التبادل والتي تقرر أن تبادل مواضيع الجمع أو الضرب لا يغير شيئا في النتيجة .

3- خاصية التوزيع و الاشتراك ج (أ +ب) =ج أ + ج ب ، $z(x+y) = z\,x + z\,y$

[1]- George Boole. An investigation the Laws of thought P121

[2]- IBID P 47 .

[3]- Chohen. M .and Nagel. E .An introduction to logic . P 126

ومضمون هذه الخاصية أن اختلاف الاشتراك بين حدود المجموعة لا يغير شيئا من النتيجة ، كما أن ضرب سلسلة من حاصل المجاميع يساوي حاصل جمع سلسلة من حاصل الضرب ، وهذه هي الخصائص العامة التي تميز الحساب أو الجبر المألوف عن غيره من أنواع الحساب.[1]

هذا ويمكن أن نعرض لهذا التماثل بين القوانين الجبرية، و بين قوانين الحساب المنطقي بلغة صنفية ، ففي جبر بوول مثلا إذا تألف رمزان أو أكثر مثل : أ ب أو أ ب ج ... فان هذا التركيب يدل علي صنف أو فئة مركبة تتضمن في ان واحد أفراد أ **و** أفراد **ب** في الصيغة الأولى ، أو أفراد أ و أفراد **ب** و أفراد **ج** في الصيغة الثانية، وهنا يضع بوول مثاله الشهير : إذا كان أ يعني خرفان ، فان **ب** تعني الأبيض و المركب بينهما هو **خرفان البيضاء** و صورتها **أب** ، و ترتيب الرموز في هذه الصيغة لا يغير شيئا من نتيجتها فيمكن أن نقول البيضاء خرفان و صورتها **ب** أ ، ومن ثم فان الرموز المنطقية تشترك مع الرموز الجبرية في أن كلاهما يتمتعان بخاصية التبادل ومنه نكتب: أ ب = ب أ ، وينطبق الأمر ذاته بالنسبة للخصائص الأخرى الباقية. ونستطيع أن نقيم التبادل بينهما كالأتي :[2]

-الخرفان و الأبيض = الأبيض و الخرفان ، أ + ب = ب + أ

-الاروبييون رجال بدون نساء = الرجال الاروبيون والنساء الاوروبيات .

وتكتب : ج (أ – ب) = ج أ – ج ب

–الأفلاك هي الشموس و الكواكب = الأفلاك ماعدا الكواكب عي الشموس و تكتب :

(أ= ب + ج) =(أ – ج = ب) .[3]

غير أن هناك نقطة فيما يذكر بوول يختل فيها التماثل بين القانون الجبري و بين القانون المنطقي، فالقانون الجبري الخصوصي :$X^2 = X$ ،[4] الذي يسميه بوول بقا نون الثنائية

---

[1] Georg Boole . An investigation the Laws of thoug on wich are founde the mathematical theoris of logic and probabilities .P PP. 31 33

[2] Ibid.p33

[3]– IBID .P 34,

[4] -IBID . P 37

LAW OF DUALITY لا يؤدي إلي نفس النتيجة في الحساب المنطقي ، ففي الحساب العادي يحل هذا القانون من الشكل الآتي:

$$X^2 = X$$

$$X^2 - X = 0 \quad \text{و} \quad = X(X-1) = 0$$

$$\text{أو} \quad = \begin{cases} X = 0 \\ (X - 1) = 0 \end{cases} \quad .\ ^3$$

و في قولنا في حساب الفئات طبقا لهذا القانون: $أ^2$= أ علي سبيل المثال :الجزائريون و الجزائريون ، فان هذا القانون في المنطق لا يزيد شيئا في النتيجة عن فئة واحدة ، وفي لغة حساب الفئات هذا القانون يتقبل قيمتين هما : الصفر و الواحد حيث أن : $0^2 = 0$ و $1^2 = 1$ معنى هذا مهما تكرر الرمز في المنطق ، أي مهما ضرب في نفسه. فلا يغير شيئا في نتيجته .[1]

وهكذا انطلاقا من التمثيلات السابقة يرى جورج بوول أنه يمكن دمج المنطق من نوع خاص من الجبر لا تكون فيه الرموز العددية المألوفة جديرة بقبول قيم أخر غير قيم (0) و الواحد (1). ولهذا نجده يقول: "لنتصور جبرا تتقبل فيه الرموز X. Y اى أ.ب قيم الصفر و الواحد فقط .عندئذ ستكون القوانين والمسلمات و العمليات في الجبر كهذا متماثلة بكل مداها مع القوانين و المسامات و عمليات الجبر المنطقي ".[2] معني هذا أن محاولة إيجاد تفسير منطقي مقبول لقيم الصفر و الواحد ، علي غرار التفسير الذي قدمه جورج بوول يتيح فعلا إمكانية النظر الي هذا الجبر البووليBoolean كجبر منطقي .

---

[1]- IBID . P 37

[2] -IBID . p p 37 .38

3-1) لغة حساب الأصناف:

تستخدم نظرية حساب الأصناف مجموعة من الرموز من ثوابت ومتغيرات ،بعضها يخصها وحدها، و البعض الأخر يعود لنظرية حساب القضايا . ونعرض للغة حساب الأصناف فيما يلي :

– للقيام بتعامل الجبري مع الفكر يقترح جورج بوول و غيره من المناطقة الباحثين في موضوع حساب الأصناف منهم راسل ، بالانطلاق من استدلال جبري يعمل علي الإشارات، بعضها مقتبس من أشكال اللغة العددية وبعضها الأخر مترجم إلي إشارات مماثلة للإشارات الجبرية ، وبذلك يكون الجهاز الرمزي لنظرية الأصناف مهيأ للقيام بالحساب ، في هذا يقول بوول : "كل عمليات اللغة المنظور إليها كأداة استدلال عقلي، يمكن إجرائها بواسطة منظومة إشارات مركبة من عناصر". [1]

1-3) رموز المتغيرات :

رموز متغيرات أعضاء الفئة : يرمز بوول للأعضاء بحروف z.y.x والتي تمثل أشياء تكون موضوعا لتصوراتنا و في اللغة العربية يمكن الإشارة لها بالحروف المتصلة:ســـ ،عـــ ، صـــ ، ســـ$_1$،عـــ$_2$، صـــ$_3$ ....الخ .

2-1-3) رموز متغيرات الأصناف:

يمكن الإشارة لها بالحروف المنفصلة المكتوبة بالحجم الغليظ مثل : **ع ،م،ل...الخ ع $_1$، م$_2$ ، ل$_3$ ، عً ، مً ،لً...**

3-1-3)رموز الدوال :

تستخدم نفس رموز متغيرات الأصناف لكن بحروف عادية مثل: ع ،م،ل ،ع $_1$،م$_2$،ل$_3$ ، عً،مً،لً ... علي أساس أن كل رمز منها يمثل دالة أو خاصية معينة.[3]

---

[1]- IBID. p 27

3- أحمد موساوي ، مدخل الجديد الي المنطق المعاصر ، ج 2، ص ص 24 ،24 .

3-1-4) رموز الأعضاء :

- **عضوية الفرد في الفئة :** يستخدم في الاشارة اليها الحرف الخامس من حروف الهجاء اليوناني ϵ ، وتعني الرابطة is فإذا أردنا التعبير عن انتماء العضو(س او X) الى الفئة(ا اى A) فاننا نكتب الصيغة: (ســـ ϵأ) أي(XϵA) ويقرأ :ســـ عضو في أ .A ، أما نفي القضية السابقة فنرمز له بالرمز ϵ و تكتب من الصياغة التالية : (ســـ ϵأ) أو (ســـ ϵ − أ).[1]

– **الفئة الشاملة :** هي الفئة التي تسمح لكل الفئات التي تندرج تحتها وكان الجهاز الرمزي لبوول يرمز لها بالرمز (U) أو الواحد الصحيح،[2] في حين يرمز لها أصحاب البرنكيبيا راسل ويكتب بالرمز(V) .[3]

–الفئة الفارغة :

وهي الفئة ليس لأفرادها وجود ويرمز لها بالزمز: Ø أو ∧ .[4]

–احتواء فئة في فئة :

يقابل هذا الصنف فكرة التضمن في حساب القضايا و يستخدم نفس الرمز ⟵ ،ومن ثم فان الصيغة : أ ⟵ ب = ســـ ∈ أ ⟵ ســـ ∈ ب ، وتعني أن الصنف أ محتوي في الصنف ب يكافئ القول أن أعضاء الصنف أ متضمنون في أعضاء الصنف ب .[3]

– **وجود الفئة :** ويرمز لها بالصيغة : (جـــ ! (∂! ∃) ، فحين نقول عن صنف ما أنه موجود نعني أنه يوجد مثال واحد علي الأقل يكون عضو في ذالك الصنف و يعبر عنه : جـــ !أ = جـــ (ســـ ∈أ) ، ∂X∈ (∃X) = (∂ !∃).[4]

3-2) رموز الثوابت :

1- withed and russel. prinapia mathematic . p 25.

2- GEORGE boole ,An investigation the laws of thought of logic ,p47.

3-withed and russel. prinapia mathematica ,216.

4 IBID .P216

هناك مجموعة من العمليات المنطقية التي تستخدم في نظريتي حساب القضايا و حساب الفئات ، وتؤدي رموز هذه العمليات نفس الدور في النظريتين أما اختلاف بينهما فهو اختلاف من ناحية الرمزية فقط. [1]

3-2-1)رمزالضروب المنطقي :

يقابل الضرب المنطقي بين أصناف الفكرة الربط في حساب القضايا و يستخدمان نفس الرمز (.).(X) ،و يعني أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفا واحدا جديدا يضم الأعضاء التي تنتمي الى الصنفين معا .

أ.ب أو أ X ب ، [2] كما ير مز له بالرمز $\cap$.

3-2-2)رمز الجمع المنطقي :

يقابل الجمع المنطقي بين الأصناف فكرة الفصل في حساب القضايا فنكتب : أ+ب أو ق$\vee$ ك ، و يقصد به صنف الأفراد الذين ينتمون الى الصنف أ أو الصنف **ب** أو كليهما معا .[2] كما يرمز له بـــ $\cup$.

3-2-3)الطرح المنطقي :

و كان الجهاز الرمزي لبول ويرمز له بـــ (-)أي أ- ب ،و يدل على الطرح بين الصنفين . واستعمله بول للإشارة إلى الفئة المتممة بالرمز أ` وتقرأ لا أ. [3].

3-2-4)القسمة المنطقية :

يرى بوول أننا نستطيع أن ننتقل من الضرب الي القسمة المنطقية كما يلي : لدينا الصيغة : ب = و $\times$ ي. وننتقل الي الصيغة : ي = ب / و . والمقصود أن الصيغة ي تدل علي الصنف **ب** باستبعاد الصنف **و** فمثلا : صنف الناس = صنف الحيوان $\times$ في صنف الكائنات المفكرة ويمكننا القول أن:

---

[1]-. IBID .P27 .

[2]- IBID P. 126.

[3] george boole ,An investigation of the law of thought,p27.

صنع الحيوان = $\frac{\text{صنف الناس}}{\text{صنف الكائنات المفكرة}}$.[1]

3-2-5)**رمز المساواة** : رمزها علامة مساواة (=) وتقابل فكرة التكافؤ في حساب القضايا مثال (أ = ب) ، تعني أن للصنفين نفس الاعضاء . فاذا كان كل أعضاء الصنف أ أعضاء في الصنف ب،وكل أعضاء الصنف ب أعضاء في الصنف أ و، فان الصيغة: ســـ ∋ أ ≡ ســـ ∋ ب .[2]

1-4) قوانين حساب الأصناف : principle of the classes

يقوم الحساب التحليلي للفئات أو الأصناف علي مجموعة من المبادئ و القوانين الابتدائية التي تحدد طبيعة العمليات الحسابية علي الفئات ، و كذا أهم العلاقات القائمة بينها[3]،هذه القوانين الصورية هي بعينها للفئات و القضايا فأغلب قوانين الحساب التحليلي للفئات يمكن استنباطها و بسهولة من قضايا الحساب التحليلي للقضايا ومن أهم هذه القوانين نذكر ما يلي :

1-1) قانون الهوية : law of identity

و يمكن التعبير عنه بالصيغة :أ ⟵أ أو أ = أ ، وبمعني أن أي فئة تكون مشتملة علي ذاتها و تكون في الوقت نفسه متضمن في ذاتها.[4]

1-4-2)قانون التناقض: law of contradiction

و يعبر عنه فيما يلي : أ. $\bar{أ}$ = 0 . بمعني لا يوجد عضوا واحدا مشترك بين الفئتين أ و أَ.

1-4-3)فانون الثالث المرفوع law of excleuded middle

ويعبر عنه كما يلي: أ + أ =1 .بمعني أن اي فرد أو عضو نختاره من عالم المقال سوف يكون منتميا إما الي الفئة أ أو إلي الفئة أ .[5]

---

[1] محمود فهمى زيدان ،المنطق الرمزى نشاته و تطوره،ص 84

[2] - george boole ,An investigation of the law of thought,p27.

[3] – برتراند راسل ،أصول الرياضيات ، ج1، ص ص 56 59.

[4] Chohen M . and Nagel E .An introduction to logic, p 123.

[5] -IBID . P 123.

1-4-4) قانون الفني المزدوج law of double negation

ويعبر عنه كما يلي : أ ← أ ويعني أن أية فئة تكون في الهوية أو متطابقة مع الفئة المكملة لها هي أ . و كانت الفئة المكملة للفئة أ هي الفئة أ .[1]

1-4-5) قانون تحصيل الحاصل LaW OF TAUTOLOGY

و يمكن أن نعبر عنه بصفتين :

أ) أ × أ = أ

ب) أ +أ = أ.[2]

1–4–6) قانون التبادل :Law of commutation

أ) في حالة الضرب المنطقي : أ× ب = ب× أ

ب) في حالة الجمع المنطقي : أ + ب= ب+ أ.[3]

ومعني ذلك أن تبادل ترتيب مواضع الفئات في حالة الضرب أو الجمع لا يؤثر على حاصل كلتا الحالتين.

1-4-7) قانون الترابط LaW of association : ويمكن التعبير عنه كما يلي :

أ) في حالة الضرب : أ(ب × ج) = ب(أ × ج) = ج(أ × ب)

ب) في حالة الجمع : أ(ب + ج) = ب(أ + ج) = ج(أ + ب)

معني هذا أن حاصل الضرب المنطقي للفئة أ × الفئة (ب × ج) ، يكون هو حاصل ضرب الفئة ج × الفئة(أ × ج)، ويكون هو حاصل ضرب الفئة ج × الفئة(أ × ب) و كذا الامر بالنسبة في حالة الجمع المنطقي فحاصل الترابط الجمع المنطقي يكون هو هو.[4]

---

[1]-IBID . P 123.

[2]– IBID . P 124

[3]- IBID . P 123

[4]- IBID . P 124

1-4-8)قانون الاستغراق :Low of distribution ويمكن التعبير عنه كما يلي:

أ) أ ×(ب+جــ) = أب + أج ــ مفاده أن حاصل الضرب أشمل من حاصل الجمع .

ب) أ +(ب× جــ) = (أ + ب)(أ + جــ) مفاده أن حاصل الجمع أشمل من حاصل الضرب ، ويصلح القانون الأول للتعبير و التطبيق في حالة المنطق و الرياضيات (خاصة علم الحساب) ، أما القانون الثاني فهو صالح لحساب الفئات في المنطق و لا يصلح للتطبيق في الرياضيات [1].

1-4-9)قانون الاستنفاد Law of absorbtion ويكون التعبير عنه كما يلي :

أ) أ + أ ×ب = أ

ب) أ (أ+ب) = أ

معني هذا أنه في سياق حديثنا من مكونات فئة ما بطرق مختلفة فان هذا لا يزيد عن قولنا بهذا الفئة . [2]

1-4-10) قانون التبسيط Law of simplification و يعبر عنه كما يلي :

أ) أ ب ⟵ أ

ب) أ⟵ أ + ب. [3]

1-4-11) قانون التركيب Law of compositio و يعبر عنه كما يلي :

أ) [(أ ⟵ب).(جــ ⟵د)] ⟵(أجــ ⟵ب + د)

ب) [(أ ⟵ب).(جــ ⟵د)] ⟵[(أ+جــ) ⟵(ب+ د)]

[1]- IBID . P 124
[2] - IBID . P 124
[3] - IBID . P 124

معنى هذا لو كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب ، و كانت الفئة جـــ متضمنة في د . فان هذا يلزم عنه أن تكون الفئة أجـــ متضمنة في الفئة ب د .و في الحالة الثانية :لو كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب ، وكانت الفئة جـــ متضمنة في الفئة د . فان هذا يلزم عنه أن تكون الفئة (أ+ جـــ) متضمنة في الفئة (ب + د)[1].

12-4-1) **قانون القياس Law of sylogism** : ويمكن التعبير عنه كالأتي:

[(أ ← ب).(ب ← جـــ)] ← (أ ← جـــ) ، معني هذا أن القول بأن الفئة أ متضمنة في الفئة **ب**، وأن الفئة **ب** متضمنة في الفئة **جـــ** ، فان هذا يستلزم عنه أن الفئة أ متضمنة في الفئة **جـــ** .[2]

13-4-1) **قانون دي موغان Law of dimorgane** :

أ) $\overline{(أ \times ب)} = \bar{أ} + \bar{ب}$

ب) $\overline{(أ + ب)} = \bar{أ} \times \bar{ب}$

معني هذا أن الفئة المكملة لحاصل ضرب فئتين ،تكون هذه الفئة ناتجة عن حاصل جمع الفئتين الأصليتين أو العكس أي أن الفئة المكملة لحاصل جمع الفئتين تكون هذه الفئة ناتجة عن حاصل ضرب الفئتين المكملتين للفئتين الأصليتين.[3]

– وهذا يمكن أن نلخص الثوابت و الرموز التي يقوم عليها حساب الأصناف و ترجمتها إلي حساب القضايا فيما يلي :[4]

[1]- IBID . P 124
[2] - IBID . P 124
[3] - IBID . P 125
[4] --Cohen M . and Nagel E .An introduction to logic ,P 126

رموز و ثوابت حساب الأصناف	رموز و ثوابت حساب القضايا
- الواحد الصحيح(1) أو الصنف الكلي فئة كل الأفراد . - الصنف الفارغ أو الصنف الصفري(0) فئة اللاأعضاء أو اللاشيء. - الصنف المكمل أو السالب : أ هو أ . - الصنف المنطقي بين الصنفين أ + ب -الضرب المنطقي بين صنفين: أ×ب أو أ.ب. - تضمن صنف في صنف : أ ⟵ب أو أ > ب	- يقابل القضايا الصادقة ق. - يقابل القضية الكاذبة ق وهو~ق. - يقابل نقيض القضية ق وهو ق . - يقابل الفصل المنطقي بين القضيتين ق ٨ ك - يقابل الوصل المنطقي بين القضيتين ق . ك - يقابل المساواة و التكافؤ بين القضيتين ق ⟵ك أو ق = ك

- و هكذا نستنتج أنه يرجع الفصل الأول إلى بوول في إدخال القوانين و الرموز الجبرية في المنطق. وصياغتها صياغة صحيحة معلنا عنها في نظرية حساب الأصناف ، وقد كان لها ما يمثلها في نظرية حساب القضايا ،وان كانت التماثلات بين القوانين الجبرية وبين القوانين المنطقية لا تتشابه وتتطابق بكل الأحوال.

2) العمليات الحسابية المنطقية على الأصناف:

إذا كانت مبادئ وقوانين نظرية حساب الأصناف مستنبطة بالأسس من قوانين ومبادئ نظرية حساب القضايا ، فهل يمكن أيضا ان يمتد هذا الاستنباط نفسه إلى تطبيق أنواع الإجراءات والعمليات opération الممارسة على النظريتين؟ وبتعبير أخر نقول : هل العمليات الحسابية المنطقية على الأصناف لها ما يماثلها في حساب القضايا ؟

إن الحساب التحليلي للفئات أو الأصناف – على النحو الذي لاحظناه سابقا- يقوم على معرفة العلاقات القائمة بين الفئات حين تتخذ حيالها عدة إجراءات شبيهة بالعمليات الرياضية ، ذلك انه جين نوضح علاقة أي صنف بالأخر فيمكن أن نحصل عدة علاقات هي ما تمثل العمليات المنطقية على الفئات ، والحق انه يمكن إجراء نفس العمليات المنطقية لحساب القضايا على حساب الأصناف، ورغم أن لكل منها ثوابته المنطقية التي تشير إلى تلك العمليات ، إلا أن لكل ثابت نفس الدلالة المنطقية في النظريتين، أما الاختلاف الحاصل بينهما من هذه الجهة فيمكن القول انه اختلاف فى الإشارة الرمزية . [1]

ومن أهم العمليات الحسابية المنطقية على الفئات نذكر ما يلي:

1-2) الضرب المنطقي : logical Product

ينظر جورج بول G Booleإلى عملية الضرب المنطقي على أنها عملية فرز الأعضاء التي تكون فى الفئة (أ) وتكون في الفئة (ب) في نفس الوقت ،أي الأعضاء التي تحمل نفس خصائص الفئة (أ) و الفئة (ب) ، وحصر هذه الأعضاء يعمل على إنتاج فئة جديدة تسمى ناتج عملية الضرب المنطقي ، وتستخدم علامة الضرب (×) للدلالة على أن الصنفين المضروبين يؤلفان صنفا واحدا جديدا أ×ب، وللتوضيح أكثر نفترض ان "أ" ترمز إلى صنف الشعراء و"**ب**" ترمز إلى صنف الخطباء ،فان التعبير (أ×ب) أو (أ.ب) يدل على صنف جديد هو صنف "الشعراء الخطباء" بحيث يستبعد من هذا الصنف الجديد أولائك الشعراء غير الخطباء وآلئك الخطباء غير الشعراء، وهذا التعبير الناتج عن تقاطع الصنفين هو ما يسمى بعملية الضرب المنطقي . [2]

معنى هذا أن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء المشتركة بين الفئات فوجود الضرب المنطقي بين الفئتين يتوقف على وجود أعضاء مشتركة

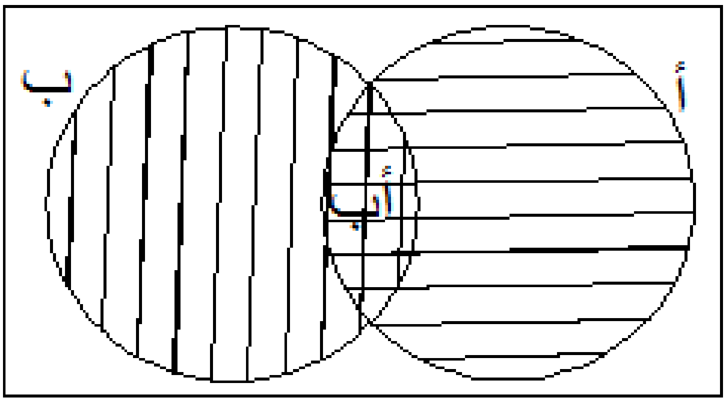
---

[1] -Cohen M . and Nagel E .An introduction to logic; P 126

[2]-George Boole. An investigation the Laws of thought on wich are jounded the mathematical theoris of logic and probabilities ;P P 31.32

بينهما ، فيوجد ضرب منطقي بين الفئة(أ) وبين الفئة (ب) إذا وجد أعضاء مشتركة بين الفئة (أ) و(ب) مما يعطي فئة جديدة مشتركة بينهما من الصيغة (أ⋂ب) ويعرفها راسل على النحو التالي : أ⋂ب: (هــ ∋أ).(هــ∋ب) .[1] و تشتق من هذا التعريف علاقة تكافئ على الصورة التالية: هــ ∋(أ⋂ب)≡(هــ∋أ).(هــ∋ب) وتعني هذه الصيغة أن القول أن **هــ** عضو في فئة هي حاصل ضرب منطقي بين فئتين أ و ب ، يكافئ القول : بالضرب المنطقي بين هــ عضو في الفئة أ ، و **هــ** عضو في الفئة ب . وهذا التعريف يتضمن أيضا التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق الانتماء .فإذا كان: هــ عضو ينتمي إلى الفئة أ ×ب، فان هــ عضو ينتمي الى فئة أ وكذلك إلى الفئة ب. ويمكن التعبير عن هذه الوضعية بالصيغة: هــ ∋أ×ب ≡ هــ ∋أ .هــ ∋ب .[2]

هذا وقد ارتبط الحديث عن عملية الضرب المنطقي بالأساس عن حديث ساد عند جور بول عن الفئة الشاملة وعن الفئة المتممة لها أومسلوبها ، فنحن نعلم أن عالم المقال يتكون من فئة أ والفئة المتممة لها أ ، وبما أن كل فئة تحمل في طياتها الفئة المكملة لها فان عالم المقال مكون من فئتين يمكن تصوره بعالم يتكون من أربعة فئات فرعية تتوضح لنا من خلال الشكل التالي:

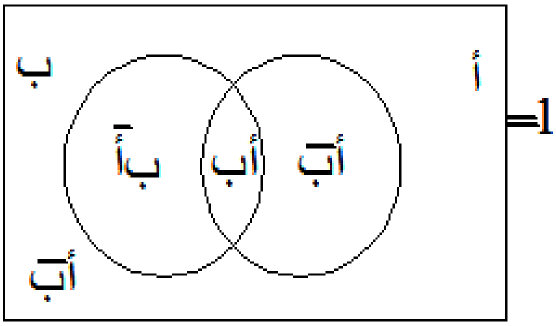


الشكل (1)

[1] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC P 302
[2]-Quine.O.W.V. mathematical logic . p 180

– الواضح من هذا الشكل أن الفئة(أ) تتعين بالمنطقة ذات الخطوط الأفقية ، وتتعين المنطقة ب بالمنطقة ذات الخطوط العمودية ، وتتعين الفئة الشاملة (أ⋂ب) بالمنطقة المضللة ذات الخطوط الأفقية والعمودية المشتركة ومن الواضح أيضا أن الفئة المشتركة (أ⋂ ب) اصغر من الفئتين اللتين تشتركان في تكونهما الفئة أ والفئة ب ، ومن ثم فان الفئة (أ.ب) متضمنة في الفئتين أ و ب.[1].

– انطلاقا من هذا التوضيح نلاحظ انه يتفق مع التعريف المنطقي لضرب فئتين بأنها الفئة التي تكون متضمنة في الفئتين أو محتواة فيهما معا، هذا و يمكن من جهة أخرى تعريف حاصل ضرب منطقي للفئتين أ و ب بكونه الفئة المشتملة لكل فئة ، أو اكبر فئة يمكن أن تشمل الفئتين ، ويمكن التعبير عن هذا التعريف بالشكل التالي:[2]



الشكل(2)

–ولو طبقنا المثال السابق على هذا الشكل لكانت قراءته على النحو التالي:

أ: فئة الشعراء

ب: فئة الخطباء

أ ب: فئة الشعراء الخطباء

أب: فئة الشعراء غير الخطباء

[1] -HANS reichenbach .The theary of probability ;univercity of california press cambridge ; londonEnglend 1949. P 34 .

[2] –-عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 35 .

ب $\bar{أ}$: فئة الخطباء غير الشعراء

وهكذا نلاحظ مما تقدم أن حاصل الضرب المنطقي للفئتين أ و ب يمثل أكثر فئة مشتملة لكل الفئات ، كما يمثل اصغر فئة مشتركة أو متضمنة بين فئتين . كما هو ملاحظ في الشكل (1) و(2).

– ويقابل الضرب المنطقي لفئتين فكرة الوصل (^) اي العطف (الواو) .في نظرية حساب القضايا، فحاصل الضرب المنطقي لفئتين أ ، ب اي الجزء المشترك بينهما هو فصل السينات التي يكون لها حاصل الضرب المنطقي للقضيتين «س هي أ» « س هي ب» صادقا ، [1] ويمكن أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالضرب المنطقي :

1- أ ⋂أ=أ

2- أ ⋂ب= ب⋂ أ

3- (أ⋂ب)⋂و=أ⋂ (ب⋂و)

4- أ⋂ ب⋂ و=(أ⋂ب)⋂و

5- أ- ب=1-(أ⋂ب). [2]

6- أ×ب=0 : معنى هذا القانون أن الضرب المنطقي بين صنفين قد يؤدي إلى صنف لا أفراد له في الواقع الخارجي أو لا افراد له عقليا. فمثلا لو قلنا، الفقهاء المسلمون المسيحيون فهذا الصنف في الواقع، إذ لا يكون الشخص فقيها مسلما ومسيحيا في أن واحد . ولو قلنا الدائرة المربعة ،كان هذا الصنف لا أفراد له أيضا ذلك أن صنف الدائرة وصنف المربع لا يجتمعان عقليا . بالرغم من انه حاصل الضرب المنطقي ، وفي هذه الحالة فان حاصل الضرب المنطقي في كلتا الحالتين يسمى بالصنف الصفري . فيكون بذلك نتيجة :

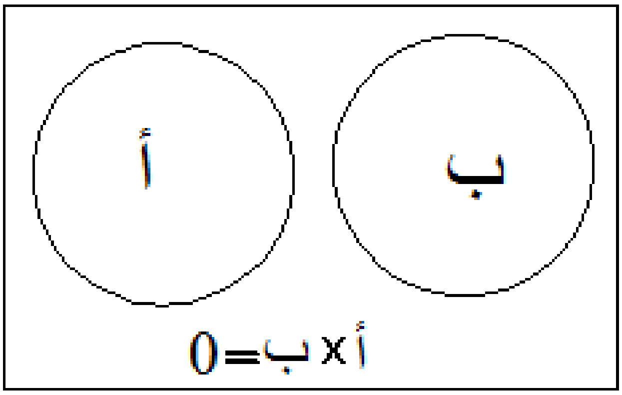
[1]–برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ج2 ، ص56 .

[2]- WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC. P p 209-212 .

ضرب صنف الفقهاء المسلمين × صنف المسيحيون = صفر

وتكون نتيجة : ضرب صنف الدائرة × صنف المربع = صفر

ويمكن التعبير عن هذا القانون بالشكل التالي:



- ما يتضح من هذا الشكل انه إذا كانت لا توجد أعضاء مشتركة بيت الفئة أ وبين الفئة ب معنى هذا أن حاصل الضرب المنطقي للفئتين أ و ب يكون فئة فارغة أي صفرية .[1]

7- بالرغم من أن عملية الضرب المنطقي تشبه عملية الضرب العددي أو الحسابي إلى انه يوجد اختلاف بين الاجرائين وقد كان ليبنتز اول من أدرك هذا التشابه ، أي فكرة الربط بين التصورات والضرب في الأعداد إلا انه لم يتمكن من صياغتها صياغة دقيقة ، إلا أن الفضل في هذه المهمة راجع إلى جورج بول فاستطاع أن يدرك أن التشابه بين الاجرائين يحدث على مستوى الشكل فقط لا مضمون ،[2] ومن ثم التمس بول أهم نقطة اختلاف بين الحسابين فيما سماه بقانون الثنائية law of duality من الصيغة: $X=X^2$ على النحو الذي شرحناه فيما سبق ، فإذا كان لدينا فئتان الأولى تحتوي على عضوين والثانية تحتوي على ثلاثة أعضاء، يوجد عضو مشترك، فبالنسبة لعملية الضرب المنطقي يكون الناتج عضوا ولكن بالنسبة للضرب الحسابي يكون الناتج 6(ستة).

[1] -Langer susanne k .an introduction to symbolic logic .pp 141.142.

[2] -د-محمود فهمي زيدان .المنطق الرمزي نشأته و تطوره ، ص58

2-2) الجمع المنطقي Logical Addition

استطاع جورج بوول أن يصوغ صياغة دقيقة ذلك التشابه بين الفصل Disjunction في الأصناف. والجمع في الأعداد باستعمال رمز الجمع الجبري (+) ليدل على عملية الجمع المنطقي بين الأصناف ، وتقوم هذه العملية على إضافة أعضاء فئة ما . إلى أعضاء فئة أخرى لتكوين فئة جديدة ينتمون أعضائها إما إلى الفئة أ أو إلى الفئة **ب** أو كليهما معا ما دام أن هناك أعضاء مشتركة بين الفئتين.[1]

معنى هذا أن الفئة التي تجمع أعضاء من الفئة "أ" و أعضاء من الفئة "ب" أو أعضاء كليهما معا وهي مايسمى بالفئة الناتجة أو حاصل عملية الجمع المنطقي للفئتين "أ وب" ويمكن أن نوضح ذلك بالمثال التالي :

لو كانت "أ" ترمز إلى فئة الجزائريين وفئة "ب" ترمز إلى فئة العلماء فان حاصل الجمع المنطقي للفئتين أ+ب هي الفئة التي تحتوي جميع الجزائريين والعلماء .أي : تحتوي على كل جزائري سواء كان عالما أو لا ،وتحتوي على كل عالم سواء كان جزائري أو لا ، وتحتوي على كل من هو جزائري وعالم في نفس الوقت.[2]

وعلى ذلك فالجمع المنطقي للفئتين "أ" و "ب" هو فئة تتشكل من أعضاء الفئة "أ" أو أعضاء الفئة "ب" أو من حدود كليهما معا ،أي فئة تحتوي جميع الأعضاء التي تنتمي إلى الفئتين (أ$\cup$ب)، ويمكن تعريف حاصل الجمع المنطقي للفئتين "أ" و "ب" بالشكل التالي :

أ$\cup$ب = [كـــ] (هـــ$\in$أ) $\cup$ (هـــ$\in$ب) ، أما إذا نظرنا إلى عملية الجمع المنطقي المرتبطة بقضايا فان تعريفه يأخذ الشكل التالي: هـــ $\in$ أ$\cup$ب $\equiv$ (هـــ $\cup$ أ) $\vee$ (هـــ $\in$ ب).[3]

---

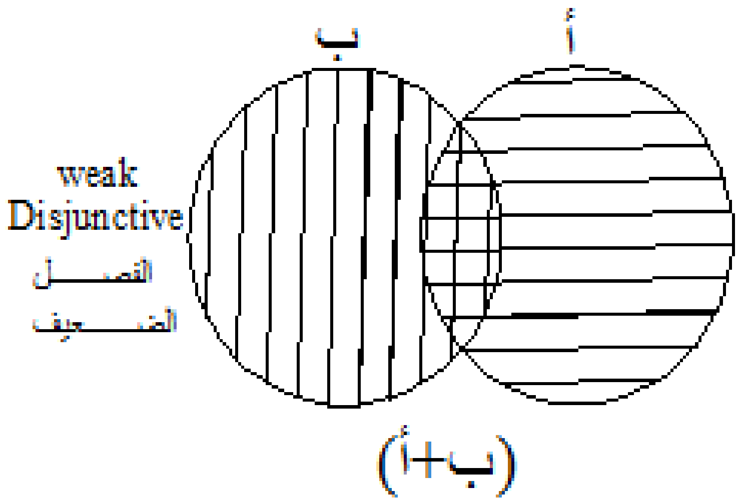
[1] –George Boole. An investigation the Laws of thought on wich are jounded the mathematical theoris of logic and probabilities . p p 32; 33

[2] -Quine.O.W.V. mathematical logic . p 180

[3] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC .p207

ولهذا تسمى الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي بالفئة الفصلية Disjunctive Class ذلك أن إجراء الجمع هو في حقيقته فصل بين أعضاء الفئتين المجموعتين على الرغم من جمعهما معا في فئة واحدة فجمع الفئتين لا يزيل الفارق بينهما بل تضل أعضاء كل فئة متميزة عن أعضاء الفئة الأخرى ، ويصنف الفصل الجمعي للفئتين على نوعين: الفصل القوي والفصل الضعيف . [1] و بالنسبة لهذا النوع الأخير فان المثال السابق يمثل هذا النوع من الإجراء الجمعي والذي لا يعني الفصل الكامل بين الفئتين بل يفيد احتمال اشتراكهما في عدد من الأعضاء في الوقت نفسه، بمعنى انه يفيد الانفصال مع استحالة الاتصال كما يسمى أيضا بالفصل الشمولي أو الغير الاستعبادي. [2]

ويمكن التعبير عن هذا النوع من الإجراء الجمعي أو الفصل الضعيف بالرسم الأتي :



الواضح من هذا الشكل أن حاصل الجمع المنطقي في هذه الحالة يمكن فئة الأشياء التي تنتمي إلى اما احد الفئتين أ أو ب أوكليهما معا . [3]

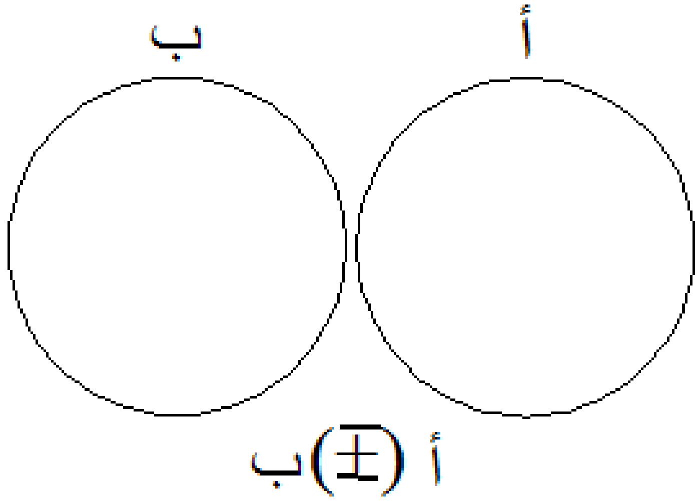
أما الفصل أو الجمع القوى Strong Disjuntiv فرمزه ($\overline{\underline{+}}$) ويعبر عنه باللغة العربية : اما .....او.... ،كما يسمى بالفصل الاستعبادي Exlusive ، أو الغير شمولي : ويفيد معنى

[1]–عزمي إسلام، أساس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 41.

[2]– المرجع نفسه، ص 42.

[3] - HANS reichenbach .The theary of probability .p34

الانفصال مع إمكان الاتصال، وهذا ما يتضح من المثال التالي : فلو كنا نتكلم عن الفئة أ وهي فئة الأقلام الزرقاء والفئة **ب** هي فئة الأقلام الحمراء ،فان حاصل الجمع المنطقي هنا للفئتين أ و "ب" تكون فئة جديدة متكونة إما من أقلام زرقاء أو أقلام حمراء ، ويفيد قولنا هنا أن أعضاء الفئة الجديدة هي إما أقلام زرقاء أو أقلام حمراء ،ويمكن التعبير عن عملية جمع القوى بالرسم التالي: [1]



ونستطيع أن نشير إلى مجموعة من القوانين الخاصة بالجمع المنطقي :

1- " أ U أ = أ "معنى هذا القانون أن أعضاء الفئة الناتجة عن جمع أي فئة مع نفسها [2] ، فان حاصل الجمع المنطقي لهذه الفئة لن يزيد عن عدد أعضاء الفئة نفسها ويمكن أن نوضح هذا القانون بالمثال التالي: فلو كانت أ ترمز إلى فئة المسلمين ،فان عدد أعضاء الفئة التي تتكون إما من المسلمين أو المسلمين فسيكون هو نفسه عدد أعضاء الفئة المكونة من المسلمين فقط.

– يرى جورج بوول أن هذا القانون يميز بين مفهوم عملية الجمع في المنطق و بين مفهوم عملية الجمع في الجبر المألوف .فالقانون الجبري المألوف أو العددي "أ + أ =2 أ" وهو ما يعبر عنه في جبر المنطق بالصيغة: "أ + أ = أ" ، و يفسر بوول صدق هذه المعادلة بأننا إذا رمزنا إلي فئة ما

[1]–عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 43

[2] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC .P 209

بالحرف "أ" و أردنا مضاعفة تلك الفئة بإضافة الفئة نفسها فإننا لن نحصل في حاصل الجمع المنطقي علي تضعيف الفئة "أ" و إنما نحصل على الفئة نفسها بلا زيادة . [1]

وعلية فعلى الرغم من التشابه بين الجمع المنطقي و بين الجمع الجبري، إلا أننا نجد اختلافا بينهما فمثلا :

في حالة الجبر : 1 +1 = 2 1

في حالة المنطق : 1+ 1 = 1. [2]

2) - أ∪ب=ب∪أ

- [أ∪ب∪و] =[(أ∪ب)∪و]

معنى هذا القانون : أن حاصل جمع الفئتين أ + ب منطقيا لن يتغير ، سوءا جمعنا "أ" إلي "ب "أو "ب" إلي "أ " ،لأنه في كلتا الحالتين تكون نتيجة عدد الأعضاء حاصل الجمع المنطقي للفئة الجديدة هي واحدة ، و ينطبق الأمر نفسه إذا تعداه الجمع إلي ثلاث فئات أ + ب + و . [3]

3) - (أ∪ب)-ب=أ-ب

- (أ∪ب)= أ∪(ب-أ)

- معنى هذا القانون : أن حاصل الجمع المنطقى بين فئتين، ثم طرح إحدى الفئتين منه .تكون نتيجته مساوية لعملية الطرح المنطقي بين هذين الفئتين، يكافئ القول أن حاصل الجمع المنطقي بين الفئتين تكون نتيجته مساوية لعملية الطرح المنطقي بين هذين الفئتين ثم إضافة لهذا الحاصل إحدى الفئتين . [4]

4) أ + $\bar{0}$ = أ : معنى هذا القانون أن عدد أعضاء الفئة الناتجة عن جمع أي فئة معلومة إلي فئة خالية فان حاصل الجمع المنطقي للفئة الجديدة لن يزيد عن عدد أعضاء الفئة المعلومة

---

[1] - Langer. Susanne k. <u>an introduction to symboliclogic</u> . P140

[2]-عزمي إسلام، <u>أسس المنطق الرمزي المعاصر</u> ، ص 46.

[3] - WHITHED AND RUSSELL. <u>PRINCIPIA MATHEMATIC</u> . P211

[4]-IBID , P 211

مثلا: لو كانت أ ترمز إلى فئة الذكور و نضيف لها فئة فارغة اى خالية فان حاصل الجمع المنطقى للفئة الجديدة يتكون إما من فئة الذكور أو من فئة الصفرية الفارغة ، و في هذه الحالة فان قولنا عن فئة جديدة لن يزيد عن قولنا بفئة الذكور. وعلى هذا نستنتج أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة مع فئة فارغة (صفرية) يكون في هوية مع الفئة أ نفسها .[1]

5) أ + أ = 1 معنى هذا القانون : أن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة مع الفئة المتممة لها يعطي فئة شاملة .[2]

3-2) الطرح المنطقي Logical Subtraction

استخدم جورج بوول فكرة السلب في تعريف الفئة المكملة لأي فئة ،على أن السلب الفئة مثلا (أ) يتألف من مجموعة حدود و هي كل (أ) ، بحيث يمكن تكذيب الصيغة ،(أ ∈ أ) فسلب فئة أ هو فئة الحدود التي ليست أعضاء للفئة أ أي (أ ∈~ أ)،[3] ويمكن أن نسوق تعريفا للفئة المكملة من الشكل الأتي : (أ ∈~ أ) ≡ (أ ~ ∈ أ) ـ معنى هذا التعريف أن قولنا : " أ عضو في فئة ليست أ يكافئ قولنا أن أ ليست عضو في الفئة أ" .[4] وقد انتقل بوول من عملية الجمع المنطقي إلي عملية الطرح المنطقي انطلاقا من الاعتبارات التالية :

بما أن عالم المقال هو الواحد الصحيح يتكون دائما من أية فئة و الفئة المكملة لها من الصيغة: 1 = أ + أ ،ولو استبعدنا من هذا التعبير أحد الفئتين فإننا ننتقل إلى عملية الطرح المنطقي بالصيغة التالية : أ = (1- أ) أو أ = (1 – أ) ، ويمكن التعبير عن هذا الإجراء بالرسم التالي :[5]

---

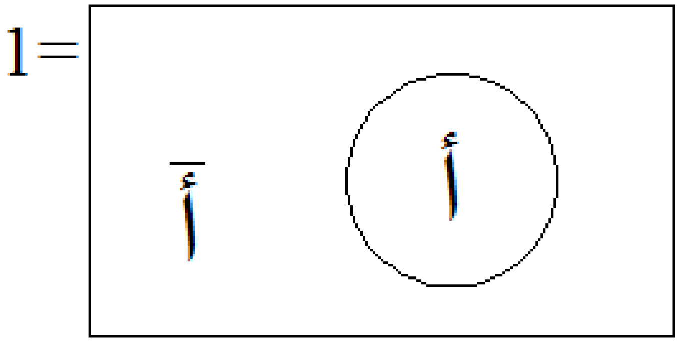
[1] عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 47

[2] - Langer. Susanne k. an introduction to symboliclogic . P143

[3] -WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC .P 27.

[4] -IBID , P 207

[5] –عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ص 47 .



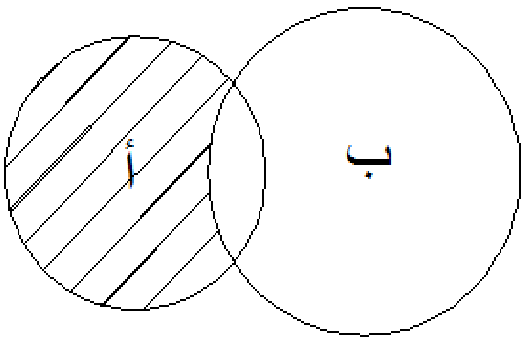
وهذا و يمكن أن نطبق ما قلناه علي عملية الجمع و الضرب و الطرح المنطقيي علي بقية الإجراءات المنطقية ومن بينها اللزوم ،التضمن (الاحتواء) و التساوي و التكافؤ بين الفئتين لنظرية حساب الفئات .

4-2) اللزوم المنطقي Logical Implication:

يمكن تعريف اللزوم باستخدام مفردات نظرية حساب الفئات على النحو التالي :

س ∈(أ⟵ب) =تع (س∈أ) ⟵ (س∈ب).

معنى هذا التعريف أن **س** عضو في فئتين بحيث تستلزم إحداهما الأخرى و هذا القول يكافئ قولنا أن **س** عضو ينتمي إلي الفئة أ و في نفس الوقت **س** عضو ينتمي إلي الفئة **ب**[1]، و يقابل هذا التعريف بلغة حساب القضايا التعريف الأتي (~أ V ب)[2]. ويمكن أن نوضح طبيعة علاقة اللزوم بين فئتين بالشكل الآتي :



[1] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC . P211

[2] -HANS reichenbach .The theary of probability . P36

بما أن " أ " تمثل المنطقة المضللة ، فان أ̅ تمثل الجزء الصغير من أ الغير المضلل ،و من ثم و طبقا للتعريف يمكن تعيين (~ أ V ب) بكل من المناطق غير المضللة من أ و ب و الذي تمثل أيضا "أ⟵ب" .[1]

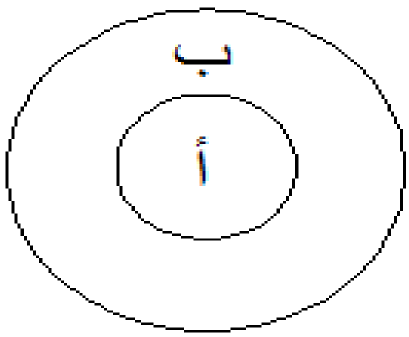
لكن هل تؤدي دراسة الشكل السابق و دراسة تعريف اللزوم بين فئتين الى القول و الاعتقاد بانطواء علاقة اللزوم على علاقة الاحتواء (التضمن) ؟

1-2) الاحتواء (التضمن) المنطقي :Logical Included

تستخدم نظرية حساب الفئات علامة اللزوم (⟵) للدلالة علي الاحتواء بين فئتين من الصيغة أ⟵ ب ،[2] و يمكن أن نسوق تعريفا لهذا العلاقة بالصيغة التالية :

(أ⟵ب =.س∈أ ⟵ س∈ب). يشير هذا التعريف إلي علاقة الاحتواء التي ممكن أن تنشا بين عضوية فرد في فئتين باستخدام علاقة اللزوم (إذا كان ..... فان .....) ، و ينص هذا التعريف على انه إذا كانت (أ) محتواة في الفئة (ب)، فان كل أعضاء الفئة (أ) محتواة في أعضاء الفئة (ب) .[3]

ويعبر عن علاقة احتواء فئة في فئة بالرسم التالي :



أ ⊂ ب

---

[1]-IBID , P36

[2] -HANs reichenbach .The theary of probability P .P37. .

[3] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC . P ,205 .

ما يتضح من هذا الشكل أن الفئة (أ) محتواة في الفئة (ب) مما يفند الاعتقاد أن علاقة الاحتواء تنطوي عل علاقة اللزوم، فعلى الرغم من أن تعريف احتواء فئتين يستخدم صيغة اللزوم (إذا كان ..... فان .....) ، إلا أننا نجد أن علاقة الاحتواء فئة في فئة تتطابق مع صور أخرى من صيغ أخرى فالعبارة " كل أ هو ب " أو قولنا "كل كائن يتنفس فهو حي" هذه العبارة تنتمي إلى نموذج احتواء فئة في فئة ولا تنطوي على أي لزوم منطقي (فئة الكائنات) و (فئة الأحياء). [1]

هذا و تمتد علاقة الاحتواء لتشير أيضا إلى تميز أخر يقع بين علاقة احتواء فئة في فئة وبين علاقة الفرد في فئة ، فتنشأ علاقة الاحتواء بين فئتين ،بينما تنشأ علاقة العضوية بين شيء أو فرد ينتمي إليها ، من ثم فان فئات مثل "الأسود و الحيوانات " تنطوي تحت علاقة احتواء فئة في فئة بينما يصبح "الأسد" عضوا في الفئتين معا. [2]

2)التكافؤ و التساوي المنطقي LogicalEquivalence :

تستخدم نظرية حساب الفئات فكرة التكافؤ (≡) كما وردت في نظرية حساب القضايا للتعبير عن الصيغ التحليلية التي تحتوي على أعضاء ينتمون إلى فئات ،أما رمزا المساواة (=) فيستخدم في حساب الفئات ليشير إلى الهوية أو تطابق بين فئتين بحيث إذا قلنا أ = ب فهذا يعني أن الفئة (أ) و الفئة (ب) فئة واحدة [3]، ويختلف التساوي الحسابي أو العددي عن التساوي بمعناه المنطقي، فالتساوي العددي لايستلزم هوية بالضرورة بينما تستلزم كل هوية تساوي عددي. و يمكن أن نوضح هذا الاختلاف في المثال التالي :

"لو فرضنا أن أ فئة الكتب ، و ب فئة الأقلام على أنهما فئتين متساويتين عدديا فهذا لا يعني أن الكتب هي الأقلام ، و الأقلام هي الكتب ،و ثم فان التساوي لا يستلزم الهوية . أما لو فرضنا أن: أ فئة كتب المنطق المعاصر للسنة الثالثة ، و أن الفئة ب هي فئة السنة الثالثة لقسم

---

1 -HAns reichenbach .The theary of probability. pp 36 37.

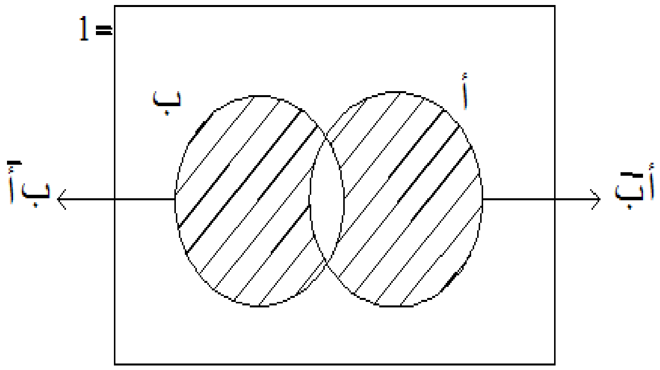
2-IBID , P 37

3 - Langer. Susanne k. an introduction to symbolic logic, p135.

الفلسفة . ما يلاحظه على هذين الفئتين أن بينهما هوية مما يستلزم أن يكون بينهما بالضرورة تساوي عددي [1]. و يمكن تعريف تساوي فئتين بالصيغة التالية :

(أ = ب) = (س∈أ) ≡ (س∈ب). [2]

– هذا يمكن أن نعبر أيضا عن التساوي الذي يعبر عن الهوية بين فئتين علي النحو الأتي:



يتضح من هذا الشكل أن هناك تساوي يعبر عن هوية بين الفئة أ وبين الفئة ب .فلا وجود لأعضاء تنتمي إلى أ ولا تنتمي إلى ب، ولا وجود أعضاء تنتمي إلى ب ولا تنتمي إلى أ ، أما الفئة أ ب والفئة ب أ فهي فئات خالية أي صفرية . [3]

نفهم مما تقدم انه بالإمكان النظر إلى جبر **جورج بوول** كشكل جديد لحساب الأصناف ،فقد تمكن من صياغة مختلف العمليات الجبرية صياغة منطقية صنفية، كان أهم ما ترتب عنها توضيح لأهم العلاقات التي يمكن أن تنشا بين الأصناف، هذه العلاقات هي التي تصورها بوول في شكل مجموعة من الإجراءات المنطقية الشبيهة بالإجراءات الرياضية المطبقة على الأصناف وكانت النتيجة المتوخاة من كل عملية تحصيل صنف جديد بجمع أو ضرب أو طرح......صنف من الأصناف.

[1]– عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ط2 ، ص 50

[2]- WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATICA . P27.

[3]–عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي المعاصر ، ط2 ، ص 51

لكن من جهة ثانية إذا كان بوول فعلا قد تمكن من صياغة مختلف العمليات الحسابية الجبرية العادية صياغة منطقية صنفية، وقيامه بذلك تماثل بين القوانين الجبرية وبين القوانين المنطقية – فهل تعتبر هذه الصياغة صياغة ضمنية أم من الناحية الشكلية فقط؟ .

بالنظر لما عرضه بوول في حسابه التحليل كان من أهم القوانين التي اعتبرها مميزة لحسابه التحليل للأصناف ، تلك القوانين التي يختل فيها التماثل بين البيان الجبري ، وبين البيان المنطقي . فعلى الرغم من التشابه بين الضرب المنطقي وبين الضرب الجبري العادي وبين الجمع المنطقي وبين الجمع الجبري، إلا أن جبر الأصناف يتميز عن كل الجبريات العددية بقانون خصوصي للجمع من الصيغة: أ + أ= أ ،و بقانون خصوصي للضرب، قانون الثنائية: أ^{٢} = أ على النحو الذي لحضناه سابقا ، وعليه فان صياغة بوول لرموز وقوانين العمليات الجبرية إلى لغة حساب الأصناف هي صياغة من الناحية الشكلية لا من الناحية الضمنية ، والظاهر لنا هنا أن القوانين التي تدير الجبر العادي المألوف تخص مجالا معينا هو هذا الجبر العادي المألوف، ولكن يمكن طبقا لما عرضه بوول من فهم الجبر بمعنى اعم بحيث أن يمكنها أن تنطبق على مجالات أخرى بالتخلي عن بعض قوانينه الخاصة وتعويضها بقوانين في ميادين أخرى. وفعلا كانت هذه الفكرة بالذات هي التي استهل بها بوول كتابه: التحليل الرياضي للمنطق، وقد جاء في قوله : "إن أولائك الذين اطلعوا على الحالة الراهنة لنظرية الجبر الرمزي يعلمون جيدا أن صحة المسارات التحليلية لا تتوقف على تأويل الرموز المستعملة فيه ، بل تتوقف فقط على قوانين اندماجها فكل نظام تأويل لا يسيء لحقيقة العلاقات المفترضة فهو نظام مقبول ومثال ذلك : أن نفس المسار يمكن أن يمثل الحل لقضية متعلقة بخواص الأعداد أو حل لمسالة هندسية أو حل لمسالة الديناميك أو البطاريات... وإنني على أساس هذا المبدأ أتقدم بوضع الحساب المنطقي". [1]

هذا ويمكن أن نقف على بعض الملاحظات المتعلقة باستنباط قضايا الحساب التحليلي للأصناف من قضايا الحساب التحليلي للقضايا. فبالرغم من أن هناك تشابه بين النظريتين نظرية

[1]- George Boole. An investigation the Laws of thought.. P P 4 .3

حساب القضايا ونظرية حساب الأصناف من الناحية الإجرائية العملية إلا أن **التشابه** لا يعني **التطابق** لان الأصناف ليست القضايا. [1]

معنى هذا حتى وان وجد تشابه وتقابل بين الحسابين حول عمليات وصيغ منطقية معينة من الناحية النظرية، إلا أن هذا لا يقتضي التشابه والتقابل ذاته من ناحية التطبيق والمعنى، وهذه الملاحظة نلتمسها بصفة خاصة وواضحة فيما يتعلق بعمليتي الجمع والضرب المنطقيين: فإذا كانت عملية الجمع في حساب الفئات تعرف بالفصل بين الفئات، فان هذا الفصل يكون إما قويا أو ضعيفا، والذي يحدد معنى الفصل هنا هو مدى علاقة الفئات ببعضها إن كانت توجد أعضاء مشتركة بين الفئات أم لا. وهذا ما اتضح لنا من خلال الأشكال السابقة ، وإذا نظرنا إلى فكرة الفصل مرتبطة بعملية الجمع المنطقي لحساب الأصناف، فهو يمثل اكبر فئة مشتركة بين فئتين ، أما بالنسبة لتحديد معنى الفصل بين القضايا على النحو الذي عرضناه في فصل سابق ، فإننا نجد هنا أن معنى الفصل مختلف ، ذلك انه يتحدد بصدق القضايا وكذبها، فإذا كانت إحدى القضيتين صادقة و الأخرى كاذبة كان الفصل قويا أما إذا كانت القضيتين صادقتين معا أو كاذبتين معا فان الفصل هنا فصلا ضعيف . والملاحظة ذاتها تنطبق أيضا على عملية الضرب المنطقي، ويعرف الضرب بين الفئات بالوصل المنطقي وهذا الأخير نجد له أيضا معنيين بين النظريتين أو بين الحسابين ، فيتحدد الوصل في حساب القضايا بصدق أو كذب القضايا، فيكون الوصل صادقا إذا كانت كل موصولاته صادقة ، ويكون الوصل كاذبا إذا كانت إحدى موصلاته كاذبة. وهذا ما لحضناه في فصل السابق.

أما بالنسبة لحساب الأصناف فيتحدد الوصل بمعرفة العلاقات القائمة بين الفئات ومدى اشتراكها ، وهذا ما اتضح لنا أيضا من خلال الأشكال والرسومات التي عرضناها سابقا.

وإذا نظرنا إلى فكرة الوصل مرتبطة بعملية الضرب المنطقي بين الفئات، فهو يمثل اكبر فئة مشتملة لكل الفئات ، واصغر فئة مشتركة بين فئتين. على النحو الذي لاحظناه سابق.

[1]-أحمد موساوي ، مدخل جديد الي المنطق المعاصر ، ص.29

وهكذا نستنتج مما تقدم انه فعلا بالإمكان أن ننظر إلى جبر بوول كشكل وتفسير جديد لحساب الأصناف، قائما على رموز وعمليات وقوانين ومفاهيم جديدة كان أبرزها مفهومه حول الصنف الكلي الشامل المرموز له بالواحد الصحيح (1) ، والصنف الفارغ صنف اللاشيء المرموز له بالصفر (0). ولكن من الوجهة المنطقية ما فائدة هذا التفسير الجديد الذي قدمه جورج بوول على منطق الأصناف؟. وإذا كان يعتبر مفهوم الصنف الكلي ومفهوم الصنف الفارغ مع رموزها من ابرز واهم المفاهيم المميزة لجبر بوول وتفسيراته المنطقية ، فما فائدة هذه المفاهيم مع رموزها لبناء جبر الأصناف؟

إن الإجابة على هذه التساؤلات هو ما سنحاول معالجته في المبحث اللاحق.

3) حساب الأصناف والمنطق التقليدي

رأينا في فصل سابق كيف ترجمت القضايا الحملية التقليدية إلى لغة حسابية قضوية معاصرة (نظرية حساب القضايا) ، وإذا كانت هذه النظرية قد سمحت لنا باختبار صحة القضايا التقليدية بطرق متعددة : طريقة جداول الصدق الكلاسيكية – طريقة الأشجار – طريقة المختصرات، فان ما سنحاول معالجته في هذا المبحث هو موضوع القضايا والاقيسة التقليدية من ناحية علاقتها بحساب الأصناف وطرق اختبارها لتوضيح العلاقة بينهما واختبار صحة القضايا والاقيسة التقليدية في ظل نظرية حساب الأصناف .

بعد طرح **بوول** لجهازه الرمزي لنظرية حساب الأصناف وتمكنه من وضع جبر خاص لا يتقبل إلا قيم الصفر والواحد ،وفي المقابل أعطى لها تفسيرات وتأويلات في عبارات منطقية بعد أن بين إجراء الحساب عليها من جمع وضرب وطرح... الخ أساليبه الفعالة لاستعمالها ، هنا توفرت لدى بوول الوسيلة لتعميم هذه التفسيرات والتأويلات على منطق القضايا والاقيسة التقليدية ، وبالفعل كان لهذا التصور لفهم المنطق التقليدي عند بوول فائدة واثر حاسم في توسيع المنطق التقليدي ليس بمواصلته بل بأخذه من جذوره وإعادة بنائه بلغة جبر الأصناف.[1]

[1] –روبيربلانشي ، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى راسل ، ص 336 .

إن التفسير المنطقي الذي قدمه بوول لرمزي الواحد والصفر على أن الواحد يشير إلى الصنف الكلي والصفر يشير إلى الصنف الفارغ و اللاشيء – كما رأينا سابقا- هذا التفسير و التأويل في نظره ادخل تجديدا هاما على منطق القضايا والأصناف التقليدي (القياس).[1] ومن أهم ما ترتب عن هذا التقسيم ما يلي:

- **أولا**: إن رمز الصنف الكلي ، وهو الواحد الصحيح يسمح طبقا لتفسيرات بوول حول هذا الصنف بالاقتران مع رمز الطرح لإنشاء دالة النفي. التي ليس لها ما يماثلها في الجبر العادي المألوف ، فإذا كانت (أ) تدل على صنف ما باعتباره صنف كلي، فان التعبير(1- أ) سيدل على كل ما هو مستبعد أو ما لا ينتمي إلى هذا الصنف الكلي (أ). فعلى سبيل المثال : إذا كان (أ) يمثل صنف الكائنات الإنسانية، فان التعبير (1- أ) سيدل على الصنف الكلي ماعدا الكائنات الإنسانية أي صنف الكائنات الحيوانية.[2]
- **ثانيا**: أما بالنسبة إلى رمز الصنف الفارغ فان هذا الصنف يسمح بتقديم وإعلان القضايا والصيغ التقليدية في شكل معادلات équation باعتبارها أفضل تمثيل لأشكال الحسابات، وفي هذا يصرح **بوول** قائلا:" في الواقع، يمكننا أن نترك جانبا التفسير المنطقي للرموز في المعادلة المعطاة وان نحولها إلى رموز كمية تقبل قيمة الصفر (0) و الواحد(1)، وان نجري عليها كافة العمليات اللازمة لحل المعادلة ، وأخيرا استعادة تفسيرها المنطقي".[3]

معنى هذا لحل مسالة منطقية يقترح بوول أن نضعها في صورة معادلة إما بين أصناف أو بين مركبات من الأصناف ،واما بين أصناف وبين الصنف الكلي أو الصنف الفارغ ، وهذا يقتضي أولا أن ننقل معطيات المسالة المراد حلها إلى لغة مصطلح هذا الحساب، ثم إجراء العمليات المناسبة في هذا الحساب وأخيرا إعادة نتائج هذا الحساب

---

[1]-George Boole. An investigation the Laws of thought on wich are jounded the mathematical theoris of logic and probabilities . p48
[2]-IBID , P 48
[3]-IBID , P 70

إلى اللغة المنطقية وفي مثل هذا المنطق فان القضايا التقليدية يصبح لها معنى القضايا الوجودية.[1] فإذا أخذنا مثالا : مبدأ التناقض في صورة معادلة باستعمال رمزين الصفر والواحد معا فيكتب من الشكل: $x(1-x)=0$ أو أ(1– أ) =0 وهذا المبدأ في نظر بوول ليس إلا نتيجة مباشرة لقانون الثنائية –law of duality فإذا استبدالنا x ب : x^2 فنستخلص: $x - x = 0$ وبالتالي:

$X(1 - x) = 0$ ،وبطريقة كهذه ستتوفر لنا حسب بوول الوسيلة الفعالة لحل وتحويل جل المسائل والقضايا المنطقية الى حساب جبري.[2]

3–1) حساب الأصناف والقضية الحملية:

تناول بوول التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية تناولا يختلف عن تناول أرسطو لها ، وحرص أن تنطوي قراءته الجديدة على أن ترمز الحدود إلى أصناف لا إلى تصورات ، وان تصاغ القضية في صورة معادلة تحوي علامة مساواة (=) ، وان يكون احد طرف المعادلة صفرا أو واحدا صحيحا واستخدم رمز الحرف v (ف) ليدل على سور القضايا الجزئية (بعض) في المنطق التقليدي .[3] وفي ترجمته للقضية الحملية إلى صيغ جبرية، انطلق بوول من الاعتبارات التالية :

– إذا كانت العبارة(أ ×ب) تمثل مجموعة الأفراد المشتركة بين الفئة (أ) و بين الفئة(ب) في نفس الوقت ، فان العبارة : أ × (1– ب) تمثل مجموع الأفراد الذين ينتمون إلى الصنف (أ) غير منتمون إلى الصنف (ب)، و أيضا العبارة: (1– أ)× (1– ب) تمثل مجموعة الأفراد الذين لا ينتمون إلى الفئة أ ولا إلى الفئة ب.[4]

[1]-IBID , P 70
[2]-IBID , P49
[3]– George Boole. An investigation the Laws of thought.. P P59.63
[4]-IBID , P 21

وبناء على هذا يمكن ترجمة التصنيف الرباعي للقضية الحملية عند التقليديين في مصطلح حساب الأصناف عند بوول كالتالي :

القضية الكلية الموجبة A:

وصيغتها "كل أ هو ب" وتترجم الى مصطلح بوول في الصيغة: أ×ب = أ وتقرأ أن كل أفراد الصنف "أ" الموجودون في الصنف "ب" هم أفراد الصنف "أ" نفسه، أو تكتب من الصيغة (أ ×(1- ب)) =0 ، وتقرأ أن الصنف الذي أفراده ينتمون إلى الصنف "أ" ومستبعدين من الصنف "ب" هو صفري لا وجود له ،أو تقرأ:" لا يوجد أ هو لا ب".

-القضية الكلية السالبة E :

من الصيغة "لا أ هو ب" ، وتكتب في مصطلح بوول بالصيغة: أ ×ب = 0 وتقرأ لا وجود للصنف **أب،** بمعنى أن الصنف الذي أفراده ينتمون إلى الصنف أ والى الصنف ب هو صنف صفري لا وجود له.

-القضية الجزئية الموجبة I :

من الصيغة "بعض أ هو ب" تترجم إلى الصيغة: ف = أ ×ب ، وتقرا يوجود صنف بعض إفراده ينتمون إلى الصنف أ والصنف ب في نفس الوقت.

-القضية الجزئية السالبة O :

من الصيغة: "بعض أ ليس ب"، وتترجم إلى الصيغة ف = أ ×(1- ب)، وتقرأ يوجد صنف بعض أفراده ينتمون إلى الصنف أ ومستبعدين بذلك مالا ينتمي إلى الصنف ب. [1]

هذا ويمكن نورد أنواع القضايا التقليدية والصورة الرمزية المعاصرة لها في الجدول الأتي:

[1]-IBID , P PP20.21.22

اسم القضية	التعبير التقليدي الرمزي	التعبير الرمزي لحساب الأصناف
A	كل أ هو ب	أ (1- ب) = 0
E	لا أ هو ب	أ × ب = 0
I	بعض أ هو ب	ف = أ × ب
O	بعض أ ليس ب	ف = أ (1- ب)

[1]

ولتوضيح قراءة بوول لتصنيفه الجديد ، نوضح ذلك بالمثال التالي استنادا إلى الرمزية السابقة:

فلنفترض أن القضية: كل طلبة الفلسفة يدرسون المنطق قضية صادقة ،و نرمز بالحرف أ إلى صنف طلبة الفلسفة. وبالرمز **ب** إلى الصنف من يدرسون المنطق ، وبالواحد الصحيح (1) إلى عالم المقال ويضم هنا كل من : هم طلبة الفلسفة ومن ليسو طلبة الفلسفة وكل من يدرس المنطق ومن لا يدرس المنطق. ومن هنا يكون التعبير عن القضايا الأربع كالتالي :

القضية الكلية الموجبة A: ذات الصيغة أ× (1- ب) =0 : وتعني أن صنف الأفراد الذين هم طلبة الفلسفة ولا يدرسون المنطق.

القضية الكلية السالبة E: ذات الصيغة أ×ب =0 تقرأ : أن صنف الأفراد الذين هم طلبة الفلسفة يدرسون المنطق صنف فارغ.

القضية الجزئية الموجبة I: ذات الصيغة ف = أ ×ب ، تقرأ ان صنف الأفراد الذين هم طلبة الفلسفة ويدرسون المنطق في نفس الوقت هو صنف له وجود وليس فارغا.

القضية الجزئية السالبة O: ذات الصيغة ف = أ ×(1- ب) ،وتقرأ: أن صنف الأفراد الذين هم طلبة الفلسفة ولا يدرسون المنطق هو صنف له وجود وليس فارغا.

[1] IBID ,p26 .

هذا وقد لخص بوول ترجمته لتصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية في الجدول الآتي:

الصنف أ	أ
الصنف لاَأ أو أ	(1- أ)
كل أ هو ب	أ = ب أ (1- ب) = 0
لآ أ هو ب	أ ب = 0
بعض أ هو ب	ب =ف أ ، ف أ :تقرأ: بعض أ ، أي ف (1- ب) = 0
بعض أ ليس ب	ب = (1- أ) ، ف (1- أ) تقرأ: بعض أ وهو ف أ = 0
بعض أ هو ب	ف =أ ب ، تقرأ: بعض أ × بعض ب أو ف أ = ف ب ، تقرأ : أن بعض أ = بعض ب أو ف أ (1 - ب)=0 ،تقرأ : بعض ممن هم ليسوا أ=0 أي ف(1-ب)=0 و بعض ممن هم ليسوا ب = 0 ، أي ف (1- ب) = 0
بعض أ ليس ب	ف = أ (1- ب) ، و تقرأ : بعض أ أو بعض ليس ب أو ف أ= ف (1-ب)، ق أ ، تقرأ : بعض أ. و ف(1- ب) ،تقرأ: ليس بعض ب. أو (ف أب) =0 ، تقرأ: بعض ممن هم ليسو أ =0 ،أي (1- أ) و البعض ممن هم ب =0 ،أي (ف.ب) = 0

[1] ..

[1] -IBID ,P25

هذا وقد اعتمدت عملية ترجمة القضايا والاقيسة التقليدية إلى لغة حساب الأصناف في المنطق المعاصر. بعد ترجمة بوول على عدة طرق واعتبرت أحسن صورة لتمثيل جبر بوول حول تصنيف القضايا في رسومات وأشكال بيانية Diagram كانت طريقة جون فن Jhon Venn (1834-1923)، وقد نسبت إلى اسمه فسميت بـــ: VennDiagram[1]، وقد اصدر جون فن أعماله التي استلهمها من جورج بوول حول نظرية الأصناف في شكل رسومات بيانية، هذه الفكرة كان قد مهد لها كل من ليبنتزLeibnez، **واولر ليونارEuler Leonard** لكن فن طور الفكرتين على نحو أصيل في كتابه : المنطق الرمزي Symbolic Logic ، وهنا اجتهد **جون فن** في توضيح العلاقات القائمة بين صنفين في صورة دوائر، واختبار صحة القضايا والاقيسة التقليدية في صورة علاقات بين الأصناف[2].

ويعبر جون فن عن ترجمة بوول للقضايا الحملية الأربعة التقليدية إلى لغة حساب الأصناف باستخدام دوائر، على أساس أن كل دائرة تعبر عن حد أو صنف. يمثل صنف الموضوع أو صنف المحمول من القضية .[3] وبناءا على هذا يمكن التعبير عن القضايا الحملية الأربعة على طريقة فن كما يلي:

الكلية الموجبة: مثلا:"كل إنسان فان" أو "كل أ هو ب"

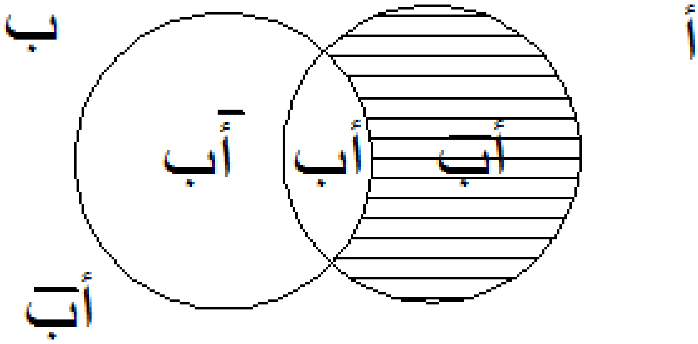
للتعبير عن هذه القضية في لغة حساب الأصناف على طريقة دوائر فن نقوم بتظليل الجزء من الموضع إنسان .أي أب الذي يقع خارج دائرة المحمول على النحو التالي:

---

[1]-J.Eldou wthitesitt.Boolean Algebra and its application .p 5.

[2] -John vann M. A. symbolic logic .felow and lecturer in the moral sciences couville and calus collge .cambridge.london 1881 introduction and p p 107 ,115

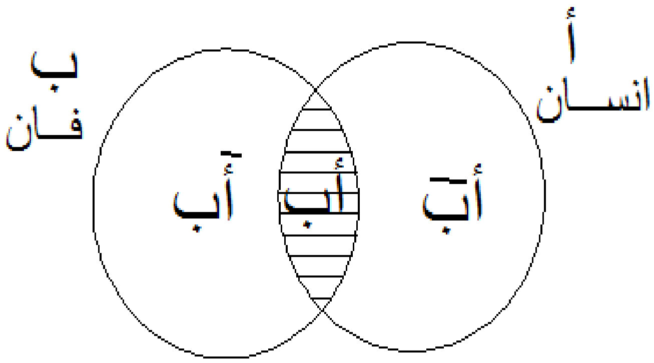
[3] -IBID , P 100



يوضح هذا الشكل أن الأفراد الذين هم أعضاء في الفئة أ ولكن ليس أعضاء في الفئة أ ب .لا وجود لهم أي يساوي الصفر : والفئة التي تضمهم هي أب ، وبهذا يكون هذا الشكل تعبيرا عن الكلية الموجبة.[1]

وطبقا للمثال المذكور سابقا فان القضية "كل إنسان فان أي كل أ هو ب" تعني أن فئة الإنسان متضمنة في فئة فان أي أب .بمعنى لا يمكن أن يكون هناك إنسان يجمع بين كونه إنسان وغير فان أي أب وبذلك يكون معنى هذه القضية من وجهة نظر صنفية : أن فئة الإنسان غير فان هي فئة لا وجودة لها معبر عنها بالجزء المظلل.

الكلية السالبة: "لا إنسان فان" أو "لا أ هو ب" ويتم التعبير عنها عن طريقة **فن** ما يلي:



يوضح هذا الشكل ان الفئة التي تضم كل من أعضاء الفئة أ و ب هي فئة لا وجود لها[2].

---

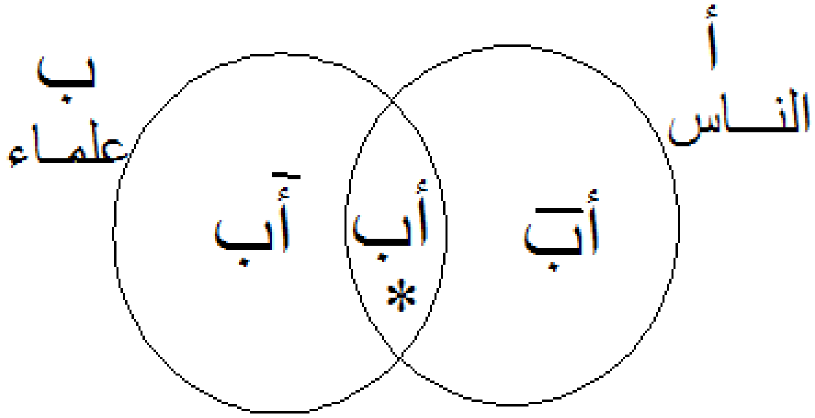
[1]-IBID , P 112

[2] -B.P.Bairan ,an introduction to syllogistic .with selected history ;theories and readings in western Ethies .copyright .2005p 196

وطبقا للمثال المذكور سابقا فان القضية: "لا إنسان فان" أي "لا أ هو ب" تعني الفصل الكامل بين فئة الإنسان وبين فئة الكائنات الفانية ، بحيث لا يمكن أن يكون هناك أي عضو يجمع بين كون إنسانا وكونه فانيا أي" أ ب" معبر عنها بالجزء المظلل ، وبهذا يكون هذا الشكل تعبير عن الكلية السالبة.

الجزئية الموجبة:

"بعض الناس علماء" آو "بعض أ هو ب" ويتم التعبير عنها كما يلي:



الواضح من هذا الشكل أن هناك فردا واحدا على الأقل ، الظاهر في الشكل أعلاه بعلامة (*) في منطقة التقاطع بين الدائرتين الممثلتين للموضوع "الناس" والمحمول "علماء" ، هذا الفرد(*) يجمع بين كونه عضوا في الفئة أ و عضوا في الفئة ب معا أي أ ب.[1]

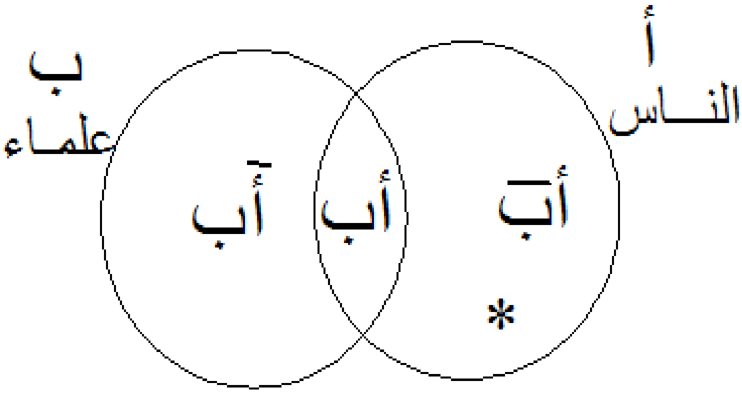
وطبقا للمثال المذكور سابقا فان القضية: " بعض الناس علماء" أو"لا أ هو ب" تعني أن هناك فردا واحدا على الأقل يجمع بين كونه عضوا في فئة الناس وعضوا في فئة العلماء في نفس الوقت وبهذا يكون هذا الشكل تعبيرا عن الجزئية الموجبة.

الجزئية السالبة:

" بعض الناس ليس علماء" أو " بعض أ ليس ب" ويعبر عنها بالرسم التالي:

---

[1] -IBID , P 196



يتضح من هذا الشكل أن هناك فردا واحدا على الأقل هو عضوا في الفئة أ وليس عضوا في الفئة ب الظاهرة بعلامة (*) في الشكل .[1]

وطبقا للمثال المذكور سابقا فان القضية "بعض لناس علماء" أو " بعض أ ليس ب" وتعني أن هناك فردا واحدا على الأقل الظاهرة في الشكل بعلامة"*" بالجزء من الدائرة والتي تمثل صنف الموضوع أ والموجود خارج دائرة صنف المحمول ب ، هذا الفرد يجمع بين كونه عضوا في فئة الناس وكونه غير عالم ، وبهذا يكون هذا الشكل تعبيرا عن الجزئية السالبة.

وهكذا نستنتج في النهاية أن اجتهاد **جون فن** لتمثيل القضايا الحملية ما هو إلا نتيجة مأخوذة من تفسيرات جورج بوول حول هذه القضايا بعد أن اتخذت المعاني التالية في لغة حساب الأصناف:

- **القضية** : كل أ هو ب = وتعني لا واحد من أ هو خارج عن ب
- **القضية** : لا أ هو ب = وتعني لا واحد من أ هو داخل ب
- **القضية** : بعض أ هو ب = تعني يوجد واحد على الأقل من أ هو ب
- **القضية**: بعض أ ليس ب = وتعني يوجد واحد مما هو أ هو لا ب.[2]

[1]-IBID , P 196
[2] -B.P.Bairan ,an introduction to syllogistic; p 195

ومن النظرة الصنفية لهذه القضايا نصل إلى أن هذه القضية الجزئية (الموجبة و السالبة) هي قضية وجودية لأنها تقرر وجود فرد واحد على الأقل ، بينما القضية الكلية (الموجبة و السالبة) فهي لا تقرر وجود أفراد. إذ هي قضية لا وجودية ، [1] بل صيغتها من صيغة القضايا الشرطية. [2]

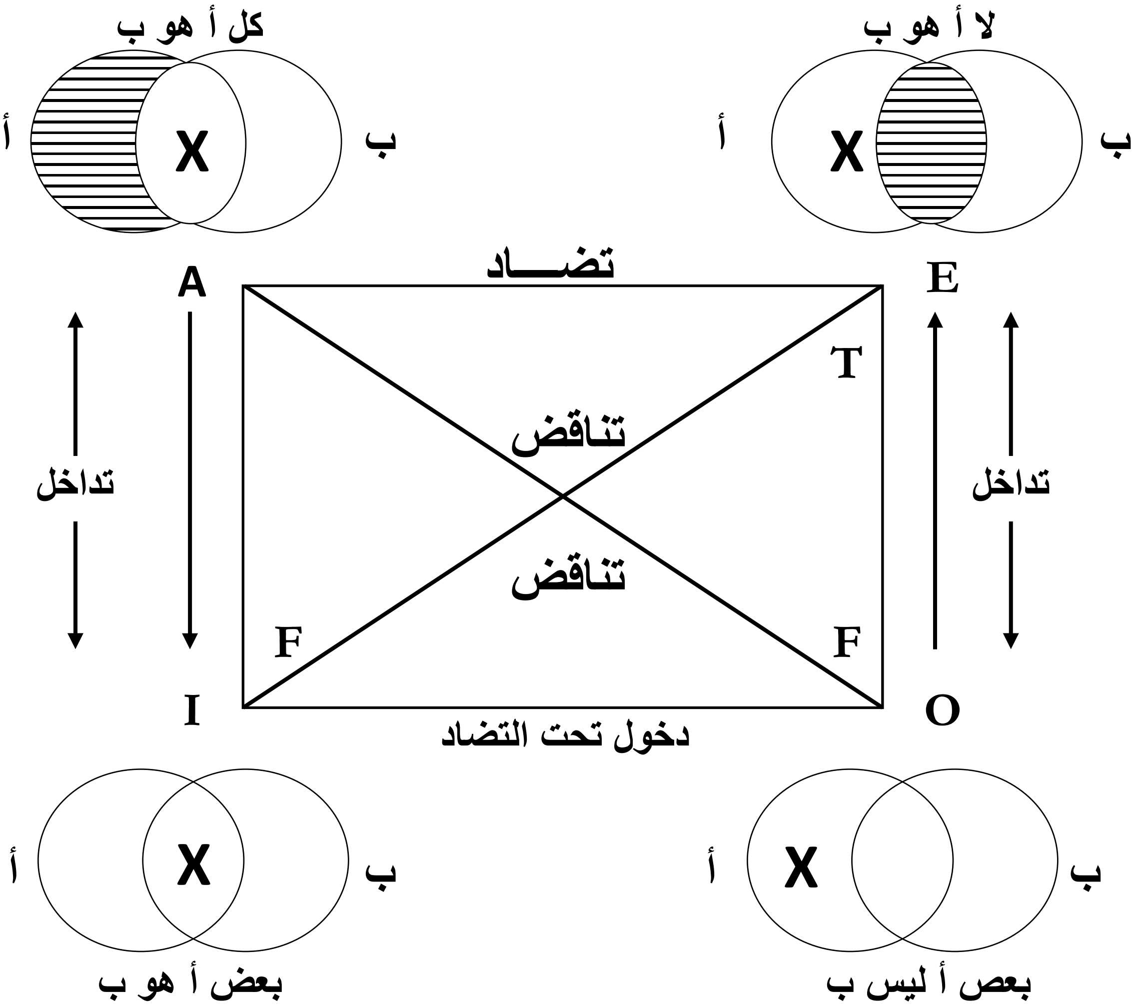
وما نلاحظه هنا انه قد ترتبت بعض النتائج عن هذا الفهم الجديد والتفسير الصنفي المعاصر لبوول لطبيعة القضايا الحملية، كان أهمها أنها بينت المواطن التي احفق فيها المنطق التقليدي من وجهت نظر التحليل المعاصر ، ونورد هنا احد أهم هذه النتائج في موضوع نظرية الاستدلال الصوري والاستدلال المباشر بصفة خاصة عن طريق التقابل بين القضايا و عن طريق العكس

قدم جورج بوول تفسيرا معاصرا لمربع القضايا التقليدي في وضعية آو هيئة تتفق مع تفسيراته لتلك القضايا المذكورة سابقا ، ونحن نعلم أن المنطق التقليدي كان يعبر عن طريقة التقابل الحملية الأربعة A.E.I.O بواسطة العلاقات الأربعة: التقابل بالتضاد Contradictiry التقابل بالتناقص Contrary التقابل بالدخول تحت التضاد Subconrary ، والتقابل بالتداخل subalternation. [3] وسبيلنا الان ليس التحدث عن وجهت النظر التقليدية ، وإنما الإشارة إلى أهم ما ترتب عن ترجمة هذا النوع من الاستدلال إلى لغة حساب الأصناف ، والمربع الأرسطي المعاصر الذي نحصله كنتيجة لتفسيرات بوول حول القضايا الحملية يمكن تمثيله في الرسم التالي :

[1]-IBID , P 193

[2]-محمد مهران ،مدخل إلي المنطق الصوري ، دار الثقافة للنشر والتوزيع ،كلية الآداب ،جامعة القاهرة ، 1994،ص163 .

[3] IBID,p p.199.198



[1]

ما يتضح من هذا الشكل أن كل العلاقات التي توضح علاقة التقابل القائمة بين القضايا الأربع في المربع التقليدي، قد توفرت من جديد.في المربع البوولي لكن بتفسير جديد، [2] وقد ترتب عن هذا التفسير المعاصر لمربع التقابل على أن المنطق التقليدي قد وفق في علاقة التقابل بالتناقض ، واخفق في باقي العلاقات الثلاث الأخرى، وحسب هذا لا تعتبر هذه الأنواع الثلاثة المتبقية صحيحة في ترجمتها إلى لغة حساب الأصناف إلا إذا كانت القضية تتحدث عن أفراد أي فئة ذات أعضاء وليست فئة فارغة. [3]

---

[1]-IBID, P.193

[2] محمد مهران،مدخل إلى المنطق الصوري،ص،180

[3] المرجع نفسه ،ص،.182،181.

1-علاقة التناقض:

القضية الكلية الموجبة غير متسقة مع القضية الجزئية السالبة ، فإذا صدقت إحداهما كذبت الأخرى والعكس صحيح ، والقضية الكلية السالبة غير متسقة مع القضية الجزئية الموجبة

2- التداخل :

وهنا لا يجوز أن نستدل على صحة القضية الجزئية (O.I) من صدق القضية الكلية (A.E)، فلا يجوز أن نقول بصدق بعض أ هو ب على أساس تسليمنا بصدق كل أ هو ب، إلا إذا كانت الفئة ذات أعضاء ، أما إذا كانت فئة فارغة فلا يجوز مثل هذا الاستدلال.[1]

3- التضاد:

وهذا الحكم في نظر التحليل المعاصر لا يكون صحيحا، إلا إذا كانت القضيتين المتضادتين فئة ذات أعضاء، وإذا كانت الفئة فارغة لكانت القضيتان المتضادتين متساويتين من حيث الصدق والكذب.

4- الدخول تحت التضاد:

إن القضيتين هنا وجوديتان : ولكن إذا كانت الفئة التي تدل عليهما فئة فارغة كانت القضيتين كاذبتين معا ، أما إذا كانت فئة ذات أعضاء فهي صحيحة تتفق مع المنطق التقليدي

- أما فيما يخص الاستدلال عن طريق العكس فيرى جورج بوول انه يمكن استخلاص بعض قوانين العكس من خلال إجراءات التحويل على القضايا على النحو التالي :

فبالنظر إلى قاعدة السلب(نقض) المحمول inverting، فتتحول القضية الكلية الموجبة كل أ هو ب والقضية الجزئية الموجبة بعض أ هو ب كالتالي:

A= (1- ب) {1- (1- أ) =0. وتقرأ كل ما لا ينتمي إلى ب لا لا أ.

O = ف = (1- ب) (1-(1- أ) . وتقرأ بعض ما لا ينتمي إلى ب لا لا أ.[2]

---

[1] محمد مهران،مدخل إلى المنطق الصوري، ص 182.

[2]- George Boole.MATHEMATICAL ANALYSIS OF LOGIC.. P 26

وبتطبيق نفس القاعدة (نقض المحمول) يمكن تحويل القضية الكلية الموجبة A إلى القضية الكلية السالبة E في الصورة : أ(1- (1- ب) =0

وبأخذ القضيتين :

A: كل أ هو ب ، أ(1- ب)=0

E: بعض أ هو ب، أ × ب =0

وبضرب طرفي المعادلتين في السور الوجودي (بعض)المرموز له بالحرف: v (ف) فنحصل على:

A: ف× أ ×(1- ب)= 0 ،وتقرأ بعض أ هو ب

E: ف× أ ×ب =0 ، وتقرأ بعض أ ليس ب

وبناءا على ما سبق يمكن استخلاص بعض قوانين العكس:

1. القضية الموجبة يمكن تحويلها إلى سالبة التي توافقها : A إلىE و I إلىO
2. القضية الكلية يمكن عكسها إلى جزئية توافقها : A إلى I وE إلىO
3. في القضية الجزئية الموجبة أو في القضية الكلية السالبة تقبل حدودهما تبادل المواضع فعلى سبيل المثال يمكن صياغة حسب القاعدة رقم (1)

تحويل القضية: " كل أ هو ب " إلى لا واحد مما هو" أ "وهو من بين " **لا ب**."

وحسب القاعدة رقم (3) يمكن تحويل القضية : لا واحد من بين" لا ب" هو من بين أفراد " أ " ، تحول إلى "كل ما هو لا ب هو لا أ" . [1]

3-2) حساب الأصناف والقياس التقليدي

اشرنا في مدخل هذا الفصل أن حساب الأصناف يمثل من الناحية التاريخية الصورة الأولى للمنطق الرمزي وان جذوره ضاربة في المنطق التقليدي في نظرية القياس الأرسطية، لكن إذا حاولنا تناول نظرية القياس التقليدية في إطار المصطلح الرمزي لحساب الفئات أي الأصناف

[1]-IBID , P 29

بصورته الحديثة فستكتشف لنا أوجه الاختلاف بين النظريتين، وهنا لا بد من تذكير بعض المعلومات حول الاقيسة التقليدية لتوضيح العلاقة بينهما وبين حساب الأصناف ،ونحن نعلم أن أرسطو وضع الاقيسة الحملية و حدد لها بعض الشروط العامة منها:

1)- يجب أن يحتوي القياس على ثلاث حدود :

حد أكبر و جد أصغر و حد أوسط بحيث يقوم إحداهما من الحد المتوسط بمثابة الجزء من الكل.

2)- يجب أن تكون الحدود أو المقدمات التي يتألف منها القياس كلية لا حدود شخصية ، ذلك أن القياس الحملي قياس برهاني للعلم . و العلم الكلي، كما يجب أن تكون إحدى هذه المقدمات موجبة، فالقياس الذي لا يشتمل على قضية كلية و أخرى موجبة لا ينتج شيئا. [1]

و في ترجمة القياس إلى لغة حساب الأصناف ، فان هذه الترجمة قد خرجت عن بعض قواعد القياس التقليدي ، فالقاعدة التي تشترط أن تكون الحد الأصغر موضوع النتيجة و الحد الأكبر محمولها فان الترجمة الجديدة لا ترى ضرورة في مراعاة هذه القاعدة ، بل تأخذ النتيجة هنا التي يكون حكمها أعم و التي يحكمها الاستدلال لبنية المقدمتين إذ أن هذه البنية مسألة حيادية في تقرير النتيجة ، و هذا ما يتوافق مع طريقة تعبير جورج بوول عن صِيغ القضايا التي يتألف منها القياس التقليدي و صياغتها من الصورة استدلالية إلي لغة جبرية صنفية. [2]

– وبما أن كل قياس حملي يتكون من ثلاث حدود أي ثلاث قضايا و هو ما كان المنطق القديم يطلق عليه بالحد الأكبر و الحد الأصغر و الحد الأوسط ، إذا يجب أن يمثل أي قياس حملي مبدئيا بثلاث أصناف (فئات) بحيث أن :

X أي (أ) تمثل الحد الأكبر ،و Z أي(جـــ) تمثل الحد الأصغر ،وY أي(ب)تمثل الحد الأوسط، ولما كان القياس مكونا من مقدمتين و نتيجة أي ثلاث قضايا ،فان به ثلاث علاقات

---

[1]-أرسطو . أنالوطيقا الأولى أو كتاب القياس ، ص 151 .

[2]-Gillot Frédéric ,Algebre et logic ,D'apres les textes originaux de G.Boole et W.S.Jeovons, library scientifique blanchard , paris 1962,p p 35.36.

تنشأ بين حدي أو فئتي كل قضية.[1] و يمكن أن نعرض لبعض الأمثلة في كيفية صياغة جورج بوول الجبرية الصنفية للقياس الحملي كالتالي :

المثال الأول :

كل ب هو أ   ب× (1- أ)= 0   أو   ب = ف أ .

كل ب هو جـــ   ب× (1- جـــ)= 0   أو   ب = (1- جـــ)

∴إذا بعض أ هو جـــ $\overline{ف\ أ\left(1 - جـ\right) = 0}$

المثال الثاني :

و في هذا المثال لا تتحدد نتيجة القياس طبقا لقواعد أرسطو ، ويظهر هذا كمايلي :

لآ ب هو أ   أ×ب = 0   أ×ب=0

لآ جـــ هو ب   جـــ ×ب=0   ف× (1- جـــ)= ب

ف× (1- جـــ) ×أ=0.[2]

أما في موضوع الاقيسة الشرطية فنجد لدى بوول صورتان متجانستان له و هما : في حالة إثبات المقدم ، و في حالة نفي التالي.

1) **حالة إثبات المقدم :**

- إذا كانت **س** هي ع ، فان **د** هي هـــ
- لكن **س** هي ع
- إذا **د** هي هـــ

2) **في حالة النفي التالي :**

- إذا كانت **س** هي ع ، فان **د** هي هـــ
- لكن **د** ليست **هـــ**

---

[1]-IBID , P .35.36

[2]-IBID , P 36

- إذا **س** ليست ع

إذا عوضنا القضايا **س** هي ع ، و **د** هي **هــ** بالرموز أ و **ب** على الترتيب فتكون الصور القياسية السابقة من الشكل الأتي : [1]

1)**حالة إثبات المقدم :**

إذا كانت أ صحيحة فان **ب** صحيحة .

لكن أ صحيحة إذا **ب** صحيحة.

وفي حالة صدق القضية أ نأخذ الرمز (أ)

و في حالة كذب القضية أ نأخذ الرمز (1- أ). [2]

وبنفس الطريقة نتعامل مع أية قضية أخرى ب ، جــ ..الخ و بأخذ مختلف الحالات الممكنة لقضيتي القياس السابق فنجد أن :

1-أ صحيحة و ب صحيحة ، أ × ب

2-أ صحيحة و ب خاطئة ، أ × (1- ب)

3-أ خاطئة و ب صحيحة ، (1-أ) × ب

4-أ خاطئة و ب خاطئة ، (1- أ)× (1- ب). [3]

و في التعبير عن القضايا الشرطية نعتبر القضية أ صادقة ، و الرمز (1- أ) هو رمز يشير إلي كذب القضية أ. أي (1- أ) = 0 او تكتب من الصيغة : أ =1 ،و إذا اعتبرنا أ قضية كاذبة يكون رمزها هو أ = 0 .

و إذا كان لدينا قضيتان أ ، ب قضيتان صادقتان معا ، تكون صورة معادلتهما : أ×ب=1 ، و في حالة كذبهما معا تكون صورتهما كالتالي:

(1- أ)× (1- ب)= 1

---

[1]-IBID , P 48

[2]-IBID , P 49

[3]-IBID , 50

– وفي حالة إذا كانت أ إما صادقة أو ب صادقة و هو ما يعني أن لآ تكونا كاذبتين معا .

تكون صورتها الرمزية هي : (1– أ)× (1– ب)= 0 أو (أ + ب)– (أ×ب) = 1

و في التعبير عن القضية إما أ ليست صادقة ،و إما ب ليست صادقة بدون معنى الفصل القوي .

تكون الحالات الممكنة كالتالي :

إما أ× (1– ب) أو ب× (1– أ)× (1– ب)

و بالجمع ينتج : أ× (1– ب) + ب ×(1– أ) + (1– أ) ×(1– ب) = 1

وبحل المعادلتين يكون الناتج هو : أ×ب = 0 .[1]

أما في حالة التعبير عن القضايا الشرطية المتصلة فيكون كالتالي: لدينا التعبير: "إذا كانت أ صادقة ،فان ب ليست صادقة. وتكتب صيغتها الرمزية من الشكل: أ× (1– ب) = 0

وإذا كانت القضية من التعبير : "إذا كانت أ صادقة فان ب ليست صادقة" ،فتكتب معادلتها من الصورة: أ× ب = 0.

ومما سبق يمكن أن نلاحظ أن التعبير" إما أ ليست صادقة وإما ب ليست صادقة" مكافئ للتعبير" إذا كانت أ صادقة فان ب ليست صادقة " من الصورة: (1– أ)× ب = 0 وقد ترتب عن هذه الصورة بعض النتائج:

النتيجة الأولى:

أ–2 × أ × ب +ب = 0 ، وتتضمن معنى الفصل القوي والتي تعني إما أ صادقة وإما ب صادقة ، ولكن إذا ما عوضنا أ =1 في المعادلة السابقة فنحصل على:

1–2ب + ب = 0 وبالتالي : ب=0 أي كاذبة، وإذا ما عوضنا أ=0 في المعادلة السابقة فنحصل على: 0–2ب + ب = 0 وبالتالي ب =1 أي صادقة .[2]

ومن الأمثلة لصياغة جورج بوول للاقيسة الشرطية المنفصلة نذكر ما يلي :

---

[1]-IBID , P 51

[2]-IBID , P 55

أ) الفصل الاستعبادي :

مثلا: إما أ صادقة وإما ب صادقة　　أ + ب−2 × ب = 1

لكن أ صادقة　　أ =1

إذن ب ليست صادقة　　∴ب = 0

ب)الفصل الغير الاستعبادي:

مثلا: إما أ صادقة وإما ب صادقة　　أ+ب − أ×ب = 1

لكن أ ليست صادقة　　أ =0

إذن ب صادقة　　∴ ب = 1.[1]

أما تمثيله لصياغته الاقيسة الشرطية المتصلة فهو كالتالي :

أ) في حالة إثبات المقدم:

إذا كانت أ صادقة فإن ب صادقة　　أ×(1− ب)=0

لكن أ صادقة　　أ=1

إذا ب صادقة　　∴ب = 0 أو (1 − ب) = 0

ت)في حالة نفي التالي:

إذا كانت أ صادقة فان ب صادقة　　أ×(1− ب)=0

لكن ب ليست صادقة　　ب = 0

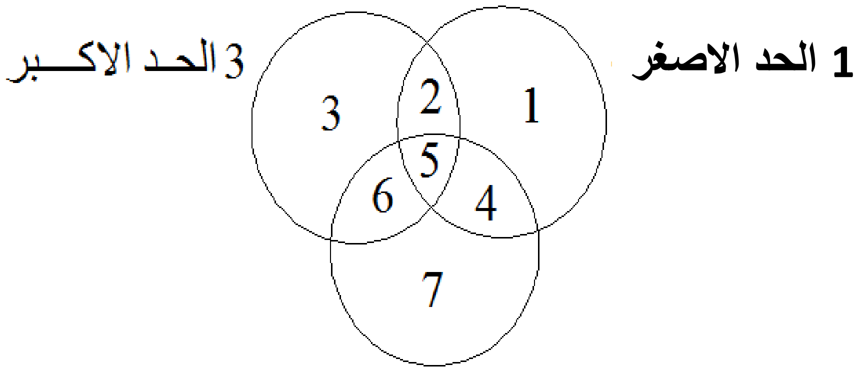
إذا أ ليست صادقة　　∴ أ = 0 .[2]

و الان بعد تحديدنا للطريقة التي تتبع في ترجمة الاقيسة التقليدية إلى لغة جبر الأصناف ، سننتقل إلى اختبار صحة أو عدم صحة بعض الاقيسة الحملية التقليدية بواسطة أشكال **فن.**

---

[1]-IBID , P 56
[2]-IBID , P 56

بما أن لقياس الحملي يتكون من ثلاث حدود أو ثلاث أصناف فان تحديدها والتعبير عنها بواسطة أشكال فن يقتضي تمثيلها بثلاث دوائر، بحيث أن كل دائرة تمثل الأصناف الثلاث أو الحدود الثلاث : الحد الأوسط - الحد الأصغر– الحد الأكبر مرقمة على التوالي 1-2-3 وتمثيلها بيانيا يكون كالتالي: [1]



يشير الرقم(1) إلى الدائرة الخاصة بالحد الأوسط ويتكون من القطع (4-5-6-7) ، ويشير الرقم (2) إلى الدائرة الخاصة بالحد الأصغر وتتكون من القطع (1-2-4-5) ، أما الرقم (3) فيشير إلى الدائرة الخاصة بالحد الأكبر وتتكون من القطع (2-3-5-6)

أما بالنسبة إلى كيفية اختبار صحة أو عدم صحة الاقيسة الحملية التقليدية بواسطة أشكال فن ، فيكون القياس الحملي صحيحا إذا وفقط إذا رسمت المقدمتان ارتسمت النتيجة تلقائيا ، ويكون القياس الحملي غير صحيح إذا وفقط إذا كلما رسمت المقدمتان لم ترتسم النتيجة .[2] -ويمكن أن نوضح ذلك من خلال الأمثلة التالية :

- المثال الأول:

---

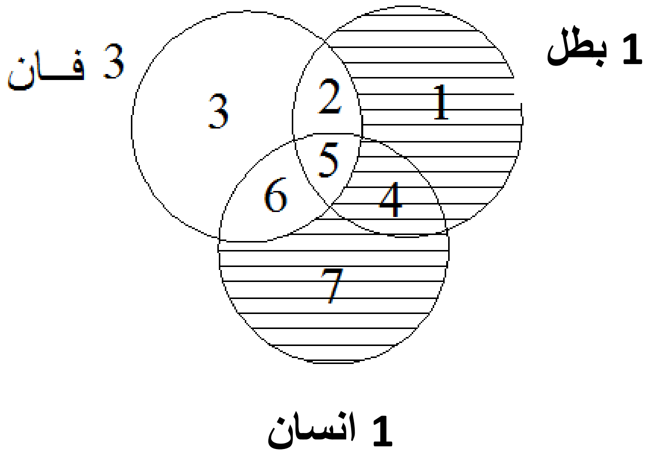
[1]–أحمد موساوي ، مدخل جديد إلي المنطق المعاصر ،.ص 14 .15 .

[2]–المرجع نفسه. ص .38 39 .

كل انسان فان

كل بطل انسان

∴ كل بطل فان



نلاحظ هنا إن القياس يضم مقدمتين كليتين موجبتين ، وعليه فان رسمهما ينبني على القاعدة الخاصة برسم الكلية الموجبة .أما بالنسبة إلى النتيجة :"كل بطل فان" ، فنلاحظ إن الجزء من دائرة الموضوع وهو (1) الموجود خارج دائرة المحمول مخطط ،و عليه فان النتيجة ارتسمت تلقائيا برسم المقدمتين وبناءا على هذا فان القياس صحيح.[1]

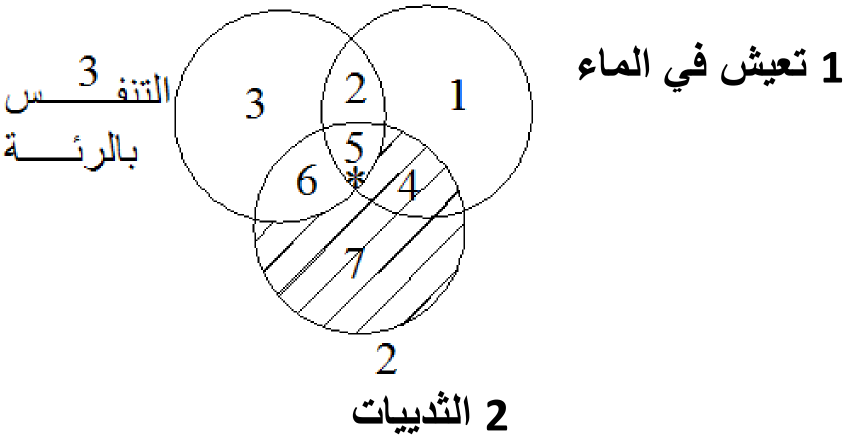
المثال الثاني:

كل الثدييات تتنفس بالرئة

بعض الثدييات تعيش في الماء

∴ بعض من يعيش في الماء يتنفس بالرئة

[1]– أحمد موساوي ، مدخل جديد إلي المنطق المعاصر،ص،40



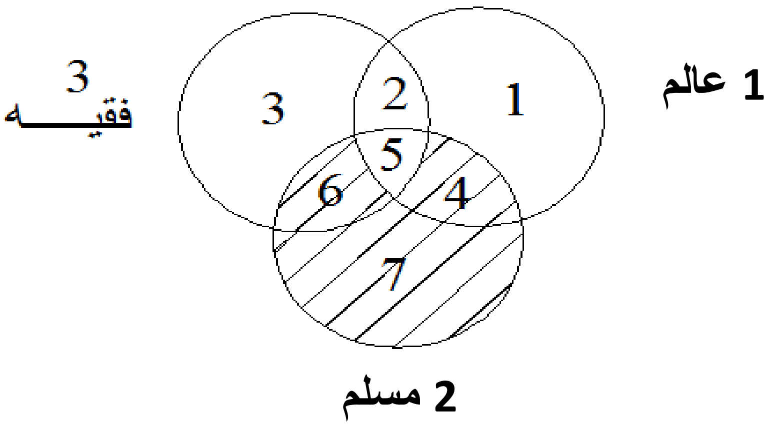
نلاحظ هنا أن القياس يضم مقدمتين ، المقدمة الكبرى كلية موجبة والمقدمة الصغرى جزئية موجبة .وعليه فان رسمهما يكون وفقا للقاعدة الخاصة بكل واحدة منهما ، أما النتيجة" بعض من يعيش في الماء يتنفس بالرئة" فنلاحظ وجود علامة (*) في الجزء المشترك بين الموضوع والمحمول وعليه ارتسمت النتيجة برسم المقدمتين وبناءا على هذا فان الاستدلال صحيح.

المثال الثالث:

كل مسلم فقيه

كل مسلم عا لم

∴ بعض الفقهاء علماء



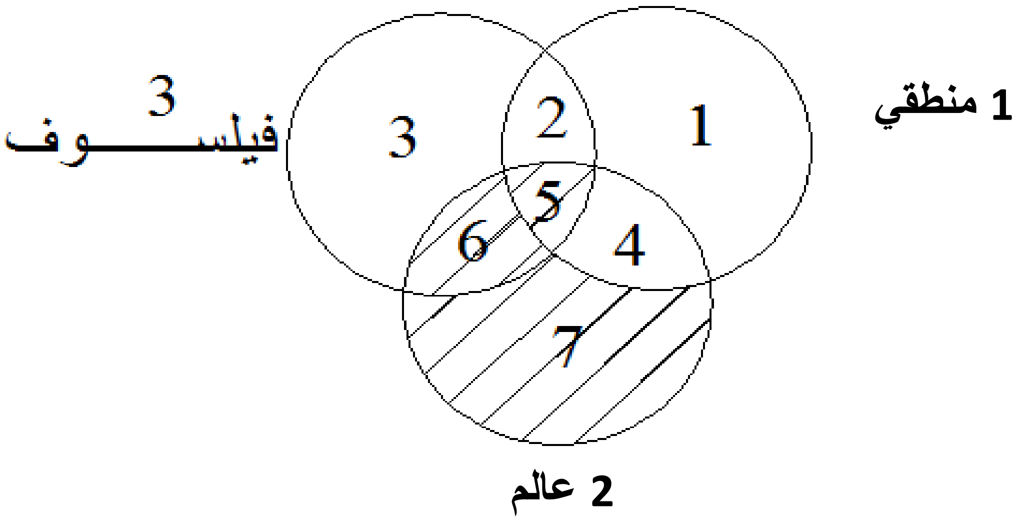
نلاحظ هنا أن هذا القياس يضم مقدمتين كليتين موجبتين وعليه فان رسمهما يكون طبقا للقاعدة الخاصة بالكلية الموجبة ، أما النتيجة "بعض الفقهاء علماء" وهي جزئية موجبة، فيجب أن توجد في الرسم علامة (*) في الجزء المشترك بين الموضوع والمحمول أي في الجزء رقم (6) . وبما أن الرسم لا يحتوي على هذه العلامة ، اذن النتيجة لم ترتسم برسم المقدمتين . وعليه فان هذا القياس غير صحيح.[1]

المثال الرابع:

لا عالم فيلسوف

كل عالم منطقي

∴ بعض المناطقة ليسوا فلاسفة



يضم هذا القياس مقدمة كبرى كلية سالبة ، ومقدمة صغرى كلية موجبة وعليه يكون رسمها طبقا للقاعدة الخاصة بكل واحدة منهما .إما النتيجة" بعض المناطق ليسوا فلاسفة" وهي جزئية سالبة ،فيجب أن توجد في الرسم علامة (*) في الجزء من الموضوع الموجود خارج دائرة

[1]– ، أحمد موساوي ، مدخل جديد إلي المنطق المعاصر ص .42 . 47 .

المحمول، أي الجزء رقم (1) وبما أن الرسم لا يحتوي على علامة (*) .إذن النتيجة لم ترتسم برسم المقدمتين ، وعليه فان هذا القياس غير صحيح. [1]

يؤدي بنا التحليل السابق لنظرية القياس التقليدي إلى لغة حساب الأصناف إلى بعض النتائج منها انه يمكن أن تترجم حدود القياس الحملي إلى أصناف على أساس أن كل حد يمكن النظر إليه من جهة ما صدقية ، ومن جهة مفهوميه . وبهذا نستطيع القول أن كل حد من حدود نظرية القياس هو صنف class ولكن العكس غير صحيح لن الصنف الفارغ لا وجود له من نظرية الحدود عند أرسطو .

أما النتيجة التي ننتهي إليها من ناحية التحقق من صحة الاقيسة الأرسطية بواسطة أشكال فن. فيمكن القول ليست كل الاقيسة التي اعتبرها أرسطو منتجة هي صحيحة بالنسبة إلى أشكال **فن.** فقد تبين لنا أن الضرب DARABTI من المثال الثالث ، والضرب FELABTON من المثال الرابع وهي اضرب كانت لها نتيجة جزئية صادرة عن مقدمتين كليتين هي غي صحيحة وغير منتجة بالنسبة إلى التحليل المعاصر ويرجع هذا إلى أن أرسطو لم يكن ينظر إلى الكلية والجزئية على أساس أنهما مختلفتان من الناحية الوجودية .وهذا ما بينه التحليل المنطقي المعاصر الذي يقوم على أساس أن الجزئية لها دلالة وجودية .أما الكلية فهي عبارة عن فرض عام ليس لها دلالة وجودية ،وبناءا على هذا التحليل المعاصر لا نستطيع الانتقال منطقيا من الفرض إلى التقرير الوجودي. [2]

4)حساب الأصناف في صورة نسق استنباطي :

اشرنا عند عرض المصطلح الرمزي لنظرية حساب الأصناف إلى الأفكارالأساسية التي تعتمد عليها النظرية، ثم أتبعنا ذلك بمجموعة تعريفات لإجراءات السلب والوصل والفصل والزوم والتكافؤ والاحتواء ،مما يؤلف مقدمة للنسق في حساب الأصناف وقد حاول جيوفتر

[1]- أحمد موساوي ، مدخل جديد إلي المنطق المعاصر ،ص 49.

[2]- المرجع نفسه، ص48 .54 .55 .

وليم ستانلى Jvouns William و بيرس Peirce (1839-1914) و شرودر Shroder وهنتنجتن Huntington تطوير منطق بوول في نواحٍ مختلفة بالتصحيح والتعديل والإضافة، كما حاولوا إقامة نظرية الأصناف في صورة نسق استنباطي. لكن ما يلاحظ على هؤلاء جميعا أنهم كانوا يكتبون نظرياتهم المنطقية على نموذج جبري إذا ما قيست بجهود فريجه وبيانوا، كما أفاد **راسل** أيضا من مواقف هؤلاء في اقامة نظرية حساب الأصناف على أساس نظرية حساب القضايا ثم تطويرها في صورة حساب منطقي كنسق استنباطي.[1]

وهكذا وان جعلنا من كتاب – برنكيبيا– مصدرا لبيان هذا النسق سنلاحظ أن حساب الأصناف كنسق استنباطي ينبني على ثلاثة أفكار أولية ، اخذ راسل الفكرة الأولى والثانية عن بيانوا و أضاف هو الثالثة ، وهي : الصنف (الفصل) ، عضوية الفرد في الصنف ، ودالة القضية ، والواقع أن هذه الأفكار الأولية ليست خاصة بحساب الأصناف ،و إنما تستند إلي الأفكار الأولية لحساب القضايا،[2] وان تخطينا مجموعات التعريفات والقوانين والمبادئ الخاصة بنظرية الأصناف التي سبق وان اشرنا إليها، وجدنا مجموعة المصادرات التي وضعها هنتنجتن ونقلها عنه راسل و وايتهد.[3] وصاغها كما يلي :

22.37 أ ∪ ب ∈ فئات

22.36 أ∩ب∈ فئات

24.24 أ∪Λ = أ

24.26 أ∩V=أ

22.57 أ∪ب=ب∪أ

22.51 أ∩ب=ب∩أ

22.69 (أ∪ب)∩(أ∪جـــ) = أ∪(ب∩جـــ)

[1]–د–محمود فهمي زيدان .المنطق الرمزي نشأته و تطوره ، ص ص 254. 255 .

[2]–برتراند راسل ، أصول الرياضيات ، ج1 ، ص.52 .

[3] - WHITHED AND RUSSELL. PRINCIPIA MATHEMATIC . P205

22.69 (أ⋂ب)U(أ⋂جـــ) = أ⋂(بUجـــ)

22.68 أ⋂-أ=Λ

24.21 أU-أ=V

24.1 Λ≠V .[1]

هذا و يصوغ راسل مجموعة من المبرهنات تؤلف مع مجموعة من التعريفات و المصادرات نسقا منطقيا يتسم بالترابط و الاتصال ، و لا تتوقف سبل المبرهنة على إحدى المبرهنات عند حدود نظرية حساب الأصناف ، بل يستعين راسل و وايتهد ببعض القواعد و مبادئ و مبرهنات حساب القضايا ، و سنعرض الان بعض المبرهنات الخاصة بحساب الفئات كما يلي:

22. 1 أ←ب ≡ (س∈أ)← (س∈)

22. 2 أ⋂ب = س(س∈أ).(س∈ب)

22. 3 أUب= س(س∈أ) V (س∈ب)

22. 31 ~أ = س(س~∈أ)

22. 32 أ ~ب = س(س∈أ).(س~∈ب)

22.33 س∈(أ⋂ب) ≡ (س∈أ).(س∈ب)

22.34 س∈(أUب) ≡ (س∈أ)V(س∈ب)

22.35 س∈~أ ≡ س~∈أ

22.351 ~أ ≠ أ.[2]

22.8 ~(~أ) = أ

[1]-IBID , P 206

2 محمد محمد قاسم ،نظريات المنطق الرمزي (بحث في الحساب التحليلي و المصطلح)،ص 331،300

22.81 أ⟵ب ≡ ~ب⟵~أ

22. 82 (أ⋂ب)⟵ جـ ≡ ((أ ~جـ)⟵ ~ب)

22. 83 (أ = ب) ≡ (~أ = ~ب)

22. 83 (أ = ~ب) ≡ (ب = ~أ)

22. 84 ~(أ⋂ ب) =(~أ V ~ب)

22. 85 (أ ⋂ ب) = ~(~أ V ~ب)

22. 86 ~ (~أ ⋂ ~ب) = (أ U ب)

22. 87 ~أ ⋂ ~ب = ~(أU ب)

و المبرهنات 22. 84 ، 22. 85 ، 22. 86 ،22. 87 . هي صيغ دي مورجان

22. 88 (س) س ∈(أU~أ) قانون الثالث المرفوع

22. 89 صيغ قانون عدم التناقض : (س) هـــ ~ ∈(أ⋂~ أ)

22. 9 ((أ U ب)~ ب) = (أ ~ ب)

22. 9 (أبU) = (أU(ب ~أ)). [1]

أما فيما يخص عملية البرهنة في نسق حساب الأصناف وصياغتها علي نموذج نسق حساب القضايا ، فيمكن توضيحها بالبرهنة التي قد قدمها راسل ووايتهد علي إحدى المبرهنات المذكورة سابقا . و لتكن المبرهنة: (أ U (ب ~ أ)).

- **البرهان :**

بالرجوع إلي القضية الصادقة [5. 63] من نسق حساب القضايا ذات الصيغة :

قVل ≡ قV (~ق.ل).

و إذا استبدلنا (سU أ) محل (ق)، و (س∈ب) محل (ل) ينتج أن :

1- IBID , P 211

(س∈أ) V (س∈ب) ≡ ((س∈أ) V ((س∈ب).(س~ ∈أ)) ....(1)

- و تنص القضية [34 .22] علي أن :

س∈ (أU ب) ≡ (س∈أ) U (ب ~ أ) ....(2).

ولما كانت القضية [11 .10] من نسق حساب القضايا تنص علي أن أي فرد ينتمي إلي فئة يصدق علي كل الأفراد هذه الفئة . و بالإضافة الي ما تنص عليه القضية [43 .20] نحصل علي : أ = ب ≡ س∈أ ≡ س∈ب ....(3)

وعليه بالنظر في (1) و (2) و (3) ، وبحذف الأطراف المتشابهة من الصيغة [س∈] فينتج :

(أ U ب) = (أ U (ب ~ أ).[1]

- وبهذه الطريقة واصل راسل و وايتهد في وضع نظرية الأصناف في نسق استنباطي أي علي نموذج النسق الاستنباطي لحساب القضايا و يظل يمضي بعدها في تقديم النظريات و البرهان عليها .

و هكذا نستنتج من التحليلات السابقة أن نظرية حساب الأصناف هي ثاني نظريات الحساب المنطقي ، وتقوم أساسا علي افتراض توزيع الأشياء إلي لفئات ، أما العلاقات القائمة بينها فتتخذ حيالها عدة إجراءات و عمليات شبيهة بالعمليات الرياضية كالجمع و الضرب و الطرح و القسمة ، ويرجع الفضل إلي جورج بوول على غرار المحاولات السابقة في إدخال هذه القوانين و الرموز الجبرية في المنطق و صياغتها صياغة صحيحة معلنا عنها في نظرية حساب الأصناف، وان كانت التماثلات بين القوانين الجبرية و بين القوانين المنطقية لا تتطابق في كل الأحوال.

وبهذا نفهم أنه بالإمكان فعلا النظر إلي جبر بوول كشكل جديد لحساب الأصناف فقد تمكن من صياغة مختلف العمليات الجبرية صياغة منطقية – صنفية–، كان أهم ما ترتب عنها

---

[1]- محمد محمد قاسم،نظريات المنطق الرمزي(بحث في الحساب التحليلي و المصطلح)،ص،331.

توضيح لأهم العلاقات التي يمكن أن تنشأ بين الأصناف، و بالرغم من هذا فان تصور بوول الجديد و صياغته الصنفية كانت صياغة شكلية لا ضمنية ، وبالرغم أيضا من أن معظم القوانين و قواعد حساب الأصناف مستنبطة من قوانين و قواعد حساب القضايا إلا أن التشابه بين النظريتين لا يعني التطابق لأن الأصناف ليست قضايا .

وقد التمسنا بصفة خاصة وواضحة هذه الملاحظة فيما يتعلق بعمليتين الجمع و الضرب المنطقيين هذا من جهة، ومن جهة أخري بالنظر لما عرضه بوول في حسابه التحليلي للأصناف فهناك قوانين يختل فيها التماثل بين الجبر و المنطق ، فجبر الأصناف يتميز عن الجبريات العددية بقانون خصوصي للضرب $x = x^n$ و بقانون خصوصي للجمع $x = x+x$ ، ومعنى هذا أن القوانين التي تدير الجبر العادي المألوف تخصه هو فقط، ولكن طبقا لما عرضه بوول لابد من فهم الجبر بحيث يمكن ان تنطبق قوانين الجبر العادي علي مجالات أخري وذلك بشرط التخلي عن بعض قوانينه الخاصة و تعويضها بقوانين أخري في ميادين أخري ،و علي أساس هذه الفكرة تقدم بوول بوضع حسابه المنطقي .

كما قدم مفاهيم جديدة كان أبرزها مفهومه حول الصنف الكلي الشامل المرموز له بالواحد الصحيح (1)، و الصنف الفارغ ، صنف اللاشيء المرموز له بالصفر(0)، .كان أهم ما ترتب عن هذه المفاهيم الجديدة أن سمحت باختبار صحة القضايا الحملية و الاقيسة التقليدية في ظل نظرية حساب الأصناف و توضيح العلاقة بينهما ، و قد اعتمدت عملية ترجمت القضايا و الاقيسة التقليدية علي عدة طرق أشهرها و أحسنها طريقة الرسومات و الأشكال و البيانية عند **جون فن** ،و قد ترتب عن هذا التفسير و التحليل المعاصر أن بين و كشف عن المواطن التي أخفق فيها المنطق التقليدي كان أهمها أن كل العلاقات التي توضح علاقة التقابل القائمة بين القضايا الحملية في المربع التقليدي ، قد توفرت من جديد في التحليل المعاصر لكن بتفسيير جديد.

وقد ترتب عن هذا التفسير المعاصر لمربع التقابل، علي أن المنطق التقليدي قد وُفق في علاقة التقابل بالتناقض و أخفق في باقي العلاقات الثلاث الأخرى فهي لا تعتبر صحيحة في ترجمتها إلي لغة الحساب الأصناف إلا إذا كانت القضايا تتحدث عن الأفراد وأعضاء و ليست فئة فارغة و هذا بخصوص القضايا، أما بالنسبة للموضوع القياس و ترجمته إلي لغة صنفية فقد ترتب عنه بعض النتائج أهمها أنه يمكن أن تترجم حدود القياس الحملي إلي أصناف علي أساس أن كل حد يمكن النظر إليه من جهة مفهومية ومن جهة ما صدقيه و لكن العكس غير صحيح فلا يمكن أن نعتبر كل صنف هو حد من حدود نظرية القياس ، ذلك أن مفهوم الصنف الفارغ الذي تقوم عليه نظرية الأصناف كمفهوم أساسي لا وجود له في نظرية الحدود عند أرسطو ،أما بخصوص صحة الاقيسة فقد بين التحليل المعاصر نسبتيها فليست كل الاقيسة المنتجة هي صحيحة في لغة حساب الأصناف .

خاتمـــة :

وهكذا كان الغرض الرئيسي الذي حاولنا جاهدين أن نصل إليه هو: تحديد المقصود بمفهوم الحساب المنطقي، وتحديد الخصائص العامة لهذا الحساب، مع حصر نوعين فقط من أنواعه و هما: حساب القضايا ، وحساب الأصناف في المنطق المعاصر، مع بيان طبيعة موضوع كل نوع و تحديد نسبة التداخل بينهما،وقد قادنا هذا الغرض بطبيعة الحال إلى البحث عن جذور هذه الحسابات في المنطق القديم بشقيه الأرسطي و الرواقي،ومن ثم التطورات المعاصرة لهذه الحسابات و ما لعبته من دور كبير في تأسيس أنواع أخرى من الحسابات والأنساق المنطقية المتعددة ، وقد ترتب عن ذلك مجموعة من النتائج يمكن حصرها كالآتي :

1 - يمثل الحساب المنطقي لغة رمزية دقيقة تبدأ من رموز أولية وقواعد وتعريفات كما يقوم على مجموعة من البديهيات والقواعد التحويلية و الاستنتاجية التي تؤلف أبجدية اللغة الرمزية لكل حساب منطقي لتعين صيغ صحيحة البناء و البرهان عليها، مما يساعد في الانتقال بالعملية المنطقية من مرحلة صياغة الاستدلالات إلى مرحلة الحساب .

2 - بالرغم من تحقق المثل الأعلى في رد الاستدلال إلى حساب مع ليبنتز عن طريق تعميم و تهذيب فكرة الحساب نفسها ليشمل في الأخير على أنواع أخرى من الحسابات كالحساب الاستدلالي، و ذلك باستخدام أسلوب الصورنة و التدوين الرمزي، إلا أنه لم يتوصل في محاولاته على غرار المحاولات السابقة على الحساب المنطقي ، لكن بفضل الجهود المطورة لهذا الاتجاه فقد تجاوزته إلى الفصل التام بين الحساب كعمل مقنن على الإشارات ، و تأويله الحدسي و من ثم تقديم الحساب المنطقي في صورة نسقية ، فتوصل فريجه إلى حساب القضايا، و توصل جورج بوول إلى حساب الأصناف إلى غير ذلك من أنواع الحسابات المنطقية.

3- بالرغم من التطورات التي شهدها الحساب المنطقي في الفترة الحديثة و المعاصرة إلا انه لم يصر بعد حسابا خالصا و لا نسقا خاليا من كل حدس ، و يبدو أنه قد وقع التراجع والتطور فقط بمقدار درجة في الحدس ، فكان الانتقال من حدس عددي إلى حدس منطقي ومعنى هذا

أن الحساب المنطقي مازال مرتبطا بذات التأويل الذي دعا إلى إنشائه وهو الحدس ، وحتى لو فرضنا أن إبعاد الحدس من الحساب المنطقي أمر ممكن ، فإننا نجد ظهوره من جديد مع ما يسمى اليوم في المنطق المعاصر بالأنساق الصورية و التي تمثل أعلي درجات الصورنة ، و من هنا **نستنتج** نقطة أساسية وهي أن وضع و ممارسة أي حساب منطقي لا يعرف له أي تأويل في الميدان المنطقي أو في الميدان الرياضي، يفترضان في ذهن المنطقي نشاطا عقليا يخضع لقوانين و تصورات حدسية معينة.

4 – إذا كان المنطق المعاصر قد تمكن من إلحاق الاستدلال بالحساب في صورته الموسعة – الحساب الاستدلالي–، و من ثم تكوين حسابات منطقية متخصصة، إلا أنه ينبغي تدقيق النظر قبل الموافقة على مثل هذا التشبيه، فانطلاقا من تحليلاتنا ، فإننا نسجل أن هذا التشبيه لا يليق إلا في حالة الاستدلال المثالي ، أي الاستدلال البالغ منتهى الدقة و الصورية والخالي من كل حدس، ومن ثم فإننا نتحدث عن عرض تشبيهي فقط ، الأمر الذي يؤكد أن **الاستدلال ليس حسابا**. فمادمنا ننتقل من الاستدلال إلى الحساب بتغير الصورة ، فهذا لا يعني أن الاستدلال هو حساب بل يعني أنه متميز عنه، ،وفي هذه الحالة فان الدراسة التاريخية للحساب المنطقي تسمح لنا بقراءتين مختلفتين لحساب واحد، حساب يعرض حركة **التميز** بين الاستدلال والحساب كما عرف في المنطق التقليدي،و حساب يعرض علينا الحركة المعاكسة أي **التشبيه** بين الاستدلال والحساب كما عرف منذ بداية المنطق الحديث إلى غاية المنطق المعاصر، و هكذا نسجل مرحلتين للحساب المنطقي حساب تقليدي و حساب معاصر.

5 – إن الحساب التقليدي قد تم التوصل إليه و استنتاجه من خلال مقارنته و ترجمته إلى لغة الحساب الحديث و المعاصر ، ذلك أن المناطقة التقليديون لم يضعوا مبادئ و قواعد و قوانين واضحة ندرك من خلالها مميزات و ملامح هذا الحساب المنطقي.

6 - عرف المنطق التقليدي الرواقى – الميغاري شكلا واحدا من أشكال الحساب المنطقي و هو الحساب القضوي،وفي ضوء هذا يمكن القول أن الرواقيون هم أول من افتتحوا الطريق أمام المحدثين لإقامة نظرية حساب القضايا كشكل من أشكال الحسابات المنطقية.

7 - إذا كان المنطق التقليدي-الرواقي- الميغاري قد عرف مبادئ الحساب القضوي كشكل من أشكال الحسابات المنطقية المتخصصة في المنطق المعاصر، إلا أن طبيعة هذا الحساب في المنطق التقليدي كان موضوعا **للجدل الرواقي**، لأن التعبير المخصص لـــ: منطق الرواقيين هو تعبير غير دقيق ، لأن ما نسميه منطقهم كان الرواقيون يسمونه **جدلا**، و مع هذا فإننا نؤيد القول أن المنطق التقليدي بنظرياته و مبادئه قد وضع الدواعي الفلسفية الأولى لأصول العمليات الحسابية المنطقية التي يعمل عليها الحساب المعاصر بصورة جديدة.

8- يشكل الحساب القضوي أول و أبسط أنواع الحسابات التحليلية المنطقية، و شهد في صورته المعاصرة مرحلتين، مرحلة كلاسيكية و مرحلة لا كلاسيكية، وتشير الطرق التحليلية التقويمية التي اعتمد عرضها حساب القضايا الكلاسيكي أنها تشترك من ناحية المبدأ مع المنطق الصوري التقليدي فكلاهما يمثل لمنطق ثنائي القيمة، فقيمتا الصدق و الكذب اللتين تبناهما المنطق الكلاسيكي في حسابه القضوي ، هما قيمتان مفروضتان ضمنا في قضايا المنطق الأرسطي، و من ثم نستنتج أن الحساب الكلاسيكي للقضايا في مبدإه هو حساب تقليدي عبر عنه في صورة رمزية دقيقة رياضية تفوق رمزية و صورية المنطق التقليدي.

9- إذا كان الحساب القضوي في صورته الكلاسيكية قد افتتح الطريق لحل مشكلات معقدة تتطلب سلسلة من الاستدلالات بفضل أساليبه و طرقه التقويمية ذات الطابع التحليلي والحسابي الآلي ، إلا أن هذا لا يعني إعفاء الإنسان من عملية التفكير ، فانطلاقا من تحليلاتنا نستنتج أن المشكلات التي ظهرت نتيجة الأبحاث حول الأنساق الاستنباطية، قد فتحت المجال لبناء أنساق منطقية تختلف عن الأنساق الكلاسيكية ثنائية القيمة، تمتد إلى ما وراء مجرد حساب القضايا، و تبتعد بكيفيات مختلفة عنها، كحساب القضايا الموجهة، و قد اصطلح على تسمية هذا النوع

من الحسابات بالحسابات اللا كلاسيكية، وهذا النمط من الحساب الجديد لم يتم عن طريق الحسابات الرياضية اقتداء بالحساب التقليدي و بالحساب الكلاسيكي، بل انطلاقا من محاولة إيجاد حلول لمشكلات المنطق التقليدي، أو بالتخلي و رفض بعض قوانينه و بديهياته الخاصة.

10- إن ظهور وتطور أنساق لا كلاسيكية قد أسقط بعض بديهيات و قوانين المنطق التقليدي، فما كان يعتبر مبدأ في المنطق التقليدي، أصبح في المنطق المعاصر قانون ، فالمبرهنة 5-02 من نسق لوكازفتش صورة لمبدأ الهوية (ق←ق) الذي صار قانون الهوية.....الخ، و هذا ما يؤكد من الناحية الفلسفية أن ما هو مبدأ أو لا مبرهنة أو بديهية هو كذلك فقط بالنسبة إلى نسق و مرجع معين.

11- تشكل نظرية حساب الأصناف أو الفئات ثاني أنواع الحسابات التحليلية المنطقية ، و إذا كانت كلمة فئة لم تكن معروفة في المنطق الأرسطي، إلا أن نفس معناها كان متضمنا فيما أسماه أرسطو بالحدود، إلا أن صياغتها و قيامها كنظرية حسابية لا تربطها أي صلة بالمنطق التقليدي، ذلك أن أرسطو لم يستخدم الحدود الجزئية و لا الحدود الفارغة.

12- بالرغم من أن معظم قوانين و قواعد حساب الأصناف مستنبطة من قوانين و قواعد حساب القضايا إلا أن التشابه بين النظريتين لا يعني التطابق لأن الأصناف ليست قضايا، وتتضح هذه الملاحظة بصفة خاصة فيما يتعلق بعمليتي الجمع و الضرب المنطقيين، ، ومع هذا نؤيد في الأخير أن حساب القضايا يعتبر كأساس لدراسة حساب الأصناف.

13- بالرغم من أن الحساب التحليلي للأصناف يقوم على فكرة التماثل بين قوانين الجبر العادي و بين القوانين المنطقية ، لكن بالنظر لما عرضه جورج بوول فهناك قانونين يختل فيهما التماثل بين الجبر و المنطق، فيتميز جبر الأصناف بقانون خصوصي للضرب: أ=أ^{٢} ، وبقانون خصوصي للجمع : أ+أ=أ ،و معنى هذا أن القوانين التي تدير الجبر العادي تخصه هو فقط، لهذ البناء حساب عام يقتضى فهم الجبر بمعنى أعم، بحيث يمكن أن تنطبق قوانينه على مجالات أخرى ،بشرط التخلي عن بعض قوانينه الخاصة و تعويضها بقوانين أخرى في ميادين أخرى.

14-إن الطريقة النسقية التي عرضت بها بديهيات الحساب القضوي و بديهيات حساب الأصناف ، تسمى بديهيات مصورنة ، و هذا يدل على ثراء النظريتين و ما يشتق منهما كنسق استنباطي ، و هذا النوع من الأسلوب المصورن يتجاوز بكثير نقائص و عيوب أسلوب البرهنة التقليدي ، و كل ما هو مرتبط باللغة الطبيعية،كما أن هذا الأسلوب المتطور في عرض الحسابات المنطقية قد ترتب عنه أن تطور المنطق في اتجاهين ليتخذ في النهاية صورة واحدة، فقد تطور نسق البديهيات إلى صورة حساب منطقي، و تطور المنطق إلى صورة نسق البديهيات و بذلك اتخذ المنطق في النهاية صورة نسق حسابي مصورن على طريقة نسق البديهيات.

15 - إن ظهور المنطق المعاصر كنظرية حسابية بفروعه المنطقية المتخصصة ، يبدو أنه انفصل نهائيا عن المنطق التقليدي، و الواقع أنه بما أن المنطق هو نظرية الاستدلالات التي تحولت نحو الحساب، و بما أن المنطق التقليدي متضمن في هذه النظرية، فإن العلاقة بينه و بين المنطق المعاصر، هي علاقة الكل بأجزائه،وجل ما قدمه المناطقة المعاصرون أمام هذا أنهم سعوا إلى تحقيق الأهداف التي رسمها المنطق التقليدي و من هذه الناحية فإن طبيعة العلاقة بين المنطق التقليدي و بين المنطق المعاصر ،هي علاقة تكامل و توسع، ليست بمواصلة و تكرار للمنطق التقليدي، بل بأخذه من جذوره و إعادة بنائه و صياغته في لغة رمزية دقيقة.

فهرس المصادر و المراجع

–المصادر و المراجع العربية:

1– أرسطو، التحليلات الأولى أو كتاب القياس، المجلد الرابع، ط1، ابن رشد نص تلخيص منطق أرسطو، دراسة و تحقيق، د.جيرارالجيهامي، دار الفكر اللبناني، بيروت 1992.

2–——— ، باري أرميناس أو كتاب العبارة، المجلد الثالث، ابن رشد نص تلخيص منطق أرسطو، دراسة و تحقيق، د.جيرارالجيهامي، دار الفكر اللبناني، بيروت 1992.

3–——— ، التحليلات الثانية أو كتاب البرهان، المجلد الخامس، ط1، ابن رشد نص تلخيص منطق أرسطو، دراسة و تحقيق، د.جيرارالجيهامي، دار الفكر اللبناني، بيروت 1996.

4– الحصادي نجيب، أسس المنطق الرمزي المعاصر، دار النهضة العربية، بيروت.

5– ايمانويل كانط ،نقد العقل المحض ،تر: موسى وهبة ،مركز الانتماء القومي، لبنان .

6– بلانشي روبير، المدخل إلى المنطق المعاصر، تر: د.محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 2005.

7–——— ، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى راسل، تر: خليل أحمد خليل، ديوانالمطبوعات الجامعية، الجزائر.

8–———، الاستدلال، تر: د. محمود يعقوبي، معهد المناهج، الجزائر.

9– بيسون أ. هـ، و أكونر.د.ج، مقدمة في المنطق الرمزي، تر: عبد الفتاح الديدي، دار المعارف، مصر 1971.

10– بدوي عبد الرحمان، منطق أرسطو، ج1،ط1، و كالة المطبوعات، دار القلم، بيروت 1980.

11– ثابت الفندي محمد،أصول المنطق الرياضي ،ط1،دار النهضة العربية ،بيروت ،1972.

12– راسل برتراند، أصول الرضيات، ج1، تر: محمد مرسي أحمد و أحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر 1958.

13 -———— ، فلسفتي و كيف تطورت ، ط1 ،تر: عبد الرشيد الصادق ، و الدكتور، زكي نجيب محمود، مكتبة الانجلوا مصرية ، .1960

14 - رشيد قوقام، أسس المنطق الصوري ،ديوان المطبوعات الجامعية ،الجزائر ،2008.

15- زيدان فهمي محمود، المنطق الرمزي نشأته و تطوره، دار الوفاء، الاسكندرية 2002.

16 - ————، فلسفة اللغة ، دار النهضة العربية، بيروت 1985.

17 - سامي النشار علي، المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية 2000.

18- عابد الجابري محمد ، مدخل الي فلسفة العلوم ، ط6،مركز دراسات الوحدة العربية ،بيروت ،2006.

19- عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ط2، مطابع سجل العرب، مكتبة الأنجلو مصرية، مصر 1970.

29- غوتينافاما ألكسندرا ، علم المنطق ، دار التقدم، موسكو 1981.

21- فيد جنشتين لودفيج ، رسالة منطقية فلسفية، تر: د. عزمي إسلام، و زكي نجيب محمود، مكتبة أنجلوا مصرية، القاهرة 1968.

22 – محمد محمد قاسم،نظريات المنطق الرمزي (بحث في الحساب التحليلي و المصطلح)،دار المعرفة الجامعية ،الإسكندرية،1996.

23 – مهران محمد رشوان ، المنطق الرمزي في القرن العشرين (حصاد القرن)، المؤسسة العربية للدراسات و النشر، عمان.

24-———— ، مدخل إلى المنطق الصوري، دار الثقافة للنشر و التوزيع كلية الآداب، جامعة القاهرة 1994.

25-———— ، مقدمة في المنطق الرمزي، دار قباء للطباعة و النشر، القاهرة 2004.

26- موساوي أحمد، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، معهد المناهج، الجزائر 2007.

27- ————————، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج2، معهد المناهج، الجزائر 2007.

28- ———————— ، مكانة المنطق في الفلسفة التحليلية المعاصرة، معهد المناهج، الجزائر 2007.

29- ياسين خليل، محاضرات في المنطق الرياضي، ط1، دار الوفاء العليا للطباعة و النشر 2007.

30- يان لوكازفتش، نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث، تر: عبد الحميد صبره، منشأ المعارف، الإسكندرية، 1962.

المصادر والمراجع الأجنبية :

1- Blanché Robert, L'axiomatique, presy Universitaire de France, paris 1967.

2-Book George, Themathématicalanalysis of logic, Being an Essayacalculus of DeductiveReasoning, Cambridge macmilian, Barclay and macmilian, London 1847.

3- Book George, An investigation The laus of thought on unich are Founded The mathématical théoris of logic abd probabilities, walton and maberly Upper Gower-street and IVY-lane. Paternoster-Row. Cambridge macmillan and CO-London, 1854.

4-Bouchenski.I. M, AHISTORY of formal logic, translated and Edeted by IVO Thomas, University of notre dame press library congress.

5- Brunschwing.j., Les stoïciens et leur logique, library philosophique, j. Vrin, imprimé en France,2006.

6- Barian.B. P, an introduction to sylogistic, with selected History, théories and B eadings in westru Ethies. Copright, 2005.

7- Carnap Rudolf, The logical syntax of language, translated by Amelle smeaton, édition is a reprinting of the work, puplished.1937.

8- Carnap Rudolf, introduction to symbolic logic and hts Application, University of California translated by william.H.Meger, University chicago, New york.

9- Cohen M.and Nagel.E, An introduction to logic, Scond édition édited by Thon Corcoran and Combany, New york, 1964.

10- con turatlouwis, La logique de libniz, D'après de documenter inédits. Editeur Félix alcan, paris, 1901.

11- Gillot Fredéric, Algebre et logic, D'après les textes Originaux de G. Book et W.S. jevous, library scientifique Blanchard, Paris 1962.

12- Graham prist, an introduction to non clasical logic, tom2, Cambridge, introduction to philosophy.

13- Hans Reichenbach, The théory of propability, University of California, pressCambridge, London. England, 1949.

14-J.Eldou whitesit, Boolean Algebra and its application, library of congress cataloging in puplication Data, 1922.

15- Jkeislerk. Kumer.T.Millar. Jrobin, Mathématical logic and computability, February, 1987.

16- Langer.susanne .k. an introduction to symbolic logic, Third. Revised Edition-Dover. Puplication. INC New york, 1967.

17- Luka Vigano and DOV Gerbay, labelled Non-classical logic,library of congress.

18- MacelBoll. Et JacqueReihort, Histoire de la logic, pesfes Universitaire de France, Paris, 1970.

19- Miklos Frenczi-Mikl'os stots, mathématical logic for application, preparend Under the editorship of Budapest, University of technology and Economics, mathématical institus ,2011.

20- Mircea Reghis Eujene Roventa, classical and Fuzzy Concepts in mathématical logic and application, library of congress cataloging in publication Data,1998.

21- Quine.W.V.O, Mathématical logic, Revised Edition Hanvard University press, Cambridge, massa chusetts, London, 1981.

22-Quine W.V.O, Méthod of logic, trad. De mauiceclavelinarmand colin 103. Boulevard, Fouth édition, 1982.

23- Russell Bertrand, principles of mathématics, 2 nd George A llen and Unwin, Lodon ,1929.

24-Russell .B ,and Whithead-A-N,prin cipiamathématica,volum 1, cambrige, the universty press , 1963.

25-Stramson-P, introduction to logicalthèory, Routledge Revivals , alibrary of congress, New york.

26-Tareski Alfred, introduction à la logic, trad.
Delanglai par Jacquetremblay.j. gauthier.Villard.
Paris.E. nauwelaerts louvain , 1969.

27-Venn Jhon. M.A,Symbolic logic, fellowand lecturer in the moral Sciences, Conville and Calus College, Cambridge, London, 1881.

28-Vernant Denis, introduction à la philosophie de làlogic, éditeurmargada, Flammarion, paris, 1981.

29-Whittehead-A.N, Atréatis of universal algebra, press of library, Cambridge, 1898.

قائمة الرموز المستعملة

رموز حساب القضايا

- رموز الثوابت المنطقية

الرمز :	الاسم :	المعنى :
~	النفي	لا....ليس...
^	الوصل	......و........
v	الفصل الجامع	......أو.......
w	الفصل المانع	إما.....أو....
I	التنافي	ليس....و....معا
↓	الرفض	لا.......ولا.....
←	اللزوم	إذا........ف.....
←	التكافؤ	إذا...ف...وإذا....ف..

الأسوار:	الاسم :	المعنى :
∀	السورالكلي	كل.....(مهما يكن....)
E	السور الوجودي	بعض.....(يوجد على الأقل واحد)

رموز حساب الأصناف:

رموز متغيرات أعضاء الأصناف: تكتب بالحروف المتصلة كـ،لـ،جـ......

رموز متغيرات الأصناف: تكتب بالحروف المنفصلة الكبيرة ح،ع،ل،ك،...الخ

- رموز ثوابت حساب الأصناف :

(=)   المساواة

(X)   الضرب

(+)   الجمع

(÷)   القسمة

(1)   ^ الصنف الكامل(الكلي)

(0)   الصنف الفارغ

∋   الإنتماء

⊃   الإحتواء

U   الاتحاد

∩   التقاطع

v (ڤ)   رمز السور الوجودي

قائمة المصطلحات التقنية

raisonnement	استدلال
Mediate deduction	استدلال غير مباشر
Immediate Deduction	استدلال مباشر
Inférence	استنباط
Demonstration	برهان
Consequent	تالي
Analysis	تحليلات
Subalternatio	تداخل
Classification	تصنيف
Contrariety	تضاد
Definition	تعريف
Refutation	تفنيد
Opposition	تقابل
Contradiction	تناقض
Dialectics	جدل
Modality	جهة
Term	حد
Minor terme	حد اصغر
Major terme	حد أكبر
Middle terme	حد أوسط
Simple term	حد بسيط
Calculus logi	حساب منطقي
Classical logic	حساب كلاسيكي

Non-classical logic	حساب لا كلاسيكي
Sub contriety	دخول تحت التضاد
Symbol	رمز
Stoics	رواقيين
Quantifier	سور
Figure	شكل
Truth	صدق
Form	صورة
Formal	صوري
Logical form	صورة منطقية
Product	ضرب
Reaso	عقل
Generality	عموم
HYpothesis	فرض
Particular	قضية جزيئية
proposition	قضية
Predicative proposit	قضية حملية
Negative propositi	قضية سالبة
Causal proposition	قضية سببية
Singular proposition	قضية شخصية
Universal proposition	قضية كلية
Impossible proposition	قضية مستحيلة
Indeterminate proposition	قضية مطلقة
Positive proposition	قضية موجبة

Modal proposition	قضية موجهة
Existential proposition	قضية وجودية
Rule	قاعدة
Lawe	قانون
Laws of though	قوانين الفكر
Syllogism	قياس
Categoricalsyllogism	قياس حملي
HypothetticalSyllogism	قياس شريطي متصل
Disjunctive	قياس شريطي منفصل
False	كذب
Universal	كلي
Language	لغة
Artificial language	لغة اصطناعية
Naatural language	لغة طبيعية
Symbolic language	لغة رمزية
Denotation	ماصدق
Antecedent	مقدم
Comprehension	مفهوم
Premise	مقدمة
Logic	منطق
Traditional logic	منطق تقليدي
Modal operator	موجه
Conclusion	نتيجة
Negation	نفي

Double negation	نفي مضاعف
If.....Then	إذا.....فان
If, and only if	إذا وفقط إذا
Substitution	استبدال
Reasoning	استدلال
Invalid reasoning	استدلال فاسد
Modus tollens	استلزامي بطريق الرفع
Modus ponens	استلزامي بطريق الوضع
Appartenance	انتماء
Axiom	بديهية
Simple	بسيط
Demonstration	برهنة
Demenstration by the absurd	برهان الخلف
Identity of classes	تطابق الفئات
Equivalent classes	تعادل الفئات
Intersection	تقاطع
Equivalency	تكافؤ
Order	ترتيب
Constant	ثابت
Logical constant	ثابت منطقي
Second	ثاني
Algebra	جبر
Algebra of logic	جبر المنطق
Truth-table	جدول الصدق

Calculus of class	حساب الأصناف
Calculus of proposition	حساب القضايا
Proprety	خاصية
Commutative propre	خاصية تبديلية
Associative proprety	خاصية تجمعية
Distributive proprety	خاصية توزيعية
Function	دالة
Propositionalfunction	دالة قضوية
Accuracy	دقة
Connector	رابطة
Monadic	رابط أحادي
Secondary connective	رابط ثانوي
Dyadic connective	رابط ثنائي
Principal connective	رابط رئيسي
Class	صنف
Finite class	صنف نهائي
Infinite class	صنف غير نهائي
Class of not thing	صنف فارغ
Universe class	صنف كلي
Complementary class	صنف مكمل
Formula	صيغة
Symbolic formula	صيغة رمزية
produced	ضرب
Substraction	طرح

Universe	عالم
Universe of discours	عالم المقال
Expression	عبارة
Tautology	عبارة تكرارية
Contingent	عبارة عرضية
Contradictory	عبارة متناقضة
Well formed formula	عبارة مكونة تكوين جيدا
Number	عدد
Odd number	عدد فردي
Evenn umber	عدد زوجي
Integer number	عدد صحيح
Relation	علاقة
Member	عضو
Element	عنصر
Common member	عنصر مشترك
Disjunction	فصل ضعيف
Exclusive disjuction	فصل قوي
Disjonctif modus tollendo-ponens	فصلي بطريق الوضع بالرفع
Laws of Duality	قانونا الثنائية
De Morgan s laws	قانونا دي مورغان
Modus ponens law	قانون إثبات مقدم
Associativity law	قانون التجميع
Tautology law	قانون التكرار
Law of excluded third	قانون الثالث المرفوع

Verum seuitur ad quodlibet	قانون الصدق يلزم أي شيء
Law of identity	قانون الهوية
Law of non-contradiction	قانون عدم التناقض
Clavius s law	قانون كلافيوس
Verum sequitur ad quodlibet	قانون من الكذب يلزم أي شيء
Logical law	قانون منطقي
Modus tollens law	قانون نفي التالي
Primary proposition	قضية أولية
Atomic proposition	قضية ذرية
Compound proposition	قضية مركبة
Bracket	قوس
Value	قيمة
Truth value	قيمة الصدق
Formal implication	لزوم صوري
Word	لفظ
Homonym word	لفظ مشترك
Principle of Summation	مبدأ الإضافة
Principle of simplification	مبدأ التبسيط
Principle of composition	مبدأ التركيب
Addition	مبدأ الجمع
Variable	متغير
Propositional variable	متغير قضوي
Set	مجموعة
Scope	مدى

The scope of connective	مدى الرابط
Equality	مساواة
Postulate	مصادرة
Content	مضمون
Equation	معادلة
Logics	مناطق
Bivalent logic	منطق ثنائي القيمة
Contemporary logic	منطق معاصر
Synonym	مرادف
System	نسق
Domain	نطاق
Theory	نظرية
Sets theor	نظرية المجموعات
Conjunction	وصل
Independence	استقلال
Consistency	اتساق
Axioms	استقلال البديهيات
Saturation	إشباع
Information	إعلام
Decidability	بت
Programation	برمجة
Refutation	تفنيد
Completenes	تمام
Enumeration	ترقيم

Formalisat	صورنة
Principle of economy	مبدأ الاقتصاد
Theorem	مبرهنة