جامعة الجزائر 2

كلية العلوم الإنسانية

قسم الفلسفة

An analytical critical comparative study of the predicate and the function and the relation

المحمول والدالة والعلاقة دراسة تحليلية نقدية مقارنة

أطروحة مقدمة لنيل درجة دكتوراه العلوم في الفلسفة

إعداد الطالب إشراف

محمد قصري أ.د. أحمد موساوي

أعضاء لجنة المناقشة :

عبة رشيدة	رئيسا
أحمد موساوي	مقررا
واد فل محمد	عضوا
بن بوزيد حياة	عضوا

2022/2021 م

جامعة الجزائر 2

كلية العلوم الإنسانية

قسم الفلسفة

المحمول والدالة والعلاقة دراسة تحليلية نقدية مقارنة

أطروحة مقدمة لنيل درجة دكتوراه العلوم في الفلسفة

إعداد الطالب **إشراف**

محمد قصري **أ.د. أحمد موساوي**

أعضاء لجنة المناقشة :

عبة رشيدة	**رئيسا**
أحمد موساوي	**مقررا**
واد فل محمد	**عضوا**
بن بوزيد حياة	عضوا

2021/ 2022 م

University of Algiers -2 –
Abou EL Kacem Saâd Allah
Faculty of Social Science
Department of Psychology

relationship between early maladaptive schemas, coping strategies and marital adjustment of a sample of couples

Thesis for obtaining a doctorate of science in Psychology Clinics

Done by :
Assia Attar

Supervisor:
Pr. Rachid Messili

Discussion Committee:

Prof. Ait Hamouda Hakima	Professor of higher education	University of Algiers 2	President
Prof. Messili Rachid	Professor of higher education	University of Algiers 2	Supervisor and rapporteur
Prof. Yahiaoui Hassina	Professor of higher education	University of Tizi-ouzou	Member
Prof. Yahi Samia	Professor of higher education	University of Algiers 2	Member
Prof. Metouri Radhia	Professor of higher education	University of Algiers 2	Member

University year: 2021-2022

بسم الله الرحمن الرحيم

((وقل ربي زدني علما)) سورة طه الآية 114

الإهداء

إلى روح والدي الكريم وروح والدتي الكريمة إلى كل من علمني من المرحلة الابتدائية إلى المرحلة الجامعية أهدي هذا العمل

كلمة شكر وتقدير

إن انجاز هذا العمل في ميدان المنطق ما كان ليتحقق لولا توجيهات الأستاذ المشرف الدكتور أحمد موساوي فإليه أوجه خالص الشكر والعرفان راجيا من الله عز وجل أن يكون هذا العمل المتواضع إسهاما بسيطا يضاف إلى البناء الذي يجتهد في إقامته .

فهرس الموضوعات

الإهداء ....
.....2

كلمة شكر وتقدير.....3

فهرس الموضوعات 4

دليل الرموز المستعملة 5

المقدمة 13

الفصل الأول : المحمول عند أرسطو وصلته باللغة الطبيعية 21

الفصل الثاني : تطور مفهوم الحمل بداية من " غوتلوب فريجه 50

الفصل الثالث : المحمول والدالة عند فريجه و راسل 68

الفصل الرابع : تطور مفهوم العلاقة عند أوغسطس دي مورغان و بيرس ..97

الخاتمة 154

دليل الحدود التقنية 159

فهرس المراجع 170

قائمة الرموز المستعملة

الرمز	الاسم	المعنى
~	النفي	ليس صحيحا .....
↔	التشارط أو التكافؤ	إذا .....ف .... وإذا .....ف .....
∋	الانتماء أو العضوية في صنف	ينتمي إلى .....
∌	عدم الانتماء	لا ينتمي إلى ....
≥	أصغر أو يساوي	
≤	أكبر أو يساوي	
>	أصغر تماما	
<	أكبر تماما	
≯	ليس أصغر	
≮	ليس أكبر	
Λ	الوصل	..... و .....
V	الفصل	..... أو .....
←	الشرط أو اللزوم	إذا ..... ف .....

الأسوار	الاسم	المعنى
$\exists$	السور الوجودي	يوجد فرد واحد على الأقل .....
$\forall$	السور الكلي	مهما يكن .....

قائمة رموز منطق العلاقات

رموز متغيرات العلاقات :

تكتب بالحروف المنفصلة . ل ، ع ، ح ،غ ..... غ ، م

رموز متغيرات أطراف العلاقة :

تكتب بالحروف المتصلة . ط ، ف ، جـ ، ق ، ت .....ظ .....

قائمة رموز منطق المحمولات

رموز متغيرات المحمولات :

تكتب بالحروف المنفصلة . ل ، ح ، ك ، ج .... ر .....

رموز متغيرات الموضوعات :

تكتب بالحروف المتصلة . ت ، ف ، ب ، جـ .....

رموز متغيرات الأفراد :

تكتب بالحروف المتصلة والمرقمة حسب عددها ودرجة تركيب الصيغة التي ترد فيها . س1 ، س2 ، س5 ،... سن .

قائمة رموز منطق الأصناف

رموز متغيرات الأصناف :

تكتب بالحروف المنفصلة الغليظة. **ل ، ح ، ك ، ق** ..... إلخ

رموز متغيرات أعضاء الصنف :

تكتب بالحروف المتصلة . ف ، ق ، جـ ..... لـ ، مـ .....الخ

قائمة ثوابت منطق العلاقات

الرمز	الاسم	المعنى
$\exists !$	توجد العلاقة	تأكيد وجود العلاقة
$\vee$	العلاقة الكلية أو الشاملة	العلاقة محققة بين أي زوج من أزواج عالم المقال
$\wedge$	العلاقة الفارغة	العلاقة غير محققة بين أي زوج من أزواج عالم المقال
$\mid$	جداء علاقتين (الجداء النسبي)	حاصل ضرب علاقتين يعطي علاقة جديدة
$\cup$	جمع علاقتين (الجمع النسبي)	
$+$	جمع علاقتين (الجمع غير النسبي)	
$\times$	جداء علاقتين (الجداء غير النسبي)	
$\neq$		العلاقتان مختلفتان
$=$		العلاقتان علاقة واحدة
$\mid\mid$	الهوية	طرفي العلاقة شيء واحد
$\triangle$	التباين	طرفي العلاقة مختلفان
0	التقابل	تقابل طرفي العلاقة تنتج عنه خواص معينة

$\overline{ع}$ أو $\overset{\frown}{ع}$ إما المد أو خط منحي. عكس العلاقة

قلب وضع طرفي العلاقة ثم عكسها مع بقاء طرفي العلاقة في موضعيهما

~ ع نفي العلاقة ا ليس ع ب

قائمة ثوابت منطق الأصناف

الرمز	الاسم	المعنى
$\varnothing$	الصنف الفارغ	الصنف لا يحتوي على أي عضو أو فرد
$\subset$	الاحتواء	كل أفراد الصنف الأول(المحتوى)موجودون في الصنف الثاني (الحاوي)
$\cup$	الاتحاد	اتحاد صنفين يعطي صنف جديد عناصره هم كل عناصر الصنفين المشتركين والمختلفين دون تكرار لأي عنصر
$\cap$	التقاطع	تقاطع صنفين هو صنف جديد يتكون فقط من العناصر المشتركة بين الصنفين
$\nsubseteq$	عدم الاحتواء	لا يوجد أي عنصر من عناصر الصنف الأول ضمن الصنف الثاني (الحاوي)

مقدمة

إشكالية البحث :

ارتبط تاريخ المنطق بأرسطو لأنه كان أول من صاغ نظرية متكاملة في الاستدلال بمقياس ثقافة ذلك العصر وجعل من دراسة الاستدلال بحثا مستقلا عن بحوثه الفلسفية الأخرى.على خلاف سابقيه كالروافيين وأفلاطون فمحاورات أفلاطون التي أوردها على لسان أستاذه سقراط تكريما له لم تكن تخلو من المحاجة المنطقية و لكن كان لأرسطو الفضل في فصل الجانب المنطقي أو الصوري للفكر عن جوانبه المادية ، ووجه اهتمامه لمتابعة الحركة الاستدلالية . يقول الفارابي في هذا الشأن((وأما المنشئ لهذه الصناعة والمثبت لها في كتاب والجاعل إليها سبيلا يمكن من يقصد إليها وتعلمها بقول فهو أرسطاطاليس وحده . والذي يظن به أنه أثبت من هذه الصناعة قبله في كتاب فإنما نظر ذلك في أجزاء من هذه الصناعة يسيرة منها المقولات ..... وبالجملة فإن ما أثبت من أمر الأشياء التي هي داخلة في صناعة المنطق قبل أرسطاطالس هو أحد الأمرين :إما الأفعال الكائنة عن الصناعة لا على أنها بصناعة لكن بالدربة والقوة الحادثة عن طول مزاولة أفعال الصناعة ، إذ كان اتفق لهم أن زاولوها من غير أن تكون عندهم القوانين التي تكون بها الأفعال ..... فأما أن تكون هذه الصناعة وهذه الأشياء على النظام الذي ينبغي أن تكون عليه الصنائع قد كانت قبل ذلك فلا ، لكن إنما هو لأرسطاطاليس وحده .))[1] .

---

1. ابو نصر الفارابي : كتاب الألفاظ المستعملة في المنطق . حققه وقدم له وعلق عليه . محسن مهدي ط2 ، دار المشرق ، بيروت ، لبنان . 1968.ص ، ص 109 ، 110

وخلد أتباعه عمله ذاك في الكتاب الذي صار يعرف عند اللاتينيون بالأورغانون

l'organon ، ومن أقسام هذا العمل. التحليلات الأولى و التحليلات الثانية ، الذي كان يعرض فيه كل ما تعلق بالقياس وقواعد صحة النتيجة فيه وأشكاله وأضربه . حتى أن الأوائل من فلاسفة الإسلام لقبوه بالمعلم الأول .وحضي القياس الأرسطي باهتمام كبير في الفلسفة المدرسية فكان في تلك البيئة الثقافية بمنزلة الرياضيات اليوم في الفروع العلمية .وبقيت القواعد التي ضبطها أرسطو المعيار المطلق لما هو صحيح حتى القرن التاسع عشر ، وقد اعتبر إيمانويل كانط أن علم المنطق هو العلم الوحيد الذي ولد مكتملا عند أرسطو ولا يمكن أن يضاف له شيء .ورغم ما على موقف كانط هذا من ملاحظات ، إذ من الواضح أنه لم يقرأ تاريخ المنطق قراءة تحليلية ووافية ، إذ كيف يمكن تجاهل المنطق الرواقي ، الذي ظهر اليوم أنه أكثر أصالة ومطاوعة للغة العلم التجريبي وكيف يمكن تجاهل أعمال ابن سينا فيما بعد. فقد غطى اسم أرسطو على إبداعات الرواقيين،و المناطقة المسلمين .

وقد زاد موقف كانط هذا في تكريس هذا التوجه الفكري المنحرف لما كان يتمتع به فيلسوف المثالية النقدية من منزلة في وقته .فأرسطو بمقياس فئة معينة من النقاد قد أخر البشرية عشرون قرنا .فرغم أن كل الثقافة اليونانية (والتي لم يكن ليستطيع أن يتجاوزها أرسطو كما هو حال كل مفكر ، فلا يستطيع الإنسان أن يتجاوز عصره مهما تميز عن معاصريه.فكل عمل إبداعي يحتاج إلى قاعدة ثقافية واعتبارات فكرية تاريخية يجب أن تتهيأ لينبثق الإبداع ، فلم يكن من الممكن لآرخميدس مثلا أن يكتشف قانون الجذب العام في زمانه) فرغم أن الثقافة اليونانية كانت تعتبر العقل الوسيلة المثلى للمعرفة ،وكان اليونانيون يحتقرون العمل والنشاط الحسي الذي يعتبر التأمل في طرق انجازه هو منبثق النظرية العلمية فالتأمل في عمل البكرة التي كانت وسيلة لحمل الأثقال هو الذي أعطى قوانين

العزوم في الفيزياء. فرغم ذلك فإن الحكم السابق صحيح في حق أرسطو لأنه كان المنظر لهذا الموقف . والهيكل الذي بناه للمعرفة لم يكن ليسمح للباحثين عن المعرفة أن يلتفتوا للمنهج الاستقرائي الذي يقوم على الملاحظة والتجريب .

و ليبنتز منعه إعجابه بأرسطو من تطوير علم الأصناف مثلا لأنه كان ينظر لحدود القضية نظرة مفهومية ، كما أنه أيضا أدرك الدلالة الوجودية للقضية الجزئية لكنه لم يقرر ذلك لأنه يتعارض مع أطروحات أرسطو كما لاحظ الكثيرون من مؤرخي المنظق.ولا ننسى أن القائلين بالمادية الجدلية التي بنو عليها قوانين المادية التاريخية قد استوحوا منطقهم هذا من هيراغليط لكن قانون الصيرورة الذي صاغه هيراغليط كان لا محالة سيجرف عمل أرسطو فكانت المحاولات الجادة الأولى لمراجعة منطق أرسطو من طرف الفارابي وابن سينا أما ديكارت فقد اعتبر المنطق الأرسطي عقيما وركز على الاستدلال الرياضي الذي كان يراه مبدعا وخلاقا .لكن الحقيقة المثيرة أن ما دمر ما بناه أرسطو لم يكن بدافع مراجعة المنطق وقواعده بل كان بدافع مراجعة أسس الرياضيات وموضوع البداهة فيها وقد تهيأ للبعض كبرتراند رسل أن إقامة الرياضيات على أسس منطقية هو ما يضمن صحة براهينها . فكان لابد للمناطقة من النظر في قواعد هذا العلم ، وإذا بهم يجدون فيه ما يجدون من ثغرات وعيوب فاستدرجهم إصلاح عيوبه إلى البحث المنطقي بالموازاة مع البحث الرياضي لأننا عندما نذكر مثلا برتراند رسل نذكر كتابه Principia Mathematica الذي يتداخل فيه ما هو منطقي مع ما هو رياضي ، ونذكر كتابه Introduction To Mathematical Philosophyالذي يتكلم فيه عن الأعداد الصحيحة وعن الأعداد المركبة وعن الاستمرار في الدوال وعن المجموعات ...الخ وهذه كلها موضوعات رياضية . فنقول أن مراجعة علماء الرياضيات للمنطق بدافع مراجعة أسس الرياضيات كان أحد الأسباب التي أظهرت عيوب المنطق التقليدي . ولننتقل من العرض التاريخي إلى

الجانب التقني وما يرتبط بعنوان هذه الرسالة .إن الصيغة الحملية التي وضعها أرسطو للقضية لا تتواءم مع كل أصناف القضايا فالقضية التالية مثلا " علي أخو محمد " هي قضية علاقة وليست قضية حملية، أو القضية : " الأربعة نصف الثمانية " من صور الأحكام التي لا تتطابق والخطاطة التي وضعها أرسطو للقضية . وهذه الصور من الأحكام تصلح لأن تكون مادة للاستلال .فإذا كانت الأربعة نصف الثمانية والاثنين نصف الأربعة فنستطيع أن نستنتج أن الاثنين ربع الثمانية . وهذا الاستدلال صحيح ولا علاقة له بمنطق أرسطو وقواعده . هذا لنقول أن منظومة أرسطو جعلوا منها المشتغلون بالفلسفة و المنطق في العصر الإسلامي و الوسيطي النموذج المثالي للتفكير وهي لم تكن كذلك . فإذا عدنا لتحليل بنية القضية الأرسطية فالقضية الكلية عند أرسطو

ليست قضية بالمعنى المنطقي بحيث يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب فعلى سبيل المثال الصيغة التالية (الشعراء متملقون) لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب لأنه لا يوجد في الواقع ((الشاعر)) إنما الموجود في الواقع والذي يمكن رصد سلوكه ومن ثمة الحكم عليه هو هذا الشخص أو ذاك الذي هو شاعر كالمتنبي أو الفرزدق أو غيرهما ، فالحكم السابق لا يكون قضية يمكن وصفها بالصدق أو الكذب إلا بعد ترجمة حدودها إلى أشخاص واقعيين . ومن ثمة فهي أشبه بصيغة رمزية لا تشير إلى أي شيء في الواقع . بحيث يمكن صياغتها بالصورة التي صاغها بها فريجه لأنه كان أول من أشار إلى هذه الحقيقة في التاريخ الحديث الذي نشطت فيه البحوث المنطقية وهي الصورة التالية:

∀ سـ . سـ (ح) ⟵ سـ (ل) .[1]إن سـ هو رمز لأي فرد من أفراد البشر و ح هو رمز للمحمول (شاعر) و ل هو رمز للمحمول الثاني (متملق) .فهي صورة أشبه بالدالة في الرياضيات التي لا تتعين قيمتها إلا بتعيين قيمة حجتها . مثلا لو س = 1 (اللوغريتم العشري) فهذه الدالة هي صحيحة عندما يأخذ س القيمة 10 وخاطئة بغيرها من القيم ، أو الدالة س + 7 = 9 . فهذه المساواة ليست صحيحة ولا خاطئة إلا بعد تعيين قيمة س إذ هي صحيحة بالقيمة 2 لـ س وخاطئة بالقيمة 5 لـ س مثلا ، من هذه المقاربة سمى فريجه الصيغة السابقة دالة قضية .وبفحص القضية " علي أخو محمد " القراءة الأرسطية تشوه هذه القضية إذ ليس بين علي ومحمد لا علاقة احتواء ولا علاقة انتماء ، كما هي صور القضايا الحملية المعروفة في المنطق التقليدي أي ما خلفه أرسطو وما أضافه أتباعه فأرسطو لم يكن يتعامل إلا مع الحدود الكلية ، وكان يقدم المحمول على الموضوع كما هو معلوم .فالقضية : كل العرب مسلمون . يصوغها أرسطو بالصورة : إذا كانت مسلم محمول على كل عربي . فهذه القضية العلاقة بين حدودها هي علاقة احتواء أفراد صنف في صنف آخر . أما القضية : علي مسلم .فالعلاقة فيها هي علاقة انتماء فرد إلى صنف . وبالعودة إلى القضية " علي أخو محمد "لا نستطيع أن نعتبر " أخو محمد " صفة لعلي إذ كلمة محمد اسم ذات (اسم علم) وتشير إلى شخص تماما ككلمة علي . وكلما كانت القضية أكثر تركيبا ((علي أخو محمد صهر قائد الجيش)) ظهر جليا أن القوالب والصيغ الأرسطية لم تعد مناسبة . ونحن من خلال هذا البحث نحاول أن ننظر في مساحة معينة مما كان ثورة على المنطق الأرسطي

---

1 – Tarski Alfred . Introduction à la logique . Trad . Jacques Tremblay . Paris Gauthier Villars . 1969 .P . 146

وفي موضوع القضية بالذات وقصور مبدأ الحمل .فنجد أن القضايا التي تعامل معها أرسطو يمكنها أن تقرأ قراءات مختلفة،فالقضية الشخصية مثلا " سقراط إنسان " يمكن أن نقول فيها أننا حملنا صفة " إنسان" على الموضوع سقراط . أو نقول عنها بأنها قضية تضع علاقة انتماء بين سقراط كفرد والإنسان كصنف . أما ما كان يعتبره أرسطو قضية كلية كالقضية "كل إنسان فان " فنجد أنها ليست قضية يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب بل هي دالة قضية كما سبق وأن أشرنا ، وصيغتها الرمزية التي تعطي صورة واضحة عنها هي : ∀ س . س (ح) ← س (ل) .

مع س إشارة إلى أي فرد من أفراد البشر أو حتى إلى أي شيء (وهنا نسجل أن التسوير الحديث (quantification) يتفوق على التسوير القديم إذ هو أكثر عمومية أو نقول أكبر ماصدقا وصورية منه . والحقيقة الجديدة الثانية التي تظهرها هذه الصيغة أن القضية الكلية التي كان يعتبرها أرسطو بسيطة هي ليست بسيطة كما كان يعتقد بل هي مركبة من دالتين يربط بينها رابط اللزوم.تقدير الدالة الأولى هو : س إنسان . وتقدير الدالة الثانية هو : س فان .وتقدير الرابط بينهما هو : إذا ..... فإن ..... .وبأخذ كل دالة على حدا سنجد أن الحكم عليها بالصدق أو الكذب لا يكون إلا بعد ترجمتها إلى قضية . الدالة الأولى مثلا س إنسان . هي كاذبة إذا وضعنا الله مثلا مكان س . ويجب أن نسجل أن معيار صدق القضية البسيطة هو بمدى مطابقتها للواقع إذا كانت قضية تجريبية من نوع مثلا : الماء عنصر مركب وإذا كانت القضية تاريخية مثلا فيكون معيار صدقها هو بمدى مطابقتها للواقع أي للأحداث الماضية ،كالقضية مثلا : الجزائر استقلت سنة 1919م وإذا كانت القضية رياضية،فيكون صدقها بمدى مطابقتها لمبادئ ذلك النسق الرياضي الذي تنتمي إليه كالقضية مثلا : مجموع زوايا المثلث يساوي قائمتين .

إن أهمية هذا البحث تكمن في ضرورة توضيح العلاقة بين المفاهيم المنطقية الخاصة بالمحمول والدالة والعلاقة.إن القراءات المتعددة للمحمول التقليدي الأرسطي من طرف المناطقة المعاصرين مثل غوتلوب فريجه و برتراند راسل و أغسطس دي مورغان على وجه الخصوص تفرض على الباحث المدقق في ميدان المنطق أن يتساءل كيف وأين تتداخل تلك المفاهيم عند المناطقة المذكورين ، وكيف يمكن فصل هذا التداخل بينها و أيها أعم ، و أين ، وأيها أخص ، وهل يمكن الاكتفاء بإحداها والاستغناء عن غيرها ؟ . هذه التساؤلات التي يطرحها هذا العرض هي ما نسعى إلى الإجابة عنها من خلال الفصول التالية :

الفصل الأول : المحمول عند أرسطو وصلته باللغة الطبيعية

الفصل الثاني :تطور مفهوم الحمل بداية من غوتلوب فريجه

الفصل الثالث : المحمول والدالة عند غوتلوب فريجه و برتراند راسل

الفصل الرابع : تطور مفهوم العلاقة بداية من أوغسطس دي مورغان و بيرس.

وقد سلكت في هذا البحث المنهج التحليلي النقدي المقارن لأنه أنسب المناهج لمعالجة الموضوعات المنطقية التي هي تحليلية بطبيعتها . وقد انتهيت في هذا البحث إلى الإجابة عن الأسئلة التي طرحتها في الإشكالية وقد صغتها في الخاتمة التي أوضحت من خلالها العلاقة بين المفهوم التقليدي للحمل عند أرسطو وأتباعه من المشائين والمحمول بالمفهوم المعاصر وعلاقته بالدالة والعلاقة ، كما أوضحت أيضا أن اللغة الطبيعية قاصرة عن التعبير الدقيق عن المفاهيم المنطقية ولذلك لجأ المناطقة المعاصرين إلى معالجة هذا النقص باستعمال اللغة الرمزية على الرغم من صعوبة استعمالها في التعبير عن المفاهيم الفلسفية.ويمكن أن تكون هذه المسألة أي مسألة كيفية استعمال اللغة الرمزية في التعبير عن المفاهيم الفلسفية وما تطرحه من تحديات موضوع بحث في المستقبل من طرف الباحثين في هذا الميدان .

في الختام أجدد شكري وتقديري لأستاذي المشرف الدكتور أحمد موساوي الذي أشرف على هذا البحث فقد وجدت لديه كل عون ومساعدة بنصائحه الثمينة وتوجيهاته القيمة وإرشاداته المنهجية الهادية إلى طريق الصواب كما أوجه عظيم شكري وتقديري إلى جميع أساتذتي الذين أشرفوا على تكويني الفلسفي وتشجيعي على البحث في ميدان المنطق على الرغم من صعوبة البحث في موضوعاته المجردة .

الفصل الأول

المحمول عند أرسطو وصلته باللغة الطبيعية

آمن اليونانيون بصفة عامة بالعقل كوسيلة للمعرفة فحذقوا التفكير النظري وذلك واضح في ما خلفوه من تراث فلسفي من جهة، وفي ما خلفوه من تراث رياضي و منطقي من جهة أخرى ، و لم يشذ أرسطو عن هذه الروح العامة

في الحضارة اليونانية إن لم يكن أحسن المعبرين عنها من خلال عمله في المنطق بشكل أخص . الذي وجه فيه الفكر للنظر في نفسه ، بفصله عن بطانته السيكولوجية من أجل ضبط شروط الإصابة في الأحكام . ووجد أرسطو أن التحليل أنسب طريقة للنفاذ من خلال العمليات المتعددة المتنوعة المعقدة التي يقوم بها الفكر ،إلى القواعد العامة التي تضبط العملية الاستدلالية ، التي يعرضها في شكلها العام على أنها مقدمات معينة تلزم عنها نتائج معينة.فلأرضية التي يبنى عليها الاستدلال هي- المقدمة – التي هي عبارة عن قضية بسيطة تنحل بدورها إلى حدين – وهنا الخطوة الأولى لبحثنا – موضوعا نحمل عليه محمولا (و هذا التقسيم يستوحيه أرسطو من فلسفته القائمة على"الجوهر " الذي يحمل أعراضا والتي حسبه لا تستطيع أن تقوم بنفسها إنما تقوم على غيرها.كصفة السواد مثلا فلا يمكن أن يوجد السواد إلا على شيء أسود . وقد حاول أرسطو إحصاء الجهات المختلفة التي يمكن أن نقول بها شيء عن شيء آخر وحصرها في جهات تسعة – إذا استثنينا مقولة الجوهر باعتباره حاملا للأعراض- وهذه الجهات هي الكم ، الكيف ، الزمان ، المكان ، الفعل الانفعال ، الملك ، الوضع ،الإضافة). ونحن نعلم أن هذا الموقف الميتافيزيائي قابل للنقاش .ولعلى – ديفد هيوم – ومن بعده – وليام جيمس – قد كان لكل منهما ردا حاسما على ذلك التصور الأرسطي . فإذا أخذنا أي شيء مادي واعتمدنا على الحس والملاحظة ، نجده يتألف من مجموعة من الكيفيّات الحسية كالشكل واللون والحجم والثقل... الخ فالبرتقالة مثلا لها شكل معين ولون معين وطعم معين .... الخ وهي معطاة بهذه الكيفية ، وليس يتم إدراكها من خلال إدراك كل صفة لها منعزلة عن الصفات

الأخرى ثم تجميع هذه الصفات ثم توحيدها ؟. فنحن إذا فصلنا هذه الكيفيات عن بعضها البعض لا يبقى بعدها شيء.فالبرتقالة هي برتقالة بكل هذه الصفات بعضها مع بعض [1]. وعيب العقليين كما يلاحظ وليام جيمس أنهم يفصلون هذه الكيفيات عن بعضها البعض فيجدون أنها لا تستطيع أن تقوم بنفسها ، ثم يتساءلون عن ما يحملها وما يجمعها ؟ فيضطرون للقول بالجوهر هذا المفهوم الميتافيزيائي الغريب. فهم يحللون تحليلا نظريا بعيد عن واقع التجربة النفسية التي يعيشها الملاحظ ليخلقوا مأزقا فكريا مفتعلا لا يستطيعون أن يتجاوزوه إلا

بطرح ميتافيزيائي لا يزيد المسألة إلا غموضا . ولأرسطو في موضوع الحدود تفصيلا طويلا سنتناول منه فقط ما له علاقة مباشرة بموضوع هذا البحث ، فهو يميز بين حد كلي وحد فردي ، والكلي هو ما يحمل على أكثر من فرد كالحد – رياضي – أما الفردي فهو ما أشار إلى فرد واحد فقط كاسم العلم . ونحن نكون القضية البسيطة عند التأليف بين حدين ، ووفقا لطبيعة الحدود وشكل التأليف أو الربط بينهما تكون القضية – مهملة " وهي التي تقابل المسورة "

مسورة ، مطلقة ، "و المطلقة هي التي تقابل الموجهة ". وفي موضوع القضايا كذلك تفصيلا طويلا يتجاوز بحثنا هذا .وفي شق آخر من عمل أرسطو و الذي له علاقة بموضوع بحثنا هذا نجده يعتبر العلم هو البحث في علل الأشياء (العلة الفاعلة ، العلة المادية ، العلة الصورية ، العلة الغائية). ووفقا لهذا التحديد يكون– التعريف–هو غاية العلم.العلم كما كان يفهمه أرسطو أي العلم بالكلي لأن لا علم حسبه إلا بالكلي.الذي يجرده العقل من الجزئيات بعملية التجريد

---

1 – زكي نجيب محمود . المنطق الوضعي . ج2 مكتبة الأنجلو المصرية ، القاهرة . 1970 . ص . ص . 107، 108

التي هي في صميمها استقرائية . الأمر الذي لا ينتبه له البعض الذي يتهم أرسطو ومن ورائه كل الفلسفة اليونانية بالتجريد والبعد عن الواقع . (ونحن نعرف اليوم أن العلم لم يعد يهتم بالبحث في ماهية الأشياء وأسباب وجودها ، بل صار يكتفي بالبحث عن العلاقات التي تربط الظواهر بعضها ببعض ، ومن المفيد أن نؤكد هنا على فكرة (العلاقة). إذ أن هذا التوجه في التعاطي مع ظواهر الكون عامة نقل العلم نقلة نوعية مكنت الإنسان من التحكم في هذه الظواهر وتوجيهها وفقا لمصالحه .وأستطيع أن أقول أن تحليل أرسطو كان تحليلا للألفاظ أكثر مما كان تحليلا للمفاهيم ، فهو مثلا قد بنا للقضية صورة معينة سجن فكره فيها) .فالتعريف هو غاية العلم حسب أرسطو لأنه يوقفنا على طبيعة الأشياء ومنها العلل السابقة .والتعريف الحقيقي التام يقابل التعريف اللفظي الذي يتناول ماهية الألفاظ وهو يقوم على الماهية التي تتكون من الجنس القريب و الفصل النوعي.إذ يفترض في التعريف التام أن يجيبنا على السؤال ما هو ذلك الشيء؟. والأمر كله حسب أرسطو ، انطباعات حسية يجرد منها العقل تصورات .

والتصور " Concept " وهو الماهية الحاصلة في الذهن من جراء فعل العقل Conceive " له جانبان : المفهوم و الماصدق . و المفهوم هو مجموعة الخصائص الجوهرية التي يشترك فيها مجموعة من الأفراد ، كان هؤلاء الأفراد من عالم الأعيان ، كالطيور أو البشر أو الأشياء المادية الأخرى . أو من عالم الأذهان كالأعداد أو الأشكال الهندسية . والتصورات يعبر عنها بالحدود Terms التي هي ألفاظ لغوية منطوقة أو مكتوبة فهي إذن ما ستكون موضع بحث وتحليل لأن التصور أمر باطني واللغة هي الوجود الخارجي للفكر . و باختصار فإن أرسطو يعتمد في تحليله للتصورات و الأحكام على مبدأين – الجوهر،و المفهوم – .

مما جعله يحصر العلاقة بين حدود القضية البسيطة في شكل إثبات أو نفي صفة لموصوف . ولم يستطع بالنتيجة أن يتبين أشكال أخرى للعلاقة بين حدي القضية

غير تلك المشار إليها . مثلما هو الحال في القضية "علي أكبر من زينب"(علاقة أكبر).أو على الأصح لم يوجه اهتمامه لها لينشأ مبحث العلاقات يقول هانز ريشنباخ ((إن المرء ليميل إلى الاعتقاد بأنه لم يكن من العسير على مكتشف منطق الفئات أن يمتد بعمله إلى منطق العلاقات،ما دامت اللغة التي كان يتكلمها لم تكن تقل تطورا عن لغتنا،وكانت لها كل الصور النحوية اللازمة لمعالجة العلاقات ، وفضلا عن ذلك فقد عرف أرسطو بوجود العلاقات ففي كتابه عن المقولات يشرح بوضوح تام أن علاقة مثل " أكبر من " تقتضي شيئين تسري بينهما.ولكنه لا يمتد بنظريته في الاستدلال بحيث تشمل العلاقات.

وقد يكون السبب أن اهتمام واضع منطق الفئات بالمسائل الأقرب إلى الطابع الميتافيزيائي كان أعظم من أن يتيح له الوقت اللازم لإكمال عمله المنطقي))[1].

والمتتبع لأقييسة أرسطو يلاحظ حرصه على استخدام الحدود الكلية دون الفردية فالحدود الكلية – الأكبر،والأوسط ،والأصغر – قد توجد بينها علاقة احتواء التي هي متعدية تسمح من ثمة باستخلاص النتيجة ،بينما هناك علاقات أخرى يمكن أن تقوم بين الأفراد أو الفرد والصنف كعلاقة الانتماء يمكنها أن تفتح أبوابا للاستدلال غير تلك الصور من الاستدلال التي عرفها أرسطو . وتجنبه للحدود الفردية قد يوحي بأن أرسطو قد انتبه للفرق بينها وبين الحدود الكلية لكنه لم يوجه اهتمامه لها ليطور بحث الأصناف كما فعل المحدثون "جورج بول" مثلا فإذا أخذنا العبارة – الجزائر تقع بين ليبيا و المغرب – وهذه الصورة من القضية لم يتعامل معها أرسطو وحسب تحليل المشائين تكون (الجزائر) موضوعا،وكل العبارة(تقع بين ليبيا والمغرب) محمولا.لكن ليبيا و المغرب

1- هانز ريشنباخ : نشأت الفلسفة العلمية . ترجمة فؤاد زكريا .المؤسسة العربية للدراسات والنشر .بيروت . ط2 .1979 . ص . 191 192

هما حدان يشيران إلى أسماء ذوات أو جواهر أولى بالتعبير الأرسطي و ليسا اسمي معنى فلا يصلحان أن يكونا محمولين .ثم أن ظاهر العبارة أنها تصف علاقات مكانية بين ثلاث دول هي في هذه العبارة – حدود Terms – تملك نفس الوصف – أسماء دول – و لا يضر المنطق في شيء أن نحلل العبارة تحليلا آخر مخالف لما يراه أتباع أرسطو الذين كان تراثهم لفترات زمنية طويلة يضم لتراث أرسطو ويسم الكل (المنطق التقليدي) . يكون أكثر مطابقة لواقع العبارة .

وهو أنها – قضية علاقية – إذا صح التعبير Relational Proposition

تتألف من ثلاث حدود تجمعها علاقة – بين – و يمكن أن تتنوع العلاقة بين الحدود بشكل يجعل تحليل أرسطو في هذا الجانب فقيرا جدا و لا يستطيع أن يستوعبها. مثلا " علي غريم أحمد " أو العبارة " التسعة هي مربع الثلاثة " .

وبالنظر في قضايا أرسطو التي كان يسميها بسيطة نجد أولا أنها ليست بسيطة

كما تصورها . فالقضية " الإنسان فان " هي حكم عام لأنه لا يوجد في الواقع " الإنسان "إنما الموجود هم أفراد الإنسانية [1].و العبارة السابقة إذن تترجم إلى

" إذا كان شيء ما إنسانا فذلك الشيء فان " ثم هو ثانيا يعتبر أن قضيته التي يسميها بسيطة هي كلام يمكن وصفه بالصدق أو الكذب – وهذا ما يميزها عن الحد حسبه– ومثالنا السابق يكون قضية صادقة حسب أرسطو دائما.لكن واقع الحال كما نبه "فريجه" فيما بعد فإن العبارة السابقة لا يمكن أن توصف بالصدق و لا بالكذب لأن الموجود الحقيقي و الذي يموت ليس" الإنسان " وإنما هذا الشخص أو ذاك .فكأن عبارة أرسطو ليست قضية وإنما هي كلام –يدل– على

---

1 – زكي نجيب محمود :نفس المرجع السابق . ص . 57

شيء يمكن أن يكون بشيء معين صادقا ويمكن أن يكون بشيء آخر كاذبا وما دام " الإنسان " في العبارة السابقة شيئا مجهولا أو على الأقل غير معين .فيمكن أن تصاغ العبارة السابقة بشكل أكثر دقة و أبعد عن اللبس .وهي " سـ فان " وقد سمى – فريجه – هذه الصيغة الجديدة " دالة قضية " . و كما قلنا سابقا تصدق هذه العبارة بوضع – فريجه – مثلا مكان " سـ" وتكذب بوضع " الله " مثلا مكان "سـ ".وقد تأخذ حكما آخر لم يكن لمنطق أرسطو الثنائي القيمة أن يسعه ، وهو أن لا تكون صادقة ولا كاذبة إنما " فارغة من المعنى " على حد تعبير " راسل " . ذلك بوضع الحد – العدد أربعة – مثلا مكان " سـ" . تجدر الإشارة إلى أن لابن سينا تحليلا للقضية الحملية يقترب من معنى القضية الفارغة عند راسل إذ يفهم من تحليله أن الإثبات أو النفي الذي يجعل من القضية موجبة أو سالبة يجب أن يكون لقضايا تتكلم عن أشياء واقعية أو معقولة،فكأن القضايا الغير معقولة لا تصلح أن تكون موضوع للمنطق ، كالقول مثلا الحصان المجنح أبيض أو القول الدائرة المربعة أقطارها متناصفة . يقول في نص له ((..... فإن محال الوجود لا يحكم عليه بإثبات البتة ، وهو وجود كم له ..... وكيف يحصل للمحال أي حاصل كان بل إنما يصح عنه سلب كل شيء .....)) [1]

في مراجعة تحليل أرسطو للقضية الحملية نجده يرى بأن الصور المختلفة للحمل تنحصر في المقولات التسعة (دائما نستثني الجوهر لأنه القائم بالحمل) .هذا التصور أو اختزال أرسطو لكل أشكال العلاقات في علاقة الحمل وان كان

يتسق مع موقفه العام من العلم ، وهو أن لا علم إلا بما هو كلي قد منعه من

الانتباه إلى أشكال أخرى من العلاقات يمكن أن تقوم بين طرفي القضية وبالتالي

---

1 – ابن سينا (أبو علي) .منطق المشرقيين ، تحقيق د ، شكري النجار ، دار الحداثة ، بيروت 1980 . ص 121

إلى أشكال أخرى من الاستدلال .كما أن من الأسباب التي لم تسمح لأرسطو

أن يكتشف العلاقات المتنوعة بين الحدود التي يشير لها — منطق العلاقات – هو عدم قبول أرسطو للحدود الشخصية أو– الفردية — (فبين أفراد البشر نجد علاقات النسب ،علاقات العمل،علاقات الجيرة ،وكثيرا غيرها من العلاقات الإنسانية والاجتماعية .وكذلك الحال بين المفاهيم الرياضية ، بين الأعداد مثلا

ضعف ، نصف ، جذر....الخ فالحدود الفردية يبدو أنها توحي بتنوع العلاقات أكثر مما توحي به الحدود الكلية أو على الأقل تختفي بينها علاقة الاحتواء –كما لاحظ البعض– مما يفتح الباب للانتباه لعلاقات أخرى.لكن أرسطو لا يتعامل في استدلالاته إلا مع الحدود الكلية . ورغم وجاهة القول بأن أرسطو في موقفه هذا كان متسقا مع نفسه إذ هو يبني الاستدلال الذي هو طريق المعرفة أو العلم على ما هو كلي يبقى مع ذلك النقد السابق صحيح إذ لو أعطى بعض الحرية لفكره لكان سيكون للمنطق وللمعرفة البشرية وراءه شكلا آخر، وهذا النقد هو في حقه صحيح لأنه كان يقدم نقسه ومنطقه على أنه السبيل الحصين والوحيد للمعرفة وهذا النقد هو لمن جاء بعده وتأسى به أشد لأنهم فقدوا روح النقد . كما أن القول "كل ا هو ب"يقتضي حسب أرسطو وجود"ا"وإلا كان القول كاذبا.[1] وهذا أمر لا يتوافق مع الصورية التي أرادها أرسطو للمنطق .

يقول ابن سينا في تحليله للقضية الحملية (اعلم أننا إذا قلنا –كل ب ج —

فلسنا نعني به أن كلية "ج ب"أو الجيم الكلي هو ب بل نعني به أن كل واحد واحد مما يوصف بأنه ب كان موصوف بأنه ج ، في الفرض الذهني أو الوجود

---

1 — منطق أرسطو . تحقيق .عبد الرحمان بدوي دار القلم بيروت ط1 . 1980 .ص . 30

الخارجي) . ويقول في نص آخر :(إذا قلت "ب ج" فمعناه أن ما يوصف بأنه "ب "ويفرض أنه "ب "سواء كان موجودا أو ليس موجودا ، ممكن الوجود أو ممتنع الوجود بعد أن يجعل موصوفا بالفعل بأنه ب من غير زيادة كونه دائما ب أو غير دائم ، فذلك الشيء موصوف بأنه ج وعلى قياسه في السلب).إن الموضوع في القضية الحملية – ب ج – ليس " ب " لأن " ب"محمولا

(ما يوصف بأنه ب) فالعبارة صريحة ولا تقبل التأويل . أي أن " ب "محمولا على شيء ما الذي هو الموضوع . أما "ج" فهو أيضا محمول على شيء ما ومن هنا نلاحظ أن "ب" ،"ج" محمولان لموضوع غير محدد .يبين هذا التحليل أن القضية الحملية ليست بسيطة بل هي قضية مركبة من قضيتين بحدود عامة أو كلية ، أو من "دالتين" بالتعبير المعاصر يربط بينهما رابط الشرط (إذ.....ف.....).ويتضح ذلك من عبارة ابن سينا(إذا فرضنا أن شيئا ما له الصفة أو الخاصية "ب" فذلك الشيء نفسه له الخاصية ج) [1].هذا دون الذهاب إلى تحليل – فريجه – فقضايا أرسطو التي تحتوي حدود كلية "كل إنسان فان " هي دوال مركبة من دالتين تربطهما علاقة اللزوم .لأن موضوع الحمل في القضية السابقة – أي الذي يموت– ليس الإنسان بل هذا الشخص أم ذاك.فإذا أردنا أن نصوغ القضية السابقة صياغة واضحة قلنا : (إذا كان شيء ما إنسان فهذا الشيء سيكون فان) .وحتى الصورية والتعميم اللتان كان يهدف إليهما أرسطو هما أبلغ في هذا التعبير فالقول " إذا كان شيء ما إنسانا يعني أي شيء كان" . حجر ، قلم سيارة .....الخ .وفي تعريف أرسطو للقياس (الذي سيأتي ذكره) يتضح جليا

---

1 – أحمد موساوي . مدخل جديد إلى المنطق المعاصر. معهد المناهج ط2 الجزائر ج1

ص.ص.47 . 49

و بما لا يقبل التأويل بناؤه العلاقة بين الحدود بناءا " ماصدقيا " أي على علاقة " الاحتواء ". أو على الأقل هذا ما يفهم من التعريف أو أن أرسطو لم يحترمه في

عمله وإن كان في تعريفه للقضية يبدوا مفهوميا ،وفي قياساته يبدو ماصدقيا " . مع العلم بأن الحكم على منطق أرسطو بأنه مفهوي خالص أو ماصدقي خالص ربما لا يزال مؤجلا ، لأن هذا الموضوع لا يزال يسيل الكثير من الحبر.فهو يضع لحدود القياس مفهوما ماصدقيا ،فسيكون الحمل إذن علاقة بين أصناف.وها هو ذا تعريف أرسطو المشار له "..... فإذا ما كانت الحدود الثلاثة مرتبة بعضها مع بعض على هذه الصفة ، وهي أن يكون الأخير موجدا في الأوسط والأوسط موجودا في الأول أو غير موجد في شيء منه ، فمن الاضطرار أن يكون حينئذ من الرأسين قياسا كاملا"[1] .وليس هذا صحيحا كما هو معلوم إلا في الضرب الأول من الشكل الأول.إذا كان موضوعنا –المحمول–فنجد أن مما يستدرك على أرسطو هو أن الحدود العامة إذا ما وردت في قضية يمكنها أن تتبادل الأدوار فيها . المساواة عدل.أو نقول العدل مساواة –مما يعني أن مسألة الحمل لا تتقيد بقاعدة أرسطو " الجوهر والعرض ".خصوصا إذا فهمنا من الجوهر ما يسميه هو الجواهر الأولى فهذه الخطاطة "جوهر يحمل أعراضا " لا تنطبق إلا على القضية التي يكون موضوعها شيء واحد له وجود واقعي كالقول"الكعبة قبلة المسلمين" لكن يرد على الذهن ويأتي على اللسان من الأحكام ما لا يتوافق وهذه القاعدة ونستطيع مع ذلك أن نتعامل معه منطقيا. القول (" ذهب " فعل ماضي) فهذه قضية بموضوع ومحمول أو القول" الاثنان عدد طبيعي " إذا فحيثما أوقعنا نسبة بين تصورين شكلنا قضية بسيطة أيّ كان مجال الكلام . ومجال التصور لا حدود له . كما أن كلام أرسطو عن الحمل لا ينطبق وفي الحدود الضيقة التي

---

1 – عبد الرحمان بدوي . نفس المصدر . ص . 78

يصدق فيها إلا على "المستوى الأول" من الكلام بحيث إذا انتقلنا في الكلام إلى "مستويات أعلى" لم يعد للجوهر والعرض أي معنى. باختصار لأن موضوع ما حول اللغة هو قضايا وحدود وأدوات الربط ..الخ التي تستخدم في لغة الموضوع ومن الصعب أن نكيف الحدود التي يستخدمها أرسطو في لغة الموضوع مع مواضيع ما حول اللغة فأين مثلا سنجد في حد ما أو حرف ما صفة عرضية وصفة جوهرية ؟ . وغيرها كثير مما يمكن أن تطرحه هذه المسألة من صعوبات لا حاجة للمنطق بها . كما أن استخدام الحدود العامة في القضية (البسيطة) حسب تصور أرسطو يجعلها غير قابلة للوصف بالصدق أو الكذب إذا كان معيار ذلك هو مطابقتها أو عدم مطابقتها للواقع .- فكيف لنا أن نتأكد من صدق القضية . الإنسان حيوان طاهي . أو الكلام العام . الملك يحب السلطة-.[1]هذا التعميم في حدود أرسطو هو الذي جعل . فريجه . يضع لقضية أرسطو قالبها الصحيح ، وهي أنها " دالة كلامية " على صورة " الدالة الرياضية ".وهي " دالة قضية ".ثم أن العلاقة بين حدي القضية ليست بالضرورة علاقة حمل أو عدم حمل صفة على موصوف ، فهنالك ما لا حدود له من العلاقات بين حدي القضية ، فقد تكون علاقة احتواء أو علاقة مكانية أو علاقة سياسية أو، أو ..الخ.ففيما يخص الشكل الثالث مثلا يرد الحد الأوسط موضوعا في المقدمتين فهو إذن ليس حدا أوسطا لا من حيث مكانه بين الحد الأكبر والحد الأصغر ولا من حيث ماصدقه الذي يفترض فيه أن يجعله أصغر من الحد الأكبر و أكبر من الحد الأصغر .وهو في هذا الشكل يمثل أصغر الحدود .ثم أن من قواعد هذا الشكل التي تضمن صدق النتيجة حسب أرسطو هو أن تكون النتيجة جزئية . وهذا يجعلنا نستنتج نتيجة جزئية لها دلالة وجودية حسب

---

1 – عبد الرحمان بدوي . نفس المصدر . ص. 78

التحليل المحمولي المعاصر .لأن القول مثلا " بعض الناس علماء " تعني في اللغة المحمولية المعاصرة أنه – يوجد على الأقل فرد واحد من الناس يحمل صفة العلم – بينما مقدمات القياس التي هي قضايا كلية ، هي عبارة عن فرض عام أي قضايا فرضية . كما بيّن التحليل المحمولي المعاصر للقضية الكلية ذلك .والصيغة التخطيطية للقضية الكلية الموجبة مثلا هي :

∀ سـ . سـ (ل) ⟵ سـ (ح) . وهي عبارة عن لزوم صوري على حد تعبير راسل وهذا اللزوم يكذب فقط في الحالة التي يكون فيها المقدم صادقا والتالي كاذبا . فهذا اللزوم يبقى دائما صحيحا حتى عندما لا تتحقق الدالة

سـ (ل) التي تمثل المقدم في المركب السابق بأية حجة . بمعنى أنه إذا لم يوجد أي شيء يحقق سـ (ل) فإن سـ (ل) ⟵ سـ (ح) وجد أم لم يوجد ما يحقق سـ (ل) . لأن الكذب يستلزم كل شيء ، فالقضية الكلية موجبة كانت أم سالبة هي قضية فرضية . لأنها تضع فقط علاقة التالي بالمقدم لا المقدم ذاته[1] . فكيف إذن نستخلص الوجود من حكم افتراضي ؟ .

ورغم محاولة أرسطو استدراك بعض نقائص هذا الشكل ببرهنة نتائج أضربه عن طريق ردها إلى الشكل الأول باعتباره أكمل الأشكال وباستخدام قانون العكس بالعرض، فكان ذلك أيضا محاولة فاشلة . لأن قانون العكس بالعرض الذي يقبل مثلا عكس الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة .هو إجراء غير صحيح،لأن القضية الكلية كما سبق وأن قلنا هي بمثابة فرض عام وليس لها أية دلالة وجودية .

وصدقها ليس تابعا لوجود ولو فرد واحد على الأقل من أفراد موضوعها . في حين أن صدق الجزئية تابع لوجود على الأقل فرد واحد من أفراد موضوعها .

1-Blanché (R) . Introduction à la logique contemporaine . Armand Colin.Saint.Michel.Paris .P . 147

فقانون العكس بالعرض الذي اعتمد عليه أرسطو ينطوي على مغالطة يعتبر فيها أن القضية الكلية لها دلالة وجودية ، وهذا غير صحيح . ورغم اعتراض بعض المناطقة المعاصرين على هذا النقد كالفرنسي جول تريكو الذي يقول ((إن هذه النظرية لا يمكن التسليم بها لأن المنطقيين الرياضيين ذوي التشدد الرياضي المفرط قد أهملوا التفريق الأساسي بين الوجود العيني والوجود الذهني.....،ومن جهة أخرى فليس صحيحا أن القضية الكلية لا تكون وجودية أبدا ، وأن القضية الجزئية تكون وجودية دائما : بل كل ذلك يتوقف على الدلالة الذاتية التي تتلقاها في الذهن . فقد تتضمن القضية الكلية قضايا جزئية واقعية ، فهي إذن واقعية من الدرجة الأولى . وبالعكس فقد تعبر القضية الجزئية عن حقيقة عامة من حيث أن الموضوع يشارك في ماهية مشتركة عامة . وبعبارة أخرى ومع بقاء صورة القضية هي هي ، فإن الذهن يحتفظ بحريته في تغيير الفحوى))[1]

وواضح أن هذا التحليل هو سيكولوجي أكثر مما هو منطقي وحتى وإن اعتبارنا الحدود مجردة فهذا لا يشفع لأرسطو لأنه يعتبر منطقه آلة للعلم.ونحن ننتقد من خلال وجهة نظر المنطق المعاصر،لأننا نرى خطته أكمل من خطة أرسطو بحيث هذا الأخير مثلا لا يقبل الصنف الفارغ رغم أهميته ، فضلا عن عيوبه الأخرى الكثيرة .والتحليل بواسطة طريقة أشجار الصدق يثبت صدق ما سبق وكذلك يمكن إثبات ذلك بما يسمى أشكال أو دوائر "فن" Venn وهي الأخرى آلية تحليلية فعالة . ولنأخذ مثال من الضرب الأول من الشكل الثالث المعروف بالضرب Darapti ولنحلله بطريقة أشجار الصدق .

1- جول تريكو . المنطق الصوري . ترجمة د. محمود يعقوبي ، ص . 197 ديوان المطبوعات الجامعي

كل الفلاسقة حكماء

كل الفلاسفة مناطقة

—

إذن بعض المناطقة حكماء

نقوم في الخطوة الأولى بترجمة القياس إلى اللغة المحمولية المعاصرة ، أي استبدال رموز المتغيرات الشخصية ومتغيرات المحمولات بحدود اللغة الطبيعية ، وبناءا على ذلك سنحول الاستدلال السابق إلى الصورة التالية:

∀ سـ (ل(سـ) ← م (سـ)

∀ سـ (ل (سـ) ← ع (سـ)

—

إذن ∃ سـ (ع (سـ) ∧ م (سـ))

الخطوة الثانية نقوم بإسقاط كل المتغيرات الشخصية الواردة في الصورة السابقة على النحو التالي :

∀ (ل ← م)

∀ (ل ← ع)

—

∃ (ع ∧ م)

الخطوة الثالثة نسقط رموز الكم

(ل ← م)

(ل ← ع)

—

(ع ∧ م)

الخطوة الرابعة : تحويل الصورة الثالثة إلى شجرة صدق .وخطوات هذه الطريقة بشكل عام والتي يجب إتباعها بدقة هي :

1- يجب إدخال النفي على العبارة التي يراد تحليلها لمعرفة أنها صادقة دائما أو كاذبة دائما " أي في كل الأحوال " أو – عرضية – أي تصدق في ظرف وتكذب في أخر .

2- يجب تحويل الرابط الرئيسي الحاصل بعد عملية النفي إلى وصل أو إلى فصل إذا كان غير ذلك ، أما إذا كان وصلا أو فصلا فتحذف هذه الخطوة ثم نواصل العملية نفسها مع الروابط الثانوية الباقية إلى نهاية التحليل

3- نبدأ في التحليل برابط الوصل قبل رابط الفصل ، لأن الوصل عمودي والفصل متفرع .

4- إذا ظهر في نفس الفرع تناقض أي وجود قضية ونفيها فنضع العلامة (×) في ذلك الفرع ولا نواصل فيه التحليل بل ننتقل إلى فرع آخر ليس فيه تناقض . وهكذا كلما ظهر تناقض في فرع من فروع الشجرة نضع العلامة السابقة وننتقل إلى فرع آخر إلى نهاية التحليل . إذا نتج عن تحليل العبارة تناقض في جميع الفروع فنقول أن كل فروع الشجرة مغلقة أي كل فروعها متناقضة وبما أنها ليست هي العبارة الأصلية بل هي العبارة المنفية أي المناقضة لها فنحن إذن أمام حالة نقيض

القضية أي أمام نقيض النقيض . وهو ما يعني أن العبارة الأصلية صادقة في جميع الحالات أي عبارة تكرارية Tautology .

5-إذا انتهت عملية تحليل القضية المنفية إلى عدم وجود أي تناقض في أي فرع من فروع الشجرة فنقول أن كل فروع الشجرة مفتوحة أي خالية من التناقض وهذا يعني أن القضية الأصلية كاذبة في كل الحالات أي أنها متناقضة Contradictory .

6-إذا ظهر تناقض في بعض الفروع ولم يظهر في البعض الآخر من الفروع فالعبارة عرضية [1] Contingent .

ولنقوم بتطبيق هذه الخطوات على مثالنا السابق في الصفحة الموالية

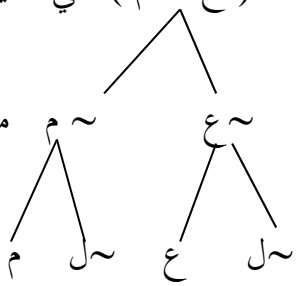
1- أحمد موساوي : مدخل جديد إلى المنطق المعاصر.معهد المناهج 2007ج1.ص ص151 ، 152

1 – (ل ← م) المقدمة الأولى

2 – (ل ← ع) المقدمة الثانية

3 - ~ (ع ∧ م) نفي النتيجة

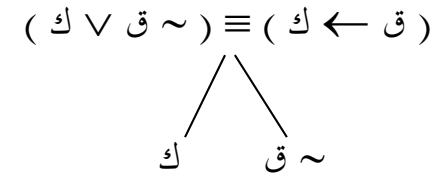
4 - من3 تحويل الوصل المنفي إلى فصلتين



من 1 نفي الشرط ، من 2 نفي الشرط لأن

قاعدة الشرط هي تحويل الشرط في حالة الإثبات

إلى فصل بالصورة التالية :



النتيجة:يوجد فرعان مفتوحان أي أن المجموعة متسقة إذن الاستدلال غير صحيح .إذن القاعدة التي تنص على جزئية النتيجة في أضرب الشكل الثالث ليست كلية .ولنأخذ مثال ثاني من الأضرب التي كانت تعتبر منتجة عند أرسطو ولنفحصه بطريقة " فين" . نعلم أن أرسطو لا يتعامل في أقييسته إلا مع الحدود الكلية ،التي هي أجناس أو أنواع . وبما أن الحد الكلي له جانب مفهومي "مجموعة الخصائص الماهوية" وله جانب ماصدقي " وهم الأفراد الذين تنطبق عليهم تلك الخصائص "

فنستطيع إذن أن نعتبر الحدود الكلية " أصنافا " . ومن هنا فالقياس الأرسطي يتكون من ثلاثة أصناف بينها علاقة تقاطع.وبالمناسبة فإن طريقة التمثيل الهندسي ليست من اختراع هذا المنطقي بل هي ضاربة في تاريخ هذا العلم ،كما هو شأن كل المعرفة البشرية فهي مبنية على التواتر وليس هناك إبداع من العدم ، وهي كذلك بنت الأممية كما يقول ابن رشد . يقول الأستاذ أحمد موساوي في كتابه "تاريخ المنطق" ((إن ما هو أكثر أصالة في موضوع الإضافات والتعديلات المذكورة بالنسبة إلى ليبنتز والتي أدت إلى تطوير المنطق الحديث نحو الرياضيات هو عرضه للأقيسة أي لأشكال الأقيسة بصورة تخطيطية . والتي نجدها في عمله تحت العنوان التالي

DE FORMAE LOGICAE COMPROBATIONE PER LINEARRUM DUCTUS

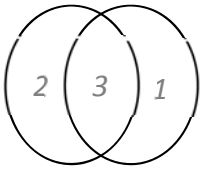
OPUSCULES P. 292 . 321 وتتشكل تلك الطريقة في استعمال المستقيمات والنقاط . وقد تطورت فيما بعد عند المنطقي والرياضي السويسري EULER LEONARD (1707-1783) وصارت تعرف بدوائر EULER . إن اسم EULER يطلق على تلك الأعمال التي قام بها LEIBNIZ و EULER هو الذي اكتشفها في مخطوط MANUSCRIT لليبنتز وجده في مكتبة HANOVER ولا ندري ما هي الأسباب والعوامل التي حالة دون تحقيق ونشر ذلك المخطوط . وقد رأى بعض مؤرخي المنطق أن فكرة عرض الأقيسة بواسطة الرسومات الهندسية كانت موجودة من قبل

فنجدها عند أبي البركات البغدادي بن ملكة في كتابه المعتبر في الحكمة وفي المجلد الخاص بالمنطق)[1] .

– ترجمة القضايا الحملية الأربعة إلى ما يسمى دوائر" فين" Venn circles

ا – الكلية الموجبة : كل منطقي عالم

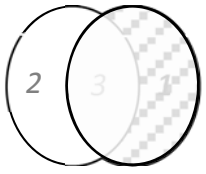
تترجم الكلية الموجبة إلى دائرتين متقاطعتين تمثل إحداهما صنف الموضوع وتمثل الثانية صنف المحمول ، بالشكل التالي :



نلاحظ في الشكل ثلاثة مناطق مرقمة : رقم 1 – خاصة بالموضوع وحده

رقم 2 – خاصة بالمحمل وحده . رقم 3 – جزء مشترك بينهما .

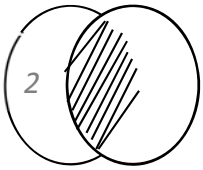
القاعدة لرسم الكلية الموجبة بطريقة " فين " نقوم بتخطيط الجزء 1 من الموضوع كما يلي



1– أحمد موساوي : تاريخ المنطق .دار هومه ط1 ، الجزائر 2018 . ص 187

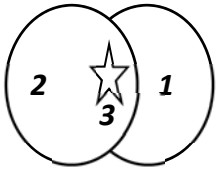
ب- لرسم الكلية السالبة بطريقة " فين " دائما ، نرسم دائرتين متقاطعتين ونرقمهما بنفس النظام الذي رقمنا به الكلية الموجبة ، لكن نقوم في الكلية السالبة بتخطيط موقع التقاطع بين الدائرتين كما يلي :

مثال : لا إنسان خالد

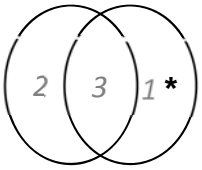


ج – لرسم الجزئية الموجبة : دائما حسب " فين " . نقوم برسم دائرتين متقاطعتين ونرقمهما بنفس نظام ترقيم الصور السابقة ، ونضع علامة نجمة في منطقة التقاطع

مثلا : بعض الأقوال مفيد . [1]



د – لرسم الجزئية السالبة : نقوم بنفس الخطوات المتبعة في رسم الصورة السابقة لكن نصع علامة النجمة في الجزء من الدائرة التي تمثل صنف الموضوع الموجود خارج الدائرة التي تمثل صنف المحمول . مثلا :بعض الأفارقة ليسوا جزائريين.

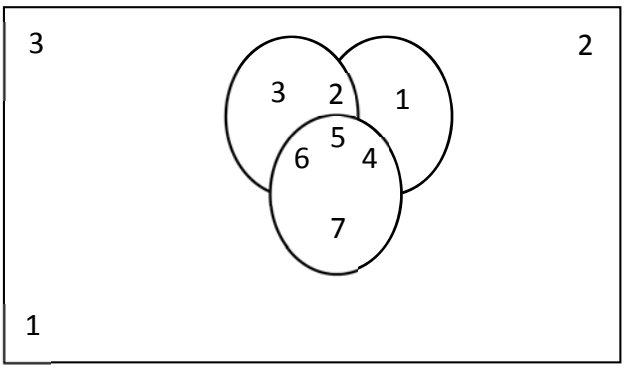


.

1 – أحمد موساوي : نفس المرجع السابق . ج2 . ص . ص . 33 .36

لاختبار صحة أو عدم صحة الأقييسة الحملية التقليدية بواسطة أشكال " فين " .

فبما أن القياس الحملي التقليدي يتكون من ثلاثة حدود أو نقول من ثلاثة أصناف وبما أن كل " صنف " يعبر عنه حسب تحديد " فين " بدائرة . إذن يجب أن يمثل القياس الحملي بثلاث دوائر متقاطعة تمثل الأصناف أو الحدود الثلاث . الأكبر ، الأوسط ، الأصغر .والقاعدة العامة التي تتحكم في تحديد الأقييسة الحملية الصحيحة والتي تميزها عن الأقييسة الفاسدة أو على الأصح الخاطئة هي أننا نقوم برسم المقدمتين فقط وفقا للقواعد الأربعة الخاصة برسم كل صنف من أصناف القضايا الحملية الأربعة . أما النتيجة فسترتسم تلقائيا من رسم المقدمتين إذا كان القياس صحيحا والطريقة المتبعة في الرسم صحيحة . رسم " مجال القول أو عالم المقال " يقوم حسب " فين " يقوم على تحويل القضايا الحملية التي هي مقدمات القياس الحملي إلى أشكال هندسية توبولوجية تتكون من ثلاث دوائر متقاطعة داخل مستطيل كما بالشكل التالي :



يشير الرقم 1 إلى الدائرة الخاصة بالحد الأوسط والتي تتكون من القطع

(4 ، 5 ، 6 ، 7) .

يشير الرقم 2 إلى الدائرة الخاصة بالحد الأصغر والتي تتكون من القطع

(1 ، 2 ، 4 ، 5) .

يشير الرقم 3 إلى الدائرة الخاصة بالحد الأكبر والتي تتكون من القطع

(2 ، 3 ، 5 ، 6) [1].

وبناءا على الاحترام الصارم للقواعد السابقة يكون القياس الحملي صحيح إذا وفقط إذا كلما رسمت المقدمات ارتسمت النتيجة تلقائيا .ويكون القياس الحملي غير صحيح طبقا للقواعد الخاصة بأشكال " فين " إذا وفقط إذا كلما رسمت المقدمتان لم ترتسم النتيجة .ولنأخذ مثال من الضرب الثاني من الشكل الثالث المعروف بالضربFelapton

لا إنسان خالد . ك . س

كل إنسان عاقل . ك . م

—

إذن بعض العاقل ليس خالد . ح . س

الخطوة الأولى :

نرسم الدوائر الثلاث المتقاطعة داخل المستطيل الذي يحدد عالم المقال .

بحيث تكون الدائرة 1 خاصة بالحد الأوسط " إنسان " والدائرة 2 تخص الحد الأصغر " عاقل " . والدائرة 3 تخص الحد الأكبر " خالد " .ونرقم الأجزاء من 1 إلى 7 ، وفقا للقاعة المحددة سلفا .

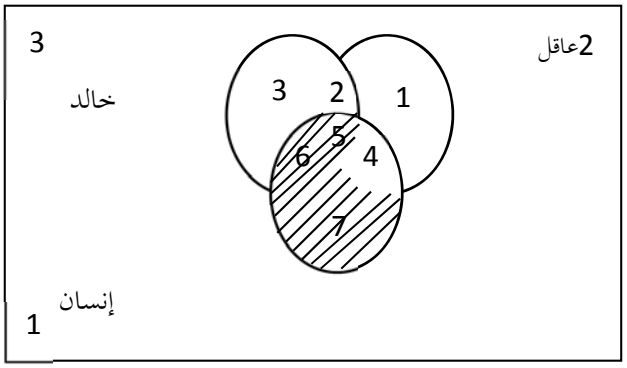
---

1 – أحمد موساوي . نفس المرجع : ج2 . ص .ص. 35 . 36 . 37 . 38

الخطوة الثانية :

بما أن المقدمة الكبرى " لا إنسان خالد "كلية سالبة . فيكون رسمها وفقا للقاعدة الخاصة بها . هو تخطيط الجزء المشترك بين دائرة الموضوع " إنسان " ودائرة المحمول " خالد " أي (5 ، 6) .

وسيكون رسم المقدمة الصغرى ، وهي "كلية موجبة " طبقا للقاعدة الخاصة بها أي تخطيط الجزء من الموضوع " إنسان " . الموجود خارج دائرة المحمول" عاقل" أي الجزء الذي يحمل الرقم 7 .



النتيجة : بما أن النتيجة جزئية سالبة فوجب أن توجد في الرسم علامة النجمة في الجزء من الموضوع " عاقل " خارج دائرة المحمول " خالد " أي الجزء الذي يحمل الرقم 1 .وبما أن الرسم لا يحتوي على علامة النجمة . إذن النتيجة لم ترسم برسم المقدمتين ، وهذا دليل على أن هذا القياس فاسد . هذا القياس هو من الضرب الثاني من الشكل الثالث المعروف بالضربFELAPTON

وهو من الأضرب المنتجة عند أرسطو.لكن عدم إنتاجه بواسطة أشكال "فين" يرجع إلى صدور نتيجة جزئية من مقدمتين كليتين أي الانتقال من الفرض إلى التقرير الوجودي . وهذا نوع من أنواع المغالطات[1].

1 – أحمد موساوي . نفس المرجع . ج2 ص 49

من وجهة نظر المنطق المعاصر. ثم أن الحد الأوسط يرد في هذا الشكل

موضوع في المقدمتين فهو إذن ليس حدا أوسطا لا من حيث مكانه بين الحدين الأكبر و الأوسط ، ولا من حيث ماصدقه . إذ هو أصغر من الحد الأصغر بهذه الوضعية ((موضوعا في الصغرى)) .

في الشكل الثاني يرد الحد الأوسط محمولا في المقدمتين ، فهو كذلك ليس حدا أوسطا لا من حيث وضعيته ولا من حيث كونه محمولا في الكبرى لأنه سيكون بذلك أكبر من الحد الأكبر.أما في الشكل الرابع وبالصورة التي يعرضه بها المشاؤون . يكون الحد الأوسط محمولا في الكبرى موضوعا في الصغرى

فسيكون بهذه الوضعية أكبر ماصدق من الحد الأكبر . إذن فهو ليس حدا أوسطا يقول أرسطو في إحدى نصوصه : عندما تكون بين ثلاثة حدود علاقات بحيث يكون الأصغر محتوى في كل الأوسط ، والأوسط محتوى أو غير محتوى في كل الأكبر ، فبالضرورة يكون بين أطراف العلاقة قياس كامل[1] .فالعلاقة التي بنا عليها أرسطو كل قياساته هي فقط علاقة الاحتواء ، ويبدو أنه لم يأبه لموضوع " العلاقة " ليحللها لأنه كانت إستراتجيته العامة في فلسفته ووفقا لروح ذلك العصر هي تفسير الوجود ولم يكن اهتمامه الكبير منصب على قواعد تركيب اللغة كما كان الأمر مثلا في جانب منه عند المناطقة المعاصرين .لكنه في أمثلته عن أشكال القياس يستخدم إضافة للحدود الكلية التي تتضح فيها تماما علاقة الاحتواء أو عدم الاحتواء — لأنها تشير إلى أجناس في الوجود —

---

1 –Aristote ,les Premiers Analytiques , Trad, Jules Tricot, Jean Vrin,Paris,1962, P : 13 .

يجب أن نلاحظ أن صفة الجنس وصفة النوع اللتان يستخدمهما ، واللتان يبدو انه استوحاهما من ثقافته البيولوجية إذ قد اجتهد أرسطو في وضع تصنيف للكائنات الحية ولا يزال إلى اليوم ، بعد قواعد التصنيف المشهورة التي اعتمدها "كوفيي" من يقبل وجهة نظر أرسطو ، ولا بأس من الإشارة إلى تصنيفه هذا والذي تظهر فيه ملامح القسمة الآفلاطونية اعتمد أرسطو في تصنيفه هذا على ملاحظاته للكائنات الحية وخصائصها الفيزيائية

[[فهو يقسم الحيوانات Animals إلى مجموعتين :

المجموعة الأولى : الفقريات ذات الدم الأحمر Vertebres with red blood

وهذه المجموعة يقسمها إلى خمسة أجناس :

1 – رباعيات الأرجل الولود بما فيها الثديات

Viviparous quadrupeds (and mammels)

2 – رباعيات الأرجل البيوض (الزواحف ، البرمائيات)

Oviparous quadrupeds (reptils and amphibians)

3 – الحيتان Whales

4 – الأسماك Fishes

5 – الطيور Birds

المجموعة الثانية : مجموعة اللا فقريات ذات الدم الغير الأحمر

Invertebres without red blood وهذه بدورها يقسمها إلى خمسة أجناس

1 – رأسيات الأرجل (الرخويات)كالأختبوط Cephalopods

2 – القشريات Crustaceans

3 – الحشرات بما فيها العناكب العقارب ومئويات الأقدام

Insects (including spiders scorpions and centipeds)

4 – الحيوانات ذات الصدفة Shelled animals

5 – المجوفات:(Plant animals (Cnidarians)][1]كقنديل البحر

.Hydra,Strobila,Ephydra,(Medusa)

وبالعودة إلى كلامنا السابق يجب أن نلاحظ كما قلنا أن صفة الجنس وصفة النوع لا تتناسب وكل التصورات التي يمكن أن نبني بها الاستدلال. فالمفاهيم الرياضية مثلا قد تشترك في خواص معينة تجعلها تتداخل فيما بينها لكن ليس من السهل أن نحدد فيها ما هو نوع وما هو جنس ،ونفس الغموض يمكن أن نجده في غيرها من مصطلحات أرسطو المتعلقة بالتعريف وبالاستدلال ...الخ) . يستخدم أرسطو الأوصاف العامة . ككلمة أبيض ، متوحش ..... الخ مما يخل بالعلاقة التي بنا عليها قياساته فكلمة أبيض مثلا وكلمة حيوان التداخل بينهما أرسطو ليس على نفس الأساس الذي يقوم عليه بين حيوان وإنسان، يستخدم كلمة – طيّب – وكلمة – حي– ليؤلف قياسا فما هو أساس التداخل هنا ؟ هل هو الخصائص العضوية ؟ و أين هي بين طيّب وحي ؟ وكيف يفهم عندها – حد أكبر ، أصغر ...؟ – . يشار إلى أن أرسطو يستخدم كلمة — ينتمي— لكنه لا يميز بشكل واضح بينها و بين– محتوى في– .

-

1 – Date accessed : 25 / Jan / 2018 . WWW .Cosmovisions.

Com / Cuvier .htm. Date created . unknown .

في القياس التالي مثلا الذي يصوغه لا يحترم علاقة الأجناس وهو يقدمه كمثال للقضايا المحتملة التي لا تعطي نتيجة ، أو نقول تعطي نتيجة لا تتوافق مع المقدمات . :

من الممكن أن يكون بعض الأبيض حيوانا

من الممكن أن يكون بعض الثياب أبيض

فالنتيجة : هي أنه من الضروري (وليس من المحتمل) أن لا ثوب حيوان [1].

و في القضيتين التاليتين . العدل كله خير. ، – الإنسان حيوان —

علاقة الاحتواء واضحة في القضية الثانية والتداخل هنا أساسه عضوي و يؤكده علم التصنيف لكن كيف هو الحال في القضية الأولى بين العدل والخير ؟ فلكلام هنا عام ويفتقر للدقة العلمية . ولعلى هذا من نقاط ضعف المنطق التقليدي . ومن الحدود التي يستخدمها وفي نفس القياس والتي لا تتضح علاقات الاحتواء بينها (الموسيقى ، الحيوان ، فن الطب) . كما يظهر من عمل أرسطو في التحليلات الأولى في كلامه على العكس و قواعده وفي تحليله للقياس و قواعد صحة نتيجته وفي عملية رد الأشكال إلى الشكل الأول أنه يبني كل عمله على علاقة " الاحتواء أو عدم الاحتواء " وقد ظهر للكثيرين من بعد أرسطو أن القضية يمكن أن تبنا بناءا آخر مخالف للشكل الذي تعامل معه أرسطو (موضوع ، محمول) بل قضية علاقة .

1 – Aristote .Ibid :P 60

مثلا – علي أنجب محمد – ، . الأغواط جنوب الجزائر — ويرى

" لاشولييي " [1] مثلا أنه يمكن بناء قياس بهذا النوع من القضايا وهو يتجاوز في قواعده بكثير قواعد القياس الأرسطي.وهو أقرب للاستدلال الرياضي في مرونته منه للقياس الأرسطي الرتيب .ولنأخذ المثال التالي الذي يقوم على علاقة المساواة

ا = ب

ب = ج

إذن ا =ج

يمكننا في هذا الاستدلال أن نغير ترتيب المقدمتين أو أن نبادل النتيجة بأي من المقدمتين ونحصل مع ذلك دائما على نتيجة . ولنأخذ حالة واحدة كمثال لنضع النتيجة كمقدمة كبرى

ا = ج

ب = ج

إذن ا = ب

ففي هذا المثال الذي يقوم على خاصية التعدي بالنسبة لعلاقة المساواة لا نجد (ولا نحتاج) أين نوظف قواعد صحة القياس الحملي .وللأمانة فهذا المثال

1 – Lachelier (Jules) . Etudes sur le syllogisme : Felix Alcan , Paris . 1907 P,P . 41.42

استخدمه روبير بلانشي[1]. لتوضيح ذات الفكرة التي نحن بصدد الإشارة إليها .

و استخدمه من قبله ابن سينا هو يعرضه في كتابه (الإشارات و التنبيهات).

1-Blanché (R). Introduction à la logique contemporaine 5 éme éd .Paris.A.Colin.1968.P.187.

الفصل الثاني

تطور مفهوم الحمل بداية من غوتلوب فريجه

إن القضايا التالية : – علي إنسان – ، – كل إنسان فان – ، – كل أفراد هذه العائلة متعلمون – من جهة .

ومن جهة أخرى القضايا – علي ابن محمد – ، – ولاية المدية أقل مساحة من ولاية تمنراست – . – الشاذلي بن جديد تقلد الحكم بعد الهواري بومدين – مدينة تلمسان تقع غرب مدينة وهران – .

كل القضايا السابقة تتألف من حدين لكن طبيعة هذه الحدود و العلاقات التي

تربطها فيما بينها تختلف من الأولى إلى الأخيرة . الحدان في القضية الأولى هما موضوعا ومحمولا ، حيث يمثل الموضوع كائن واحد ويمثل الموضوع في القضية الثانية مجموعة من الكائنات ، ويمثل المحمول صفة ملازمة لأفراد الموضوع . حيث تمثل الحدود – فان ، متعلم – الصفات العامة لكل أفراد البشر في القضية الثانية ، ولكل أفراد العائلة في القضية الثالثة.لكن في القضية الأولى الحد "إنسان " يبدو مجرد تكرار للموضوع ، لأن اسم العلم (علي أو محمد لا نشير به إلا لإنسان ولا نسمي الطاولة أو شكل ما هندسي أو حيوان ما غير الإنسان بهذا الاسم ، وهذا أمر قد كرسه الاستخدام. ويمكن تصور العلاقة بين الموضوع والمحمول على أنها علاقة انتماء فرد إلى صنف عند قراءة الحد " إنسان " على أنه يشير إلى صنف . أما في قضايا المجموعة الثانية . القضية " علي هو ابن محمد "

و القضية" ولاية المدية هي أقل مساحة من ولاية تمنراست " .

لا نستطيع أن ندعي أن الحد الثاني محمولا على الأول " فعلي" ليس محتوى في محمد ، ولا ولاية المدية محتواة في ولاية تمنراست ، ولا يكون اسم العلم وصفا . دون أن يكون ذلك مجازا .و الحقيقة أن هذا النوع من القضايا ليس لها محمولا ولا تتكون إلا من مواضيع إذا صح التعبير لأن الحدين يمثلان أفرادا واقعيين .

و العلاقة بين هذين الموضوعين في القضية الأولى هي أن محمد " سبب " وجود علي.والعلاقة في الثانية هي علاقة مقارنة من جهة المساحة . وقد كان المشاؤون ومن تعاطا " المنطق التقليدي في القديم يتوهمون أن العلاقة بين هذه الحدود يمكن بل ويجب أن تكون على صورة حمل صفة على موصوف بوهم من كلمة "هو" Is "أو " هي " [1].وقد انساق كل الفلاسفة المسلمين في كلامهم عن المنطق وراء هذا الوهم باستثناء ابن سيناء الذي كان النقطة المضيئة في مجال المنطق في تاريخ الحضارة الإسلامية لكن النظرة التأليهية لأرسطو من قبل

((الفلاسفة المسلمين)) لم تسمح بوجود من يبني على عمل ابن سينا. وحتى

المحدثين منهم في العالم العربي.ورغم التطورات التي حدثت في الغرب (عمل دي مورغان ومراجعته لمعنى الرابطة) فالفكر العربي نشأ على التقليد ففقد روح النقد والإبداع ، فلم يكن جلهم يحلل أو يراجع أو ينتقد ، بدليل أننا لا نجد من حاول أن يراجع عمل أرسطو ولو باجتهادات خاطئة إلا مواقف الفقهاء كابن تيمية . لكن لم يكن هدفه تهذيب الاستدلال وترقية العقل بقدر ما كان هدفه النيل من الفلسفة اليونانية والدعاية الشعبوية للدين وقد كانت سطوة التيار الديني السبب الرئيس في فشل الثورة الفكرية التي قام بها أبي حامد الغزالي

---

1 – Lachelier (Jules) . Etudes sur le syllogisme . librairie

Paris . Félix Alcan et Guillaumin réunies. Saint ; Germain . PP 39…45

التي أفشلها هو نفسه كما هو معلوم .وبالعودة إلى قضايانا من المجموعة الثانية التي سبقت الإشارة إليها ، نجد أن صفة – أقل مساحة – ليست صفة ملازمة لولاية المدية بل لا توجد هذه الصفة إلا في أذهاننا فقط (فهي لا تملك هذه الصفة كما تملك صفاتها الأخرى المتعلقة بالتضاريس أو الخصائص الجيولوجية) وعند مقارنة هذه الولاية وبالتحديد بولاية معينة (تمنراست في مثالنا) .

و الرابطة أو العلاقة في هاذين المثالين ليست كلمة " هو " أو " هي " بل كلمة

" ابن " وكلمة " أقل مساحة " على الترتيب . إن هذه القضايا المخالفة لبنية قضايا أرسطو يمكن أن نبني بها أقيّسة لكنها أقيسة ستكون مخالفة لبنية الأقيّسة الأرسطية و تتجاوز قواعد الصحة في أقيّسة أرسطو . و يمكن تسمية الأقيسة القائمة على هذه العلاقات بأنها (أقيّسة علاقات) مقابل أقيسة أرسطو القائمة على الحمل.و مما تجب ملاحظته أن حمل أو إثبات صفة المحمول للموضوع تأخذ صورا متعددة . فلننظر إلى القضيتين :

1- القضية " المجموعة " : (كل أفراد هذه الأسرة متعلمون)

و القضية الكلية (كل إنسان فان) . الفرق بينهما عميق ، فهذه الأخيرة تعني أن كل إنسان مأخوذ على حدا بل تعني " أي شيء إذا كان إنسانا و فقط بصفته كذلك فهو فان " . فهي إذن تعبر عن علاقة ملازمة بين صفة إنسان و صفة فان ، بحيث كلما وجدت الأولى وجدت الثانية ، فهي قضية عامة تقرر مبدأ مطلقا ، وتتكلم على الإنسان كمفهوم عام .بينما القضية (كل أفراد هذه الأسرة متعلمون) تقرر حقيقة مباشرة ،أي يمكن الإشارة إلى أفرادها بالأصبع[1]

و يمكن أن تأخذ القضية المجموعة " Collective " صور أخرى هي مثلا :

1-Lachelier (Jules) . Ibid . p p . 45 51

(بعض أفراد هذه الأسرة متعلمون) فهي الأخرى قضية مجموعة و الفرق بينها وبين الأولى أنها غير محددة أي لا نستطيع أن نفهم منها ما هو عدد أفراد هذه الأسرة الذين هم متعلمين ولا من هم غير متعلمين .

ويمكن أن نفرق بينها وبين الأولى بأن نسمي الأولى " قضية مجموعة عامة محددة "" (محددة في أنها تشير إلى كل أفراد الموضوع دون أن تستثني منهم أي فرد) و بأن نسمي الثانية " قضية مجموعة جزئية غير محددة " .

و من صور القضايا . القضية الفردية — صور Singular . " علي متعلم "ومن القضايا أيضا .

. القضية الجزئية — " بعض الناس أمناء " و إن كان يمكن تسميتها بالكلية الغير المحددة . لأن هذا البعض حسب لاشوليي قد يكون عشرات الأفراد فهي ليست كالفردية ولا كالكلية الكم فيهما محدد . و يظهر هذا الوصف معقولا عند التحليل . ويمكن أن نضيف في التعقيب على كلام لاشوليي في تمييزه بين القضية الفردية والقضية الجزئية هو تمييز صحيح إذ من المشتغلين بالمنطق التقليدي من يعتبر (بعض) التي تشير للسور الجزئي أن البعض تعني فقط ما دون (الكل) . أي واحد من أفراد الموضوع أو كل أفراد الموضوع ما عدا واحدا فكلاهما يحقق المعنى .لكن هذا التأويل لا يمنع التأويل الثاني الذي يفهم من كلمة (بعض) أي أكثر من فرد من أفراد الموضوع وأقل من الكل. فلدينا إذن خمسة صور، للقضية القائمة على ملازمة أو عدم ملازمة صفة المحمول لأفراد الموضوع

(. proposition of inhherence) فردية ، جمعية محددة ، جمعية كلية غير محددة، كلية ، جزئية . من هذا المجموع اثنين فقط تعامل معهما القياس الأرسطي

((الكلية ، الجزئية)) دون الصور الباقية[1] . أن توجد علاقة بين شيئين .

ا ، ب(اع ب) يجب أن تكون لهما صفة مشتركة كما يمكن أن نحمل عليهما ذات المحمول.أسـ ، ب سـ ويمكن تحديد الدالة أنها علاقة تربط تابع"بمتحول أو نقول بمتغيّر"أو أكثر بطريقة ما .ولا يصح أن نقول أنها تربط ثابت بمتغير ، لأنه في الدالة التآلفية مثلا: ع = 5س + 7 . كلما تغيرت قيمة الحجة س تغيرت معها قيمة ع . فالثابت في هذه الدالة ليس قيمة ع بل الثابت هو شكل العلاقة بين المتغير س والتابع ع. وهذه الحقيقة تبدو واضحة عندما نقارن الشكل السابق للدالة بالشكل التالي ، مثلا : ع = س^3 — 7 فإذا أعطينا لـ س مثلا نفس القيمة العددية في الشكلين السابقين ، سنجد قيمتين مختلفتين لـ ع . ففي العبارات الحسابية التالية نفس الصورة من العلاقة تربط ثوابتها لكن الثوابت تختلف فنقول أن لها نفس الصورة من الدالة .

(2×1^2) + 1

(2×4^2)+ 4

(2× 5^2)+ 5 .

والشكل العام للصور السابقة هو :

(2 س^2 + س) و بشكل أعم . 2( )^2 + ( ) .

لكن ليس في التعابير التالية نفس الدالة و إن كان لهذه العبارات نفس القيمة .

{(2 × 1)+ 1} و (4 — 1) . و الدالة " 2س + س = 3 " عندما تكون قيمة س تساوي 1 ، الذي يسمى بالحجة .

1-Lachelier (Jules) . Ibid . PP . 52 55

فالدالة ليست في الحجة ولا في قيمة الدالة بل في الطريقة التي ترتبط بها متغيراتها و ثوابتها بعضها ببعض[1] . وفي تأكيد فصل معنى الدالة عن قيمتها نقول في المثال التالي إن الدالة " س^2 – 4 س " لها نفس قيمة الدالة " س (س – 4) " لكنهما دالتين مختلفتين . و لكن الدالة إضافة إلى أنها في الطريقة التي ترتبط بها متغيراتها أو متغيراتها و ثوابتها هي في الحقيقة في كل ذلك . فالدالتين

" ص = 3ك +1 " ، و " ل = 3ن + 1 " . رغم أن طريقة تأليفهما واحدة لكنهما دالتين مختلفتين[2] . هذه الصورة من العلاقة في المجال الرياضي يمكن سحبها على اللغة الطبيعية ." عاصمة الإمبراطورية الألمانية " . يمكن صياغتها بالصورة " عاصمة س " .فتكون العبارة " الإمبراطورية الألمانية " حجة للدالة " عاصمة كذا ". وتكون من جديد – برلين – حجة للدالة " س عاصمة الإمبراطورية الألمانية ".ونقول عن الدالة أنها غير مشبعة إذا لم تتعين حجتها ونقول أنها مشبعة حين تتعين حجتها[3] . وقد يكون للدالة أكثر من حجة . " س أكبر من ص "علي أكبر من محمد " . فبتحليل فرجيه هذا صارت الحدود الكلية " أي التي لا تشير إلى فرد محدد " بمثابة متغير والعبارة التي تحتوي على هذا المتغير تأخذ صورة الدالة وربما من المفيد تعديد وتنويع الأمثلة . فالقول

(المتعلم متخلق) . الحد " متعلم " لا يشير إلى شخص محدد ولذالك يمكن صياغة العبارة السابقة بصورة أوضح وأقرب إلى مفهوم الدالة فنقول (س متخلق) . فالحكم السابق هو بمثابة دالة قضية سواء في صورة عرضه باللغة

1-Klemke (E.D).Prof Of Philo . Iowa State .University . Freg's Logic . Translation from the philosophical writings of Gottlob Frege. Edited. by. Peter Geach and Black Max .3ed .1980 Oxford .P 165

2-Klemke (E.D).Freg's Logic .Ibid. P . 37

3-Klemeke (E.D). Ibid . P . 40

الطبيعية (المتعلم متخلق) أو في صورته الرمزية (سـ متخلق) .ولا يمكن الحكم عليه بالصدق أو الكذب إلا بعد تعويض الحد (المتعلم) أو الرمز (سـ) باسم شخص متعلم ، وبعد رصد سلوك هذا الشخص ومعرفة ثقافته ، و .. و .. و.. عندها نستطيع الحكم بصدق القول السابق أو الحكم بكذبه والجديد في موضوع الدالة أو دالة القضية كما يعرضها فريجه هو أننا نستطيع أن نتعامل مع قضايا لها أكثر من موضوع أو أكثر من محمول . فالقول . " ابن سيناء طبيب ومنطقي " هي قضية أما القضية Singular. بمحمولين ، أو نقول قضية مركبة من قضيتين شخصيتين

" الفارابي أستاذ ابن سيناء " فهي قضية بموضوعين تكتب بصورة رمزية بلغة منطق الدوال بالشكل: ع (سـ ، صـ) . يقول فريجه في تعريفه للدالة " ما لا يتغير

في العبارة يسمى الدالة و ما يستبدل يسمى الحجة "[1]. ويقول في موضع آخر في تأكيد نفس المفهوم " جوهر الدالة هو ما يبقى في العبارة الجبرية مثلا : (2س + س) عندما ننزع " س " 2 ( ) + ( ) [2]. عندما يرتبط اسمان في عبارة مثل القول

{ الملك الحالي لبريطانيا } يمكن اعتبار " بريطانيا " الحجة و " الملك الحلي " الدالة .

ويمكن صياغتها على الصورة{الملك الحالي لـ سـ }ليكون الأمر أوضح. لكن الدالة السابقة ليست دالة قضوية ، بخلاف العبارة التالية قيصر فتح بلاد الغال " (سـ فتح بلاد الغال) لأنها تتألف من اسم يشير إلى شيء و عبارة تؤكد صفة لذلك الاسم ، فهي لذلك قابلة للوصف بالصدق أو" الكذب . وهي لذلك دالة قضوية أعني " سـ فتح بلاد الغال " لأنه عند تعيين الحجة تكون العبارة قابلة للوصف بالصدق أو الكذب .

---

1 - Russell (Bertrand). The principles of mathematics . printed in great britain by bradford . dickens . london .W.C.I. P. 506

2 - Russell(Bertrand). Ibid . P. 506

ويمكن أن تكون الدالة بأكثر من حجة مثلا في الجبر العبارة (س + ع = 5).

وقد تكون من درجة أعلى من الدرجة الأولى[1]وكلمة (Concept; Begriff. المفهوم) يستخدمها . فريجيه . حسب "راسل" . بمعنى يقترب جدا من معنى العبارة " دالة قضوية ". وقد تأخذ الدالة صورة { الدالة الوصفية } أي التي تصف شيء ما ولا يتعلق الأمر عندها بالصدق و لا بالكذب ، كالدالة 2س + 1 . فهي وصف للعدد 5 مثلا عندما نعوض س بالقيمة 2 ، وهي وصف للعدد 9 عند تعويض س بالقيمة 4 ، وهكذا . وكل العبارات الجبرية التي تتكون من متغيرات و ثوابت ورموز كل العمليات الحسابية . مثلا :

(س – ع) ، (س + 5) ، (2س + 6) ..... الخ في الأمثلة السابقة تلك دوال وصفية لأعداد [2]. لكن الدالة الوصفية ((خال أحمد)) يمكن أن نقول عنها بأنها صادقة أو كاذبة.كما تسمى العبارات المنطقية المكونة تكوينا جيدا كصيغة اللزوم التالية مثلا: (ق ⟵ ك) بدوال الصدق . لأنه عند تعويض المتغيرات في المركب بقضايا أي كانت قيمتها من جهة الصدق أو الكذب تتعين تبعا لذلك وتبعا لقواعد صدق دالة المركب تتعين قيمة ذلك المركب [3] . نقول عن علاقة ما أنها تشكل دالة أحادية إذا كانت علاقة أحادية أي إذا كان لشيء ما " ص " أي كان موافق واحد فقط هو " س " بحيث تتحقق الصيغة " س ع ص " أي إذا كان (س ع ص– و — ل ع ص) ⟵ س = ل ويمكن التعبير عن العلاقة س ع ص في شكل دالة بالصورة . س=(ع)ص

1- Russel (Bertrand) . Ibid . P .506

2 – Tarski(Alfred) . Introduction à la logique . trad . Jacques Tremblay . s . j . Paris - Gauthier- Villars.1969 . p. 05

3 – Tarski (Alfred) . Ibid . P . 35

ويمكن أن نستعير للمفهوم السابق للدالة أو " العلاقة الدالة " مثال من الحياة اليومية وهو " س أب ص" لأن لأي " ص" لا يوجد إلا شخص واحد هو" س" يكون أب لـ ص. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بشكل رمزي بالصورة " س ع ص " ومن أجل التخصيص أكثر تستبدل الصيغة السابقة بالصيغة " س = (ع)ص " .

س هو الأب لـ ص.فالدالة الأحادية أو أحادية المقابل هي التي تكون فيها قيمة الدالة واحدة دائما بينما الحجة قد تكون لها أكثر من قيمة في الجبر مثلا الدالة " س = ع^2 " ، في مجموعة الأعداد الصحيحة ع قد تأخذ قيمة سالبة أو موجبة لكن لا توافقها إلا قيمة موجبة لـ س دائما،هذا كما نعلم تعريفا في الرياضيات وهذا التعريف هو التالي : الجر التربيعي لعدد ، هو ذلك العدد الطبيعي الموجب الذي مربعه يساوي ذلك العدد .إذا أخدنا ع = – 2 أو ع = 2 . فإن س = 4 دائما . ويمك التعبير عن المساواة السابقة بشكل دالي بالصورة " س = تا (ع^2) " . و بأخذ القيمة "2 " لـ ع ، تكون صورة الدالة "4 = (2)^2 " أو"4 = (– 2)^2 " و " تا " توافق العبارة " تربيع القيمة 2 ". وللمقارنة من أجل توضيح أجل أي <معنى الدالة فإن علاقة . أصغر تماما . ليست علاقة دالة لأنه من س" عدد " ص" يوجد ما لا نهاية له من الأعداد س بحيث "ص وهذا يوضح الفرق الجوهري بين مفهوم الدالة و المفهوم العام للعلاقة .[1] فالدالة هي علاقة لكنها علاقة وبخصوصية معينة . وهي أنه لا يوجد عنصرين هما معا دالة لذات العنصر . فلا يوجد مثلا عددين هما معا " حاصل الضرب في

1- Tarski (Alfred). Introduction à la logique . Op.Cit. P.P . 92. 93.94

أربعةQuadruples" لنفس العدد [1] أو نقول تربيعات لنفس العدد .

فحاصل الضرب في أربعة للعدد ثلاثة (3 × 4) هو فقط اثنتا عشر وليس غيره .ولا يوجد إلا عدد واحد هو مربع لعدد معين . فلا يوجد مثلا إلا العدد أربعة هو مربع للعدد اثنين .ولا يوجد إلا عدد هو ضعف لعدد ما . فلا يوجد مثلا إلا الثمانية هي ضعف للعدد أربعة .وفي الشريعة الإسلامية علاقة زوج هي علاقة دالة أو باختصار هي دالة ففي زمن معين لا يوجد إلا شخص واحد هو زوج لامرأة ما .الدالة بحجة واحدة نسميها تصور " س " مثلا . والدالة بحجتين نسميها علاقة إذا كان يمكن أن تكون لها قيمة صدق . (الصدق أو الخطأ) كالعبارة " س + ع = 9 ".لكن تسمى العبارة دالة ولا نسميها علاقة إذا لم يكن من الممكن أن تكون لها قيمة صدق كالعبارة " س + ع " [2].

وقد تأخذ الدالة صورة أخرى هي الدالة الثنائية المقابل .Biunivoque

بحيث يكون لقيمة الدالة قيمة واحدة مقابلة لقيمة الحجة والعكس صحيح ، أي

ولقيمة الحجة قيمة واحدة مقابلة لقيمة الدالة . مثلا " س = – ع "

العلاقة الأحادية أو أحادية المقابل Univocité.

ليكن لدينا : تا (سـ ، عـ) علاقة ثنائية ، مجال تعريفها هو مجموعة الأزواج المرتبة (سـ١ ، عـ ب) . عندما يكون في هذا الميدان من أجل كل سـ١ لا يوجد إلا شيء واحد عـ ب على الأكثر يرتبط به . تسمى عندها هذه العلاقة بأنها علاقة أحادية بالنسبة لـ عـ . مثلا (سـ ابن عـ) . وكذلك

---

1 – Quine (W. V .O) Mathematical Logic . Harvard University Press Combridge Massachusetts London ,England Revesed Edution.1981 . P . 222

2 – Frege (Gottlob). Ecrits logiques et philosophiques . .Trad . Claude (Imbert) .Edition du Seuil .Editions .Points .Paris14.1971 P . 85

عندما يكون في هذا الميدان من أجل أي عـ ب ، لا يوجد إلا شيء واحد سـ

على الأكثر بحيث تا(سـ ا ، عـ ب) تكون صحيحة. تسمى العلاقة عندها بأنها أحادية بالنسبة لـ س . مثلا (سـ أب عـ) . وعندما يتحقق الشرطين السابقين معا في علاقة ما تسمي عندها العلاقة بأنها علاقة ثنائية Biunivoque المقابل مثلا (سـ هو الابن الوحيد لـ عـ)[1] . وبلغة الأصناف تكون الدالة أو العلاقة ثنائية المقابل ، عندما يكون لكل قيمة من قيم صنف

(قيم الدالة) قيمة واحدة فقط مقابلة من صنف (قيم الحجة) والعكس صحيح [2]. فمجموعة الأعداد الموجبة و مجموعة الأعداد السالبة ، لكل عدد موجب مثلا عدد سالب مقابل واحد فقط والعكس صحيح .

– (– 2) = 2 ، – (– 3) = 3 . والعكس صحيح 2 = – (– 2) 3 = – (– 3) ، 4 = – (– 4) ..... الخ .أو الدالة ع = 2س . يطرح هذا الشكل من الدالة علاقة ضعف مقابل علاقة نصف ، بحيث لكل قيمة من طرف قيمة واحدة فقط مقابلة من الطرف المقابل و العكس صحيح فهي تضع علاقة توافق واحد لواحد [3] . وقد تكون للدالة أكثر من حجة وأكثر من حجتين ، كما في المساواة التالية.ع = تا (س ، ص).ومن أمثلة العلاقة الرباعية أو العلاقة بين أربعة حدود العلاقة التالية : إذا كانت النقاط الأربعة . ا ، ب جـ ، د. بحيث المسافة بين ا و ب تساوي المسافة بين جـ و د أو بعبارة أخرى إذا كانت القطعة المستقيمة ا ب و القطعة المستقيمة جـ د متساويتان

---

1 – Chauvineau (Jean) . La Logique Moderne . Presses Universitaires De France . Paris . 1957 .P . 37

2 - Tarski (Alfred) .OP . Cit . P . 96

3-Tarski (Alfred). Op.Cit . P. P. 95 . 96

كانت العلاقة محققة.تسمى هذه العلاقة بدالة بأربعة حدود . وتسمى العلاقة ع بدالة بثلاثة حدود إذا كان من أجل شيئين أي كانا س ، ص يتوافق معهما شيء واحد على الأكثر ق بحيث تكون له هذه العلاقة مع س و ص .ويمكن صياغة هذه العلاقة الدالة بإحدى الصيغتين الرمزيتين التاليتين : ق = ع (س ، ص) أو ق = س ع ص .ومن أجل وضع التمييز بين العلاقة الدالة بحدين و العلاقة الدالة بثلاثة حدود .نقول في الحالة الأولى دالة بحجة واحدة ونقول في الحالة الثانية دالة بحجتين . وبشكل مماثل العلاقة بأربعة حدود نسميها دالة بثلاثة حجج ..... وهكذا [1] أو في الفيزياء العلاقة التي تربط الدور في النواس الثقلي البسيط بطول الذراع بالزاوية التي يمسحها في حركته بالجاذبية و صيغة تلك الدالة هي :

$$د = 2\Pi \sqrt{\frac{ل}{ج}}$$

هذا النواس عبارة عن كوريّة معدنية مثبتة بخيط عديم الإمتطاط مثبت في مسمار معلق في سقف وضع توازن هذا النواسPendulum

هو سكونه ووضعه الشاقولي , عند سحب الكورية يمينا أو شمالا عن الشاقول أو وضع التوازن بزاوية 10° أو أقل بإهمال احتكاكات الخيط حول محور الدوران (المسمار) وبإهمال مقاومة الهواء وبإهمال دافعة أرخميدس ستظل الكورية تنوس أي في حركة ذهاب وإياب إلى مالا نهاية ،حركة ذهاب وإياب واحدة تسمى هزة ، زمن هذه الهزة يسمى الدور . وجد تجريبية ، أي بتكرار هذه العملية عدة مرات بتغيير طول الخيط وبتغيير مكان التجربة لتتغير قوة الجاذبية الأرضية وبمقارنة النتائج.وجد أن طول الخيط (ل) ،وزمن هزة واحدة [الدور (د)]

1-Tarski (A) .Op.Cit.p p 98.99

والجاذبية الأرضية (ج)هذه المتغيرات تتناسب وفق الدالة المشار لها أعلاه .
وبالمناسبة في هذه التجربة كثير من زوايا البحث وعديد من العلاقات ،وأتيت بهذا الشرح الموجز فقط لألاّ يكون المثال مبهما ، وبالمناسبة أيضا قوانين هذه الحركة هي التي تستخدم في ضبط حركة الساعة الحائطية .إن الدالة هي في الطريقة التي يرتبط بها طرفي علاقة . فالدالة إذا هي علاقة من نوع ما ، وبخصوصية معينة . ولكن قد تكون الدالة ثابتة وهي صورة أخرى للدالة ، كما في العبارة تا(س) =3 . فقيمة الدالة دائما ثابتة وهي في مثالنا العدد 3. ويكون تمثيلها البياني خط مستقيم يوازي محور السينات ويمر من النقطة 3 . الدالة بحجتين يمكن أن تكون حجتيها من نفس الدرجة أو المستوى أو أن تكونا من مستويين مختلفين[1].من نفس المستوى عندما تكون الحجتين معا مثلا متغيرين جبريين . " ع = 3ص + 4س " .و من مستويين مختلفين عندما تكون إحدى الحجتين مثلا متغير جبري والحجة الثانية دالة . مثلا " تا(س)= تا(ص) + 3ك.

المساوتين التاليتين : ع = س (س – 4) ، ع = س^2 – 4س .

هما دالتان مختلفتان و إن كانتا متساويتين في قيمتهما أو في مجال قيمهما ، أي أن منحناهما البياني سيكون واحدا مهما كانت القيم التي تأخذها الحجة

(س) [2]. و قد أدى تطور العلم إلى اتساع مفهوم الدالة فصارت تأخذ .
صور عديدة ، مساواة طرف لطرف أو في علاقة > ،أو في علاقة <.....الخ

وتستعمل في الدالة كل العمليات الحسابية من جمع وطرح و قسمة .....الخ . و تستخدم الأعداد الحقيقية ، والأعداد المركبة و الأس في الدوال الأسيّة ،

1-Frege (Gottlob) . Ibid. P . 100

2-Frege (Gottlob) .Ibid . P . 86

والجيب وجيب التمام في الدوال الجيبية.وظهر مع مفهوم الدالة عند" فريجه"

مفهوم جديد هو " قيمة صدق الدالة " .الذي يكون "الصدق" عندما تكون قيم الحجة تحقق صدق العلاقة و "الخطأ"عندما لا تحقق القيم التي تأخذها الحجة صدق العلاقة .ولنأخذ الدالة التالية:(س^2 =1) إذا أخذ س القيم التالية :

-1 ، 0 ، 1 ،2 نحصل على القيم التالية :

(-1)^2 = 1 (0)^2 = 1 ، (1)^2 = 1 ،

(2)^2 = 1 ، (3)^2 = 1 ، (4)^2 = 1 .

فنجد أن العلاقة صحيحة عندما يأخذ س قيم معينة وخاطئة عندما يأخذ س القيم الأخرى . نقول في الحالة الأولى أن قيمة صدق الدالة هي الصدق ، وفي الحالة الثانية أن قيمة صدق الدالة هي الخطأ [1]. وتعني المساواة في المنطق بين عبارتين تعني المساواة في قيمة الصدق.نكتب مثلا :(2 ^{2} = 4)=(5> 3) .

في التعبير الرياضي العبارة ع = ... هي عبارة غير مشبعة تحتاج إلى حجة تكملها . وفي العبارة ع = 2س ، نحتاج لتعيين قيمة " ع " تعيين قيمة " س " التي هي الحجة في هذه العبارة . انتبه . فريجه . إلى أن كل التحليل السابق والذي يتعلق بالمعادلات و اللامعدلات يمكن سحبه على المجال اللغوي هذه النقلة النوعية للموضوع استوحاها . فريجه . من خلال المقاربة التالية ، وهي أن المعادلة عبارة موجبة تقرر أو تطرح تصور أو فكرة ، ولها قيمة صدق . قيمة الصدق هذه يمكن فهمها على أنها الشيء الذي تعيينه العبارة .

Denotation of The expression

1– Frege (Gottlob). Ibid . P . 88

مثلما أن 4 هي ما تعيينه العبارة الحسابية (2 + 2) ، فكذالك العبارة اللغوية يمكن تحليلها بنفس الصورة التي تحلل بها العبارات الجبرية (الدالة بالتحديد) . بحيث يمكن أن نجد فيها " قسم منغلق على نفسه " (على حد تعبير فريجه) أي يمكن فهمه دون الحاجة إلى شيء يكمله ليكون مفهوما،وقسم من العبارة يحتاج إلى شيء يكمله ليكون له دلالة يمكن فهمها أي غير مشبع.Unsaturated

في الحساب مثلا " 2 " يمكن فهمها على أنها عدد أولي وعدد زوجي ونصف الأربعة ، و ، و، و .....الخ .

أما " 2 > ؟ " فهي عبارة تحتاج لما يكملها لتكون مفهومة وذات دلالة .

الشيء ذاته يمكن ملاحظته في العبارة اللغوية { قيصر فتح بلاد الغال } التي يمكن تقسيمها إلى " قيصر " و " فتح بلاد الغال " .فكلمة " قيصر " لها دلالة و هي الشخص الذي تشير إليه هذه الكلمة أما العبارة " فتح بلاد الغال " فهي تحتاج إلى ما يكملها فمن فتح بلاد الغال ؟ .فكلمة " قيصر" تكون هي الحجة في عبارتنا هذه وتكون " فتح بلاد الغال " هي الدالة التي تحتاج إلى الحجة لتشبعها ، أي ليكتمل معنى العبارة .فمفهوم الدالة إذا والحجة يمكن أن يتجاوز الأعداد والمتغيرات الجبرية إلى جميع الأشياء وحتى من غير البشر .و لنأخذ المثال التالي، و الذي سبق وأن استخدمناه . " عاصمة الإمبراطورية الألمانية " تمثل العبارة الوصفية السابقة اسم علم وهي تعيّن شيئا ويمكن تقسيمها إلى " عاصمة " و" الإمبراطورية الألمانية " فنجد أن " عاصمة " عاصمة ماذا ؟ فهي غير مشبعة بينما العبارة " الإمبراطورية الألمانية " مغلقة على ذاتها ولا تحتاج إلى ما يضاف لها لتكون لها دلالة مفهومة .طبعا نفترض أن المعلومات التاريخية متوفرة ليمكن

ممارسة هذا التحليل في هذا المثال . ويمكن إعادة صياغة العبارة السابقة ككل وفقا لتحليلنا الدالي إلى(عاصمة س) إذا أعطينا للحجة " س " "الإمبراطورية الألمانية "كقيمة نحصل على " برلين "كقيمة للدالة [1].

يمكن أن تكون الدالة بحجة واحدة (س)^2= 1.أو بحجتين (س + ع = 3)

كما يمكن أن تكون الدالة من درجة أولى عندما تكون حجتها عدد مثلا في مجال الرياضيات أو من درجة أعلى عندما تكون حجتها متغير جبري .

في مجال اللغة تكون الدالة من درجة أولى إذا كانت حجتها " مفردة لغوية " من لغة الموضوع وتكون من درجة ثانية إذا كانت حجتها " مفردة لغوية "

من لغة ما حول الموضوع مثلا : " فرنسا " تتكون من خمسة حروف .

في الرياضيات مثلا المعادلات من الدرجة الرابعة كالشكل :

{ س^4 –2 س^2 – 8 = 0 } .ولنسميها المعادلة رقم 1

إذا كان المطلوب حلها في " ح " نحتاج لحلها إلى وضع مجهول مساعد هو " ص " بحيث نفترض أن " س^2= ص " فتتحول صورة المعادلة السابقة إلى :

{ ص^2 –2 ص – 8 = 0}ولنسمي هذه المعادلة رقم 2

وباستخدام آلية المتطابقات الشهيرة يمكن تحويل المعادلة السابقة إلى جداء قوسين

يساوي الصفر بالشكل : [(ص + 2) (ص – 4)]= 0

ومنه إما أن القوس الأول (ص+2) = 0 ← ص = – 2

أو أن (ص – 4) =0 ← ص = 4 .

---

1 – Frege (Gottlob) . Ibid . P.P . 89 . 90

(و مادمنا في مجال الأعداد الحقيقية ، أي لسنا في مجال الأعداد المركبة) نأخذ القيمة الموجبة وهي : ص = 4 ولدينا (س^2 = ص) إذا (س = $\sqrt{4}$ = 2)

فالدالة الأولى حجتها الدالة الثانية .وقد تشكلت نتيجة البحث المستفيض للدالة وإمكانية سحب هذا المفهوم على اللغة الطبيعية تشكلت قناعة عند فريجه تقنيات تحليل اللغة Formulary صالحة أيضا للغة الطبيعية ، ومن ثمة أن الجبرية

انساق فريجه إلى نسج الاستدلال المنطقي على منوال الاستدلال الرياضي في استخدام المسلمات والرموز ، والقواعد . ووضع نسقه المعروف الذي سبق به نسق برتراند راسل .

الفصل الثالث

المحمول والدالة عند فريجه وراسل

الرمزية المعقدة التي استخدمها فريجه جعلت المناطقة يكتشفون إبداعاته التي

تتقاطع في بعض منها مع إبداعات بيانو في مرحلة متأخرة مقارنة مع الرمزية البسيطة التي اعتمدها هذا الأخير .وكان فريجه يؤمن بأن قواعد المنطق تمثل الأساس الذي يقوم عليه علم الحساب وظهرت له هذه الحقيقة عندما أراد أن يراجع كل نظريات وبراهين هذا العلم .وسعى إلى إعادة عملية البرهنة إلى أبسط وأعم وأوثق المبادئ التي تستند فقط للعقل وليس للحدس أو التجربة الحسية .يقول روبير بلانشي ((....القرابة البينة بين المفهوم الرياضي للمجموعة والمفهوم المنطقي للصنف سرعان ما أوحت بفكرة إقامة علم الحساب بدوره على علم أساسه أعمق وهو أكثر صفاء من الناحية المنطقية ، هو المنطق إن ذلك الحلم القديم الذي كان يحلم به (ليبنيتز) الذي كان يرى في الرياضيات "ترقية جزئية للمنطق" اعتقد (فريجه) أنه قد حققه في كتابه

Grundgesetze der aritmetik (قوانين علم الحساب))[1] .

وكأنه أراد أن يراجع العمليات المنطقية للعقل وكان ذلك من خلال علم الحساب الذي كان بداية دخوله إلى المنطق وليكون ما يكون منه فيما بعد من مراجعات لعمل أرسطو في المنطق ولبراهين أقليدس الهندسية [2].وانتهى إلى نزعة "منطقانية" تعيد الحساب والهندسة إلى أصول منطقية .وبعد أن انتقل من فحص الاستدلال الرياضي إلى فحص الاستدلال المنطقي القائم على اللغة الطبيعية وجد في هذا الأخير الكثير من العثرات بسبب استخدام ألفاظ اللغة الطبيعية

---

1 – روبير بلانشي . نظرية العلم (الإبستمولوجيا). ترجمة . الدكتور . محمود االيعقوبي . ديوان المطبوعات الجامعية . بن عكنون . الجزائر . 2004 . ص. 108

2 . Macbeth (Danielle) Freges logic . Harvard university press ;. cambridje massachusetts . london ; England 2005 P 09

ذات المعاني المتعددة والمختلفة [1] . فلاحظ فريجه أن الكلمة تستخدم للإشارة

إلى المعنى الموجود في الذهن وإلى الشيء المادي الذي يعبر عنه ذلك المعنى ، ومن هنا أحد أسباب المغالطات المنطقية . كما وجد أن براهين علم الحساب واستدلالات إقليدس ليست مبررة في كل خطوة إذ فيها الكثير من الفراغات في شكل معطيات حدسية أو حسية ووجد كذلك أن الاستدلالات القائمة على اللغة الطبيعية ليست مبررة منطقيا وبشكل صريح في كل مراحلها .وذلك ما أراد أن يقوم به فريجه في الحساب وفي الاستدلال المنطقي [2] . فاللغة ليست محكومة بقوانين منطقية بحيث يكفي التقيد بقوانين النحو لتوجيه الفكر التوجه المنطقي السليم . فالصيغ اللغوية التي يعرض فيها الاستدلال جد متنوعة وغير محددة بشكل دقيق حيث يمكنها أن تضمر فروضا قد لا ننتبه إليها إلا بعد أن نراجع شروط صحة ذلك الاستدلال . وهذه الحقيقة في اللغة الطبيعية جد عامة بحيث لا يمكن أن يسلم منها حتى أولئك الذين يتمتعون بأقوى العقول .فإقليدس يستخدم في براهينه في كثير من الأحيان ، فروض مضمرة لم يصرح بها لا في المبادئ ولا في الفروض التي يستخدمها لبرهنة نظرية ما .فمن أجل أن يبرهن مثلا القضية 19 في الكتاب الأول من كتاب " المبادئ " التي نصها ((في كل مثلث الضلع الأكبر يكون مقابل للزاوية الأكبر)) . يستخدم إقليدس الفروض التالية دون أن يصرح بها .

1 – عندما تكون قطعة مستقيمة ليست أكبر من قطعة مستقيمة أخرى

فستكون مساوية لها أو أقل منها .

---

1 . Ibid. P. 16

2-Macbeth (Danielle) .Freges logic. Ibid. P. 16

2 – عندما تكون زاوية مساوية لزاوية أخرى فهي لن تكون أكبر منها .

3 – عندما تكون زاوية أصغر من زاوية أخرى فهي لن تكون أكبر منها[1] .

فللغة الطبيعية من المرونة والتنوع في أساليبها (وهذا ليس عيبا فيها بل هو أحد أسرار سرعة تطورها) . والتداخل في معاني مفرداتها ما لا يمكن معه تطويعها بسهولة لحاجة المنطق الشديدة للدقة مقارنة بلغة الرموز الصامتة .و بالعودة إلى تاريخنا العربي نجدهم قد انتبهوا لهذه المشكلة في ميدان المنطق وحاولوا معالجتها بالتفنن في ضبط المصطلحات وقد أبدعوا في ذلك بحيث يمكن مقارنة الدقة التي كانوا يتحرونها في ضبط المصطلحات بالدقة في العمل الرياضي ، فكانوا يملكون عقولا قادرة على الإبداع في مجال الرياضيات لو اتجهوا هذه الوجهة ، لكن رغم كل تلك التحصينات التي وضعوها تبقى اللغة الطبيعية عاجز عن أن تحقق المراد مثلما هو الحال مع الرموز الصامتة . فإذا أخذنا مثلا تعريفهم للفظ

" المشكك " نجده تعريفا بألفاظ عامة أولا لها الكثير من المعاني ، ثم هو تتداخل بعض صفاته ما اللفظ المشترك ، و المتباين ، والمترادف و ..... حتى أن ضبط دلالات هذه الألفاظ يصير عملا مرهقا بحد ذاته لا يترك للمنطقي من الوقت والطاقة ما يجعله يتتبع العلاقات المنطقية بيسر . ويمكن عرض المثال التالي الذي يورده الدكتور عمار طالبي في كتابه " اصطلاحات الفلاسفة " لنتبين طول التعريف وعموميته: المشكك : ابن سهلان ((أن يكون المعنى المفهوم من اللفظ واحدا في المسميات كلها ، ولكن بينها اختلافات فيه من جهة أخرى مثل أن يكون لبعضها أولا أو بعضها أولى به أو هو أشد في بعضها .... مثل الوجود الواقع على الجوهر والعرض فإن معناه واحد فيهما ولكنه للجوهر أولا وأولى

1-Frege (Gottlob) écrits logiques et philosophiques . Op.Cit. P.65

وللعرض ثانيا وليس بأولى بل هو لبعض الجواهر أقدم وأولى منه لبعض، ولبعض الأعراض كذلك أقدم وأولى من بعض ، والأول غير الأولى لأن كثيرا مما هو أولي ليس بأولى وهو إذا كان المعنى فيهما معا من غير تقدم وتأخر ولكنه في أحدهما أتم وأثبت ، وأما كل ما هو أول هو أولى ، وأما الاختلاف بالشدة والضعف فإنما يكون في المعاني التي تقبل الشدة والضعف مثل المتلونات المختلفة بشدة ألوانها وضعفها كالثلج والعاج و الجص وكذلك الأشياء الحارة والباردة فإن بعضها يكون أشد حرارة من بعض وكذلك البرودة فلا يكون الأبيض والحار والبارد واقعا عليها بالتواطؤ بالتشكيك)) [1] . وأدعو كل صاحب عقل أن يتأمل كيف يمكن للباحث أن يستحضر كل هذه التفصيل في ذهنه ليمر بعدها لتتبع العلاقات المنطقية ، هذا مع كلمة واحدة فقط فكيف إذا كان نصا بعشرات الكلمات.؟بالعودة لموضوع الرموز فحسب فريجه يجب أن تكون هذه الرموز مكتوبة لا منطوقة فقط ، ذلك لما توفره الكتابة للباحث من قدرة ضبط الاستدلال ، ومتابعة كل مراحله بشكل دقيق إذ مهما تكن قدرتنا على التخيل فستظل محدود ونحتاج أن يرتسم العمل على الرقة لا على شاشة الذهن فقط.ويزعم فريجه أن طريقة كتابته الرمزية التي تستخدم بعدي الورقة " الأفقي والعمودي " أكثر قدرة على عرض العلاقات المنطقية المتنوعة والمعقدة مما تستطيعه الكتابة التي تستخدم البعد الأفقي فقط للورقة .لكن الحقيقة التي ظهرت من بعد فريجه ، من خلال أعمال راسل ، وبيانو أن كتابة هؤلاء الرمزية صارت معها متابعة عملية الاستدلال أكثر سهولة وأكثر سرعة . وقد هجر كل الأكاديميين المهتمين بهذا الشأن رمزية فريجه التي قد يفسرها علماء الأتنوغرافية بالعقلية الألمانية التي تميل إلى التركيب.ورغم أن البساطة ميزة بيداغوجية

---

1 – عمار طالبي : اصطلاحات الفلاسفة :المؤسسة الوطنية للكتاب . الجزائر . 1983 .ص . 82

لكن للتركيب أيضا فضيلته ، فهو يمرن الفكر على سرعة إدراك العلاقة بين عناصر المشكلة ومن ثمة إبداع الحل

أو على الأقل التقدم بالبحث خطوات إلى الأمام باتجاه الحل ، تعلمنا في المرحلة الإعدادية أنه لا يمكن حل معادلة بمجهولين . مثلا : 5س +4ص = 0

لكن تعلمنا أنه يمكن حل جملة معادلتين بمجهولين عن طريق جمعهما مثلا

للتخلص من أحد المجهولين . أو حساب قيمة أحد المجهولين بدلالة المجهول الثاني

في إحدى المعادلتين وتعويضه بها في المعادلة الثانية حيث يكون لدينا مجهولا واحدا فقط . مثلا ،لتكن المعادلتين التاليتين : ا) 5س+ 4ص = 12

ب) س – 4ص = 0 . بجمع ا و ب ينتج

5س + 4ص + س + (– 4ص) = 6س + 4ص – 4ص = 12

أي أن 6س = 12 . ومنه س = 2 . وبتعويض قيمة س في إحدى المعادلتين

ولنعوضه في المعادلة (ا) مثلا نجد مباشرة : 10 + 4ص = 12 ومنه

4ص = 12 – 10 ، إذن 4ص = 2 ومنه ص = 0,5

جمع معادلتين هو عملية ((تركيب)) و الآلية الأخرى التي تقوم كما أشير سابقا على حساب قيمة أحد المجهولين بدلالة المجهول الثاني في إحدى المعادلتين وتعويضه بهذه القيمة الجديدة في المعادلة الثانية ، هي الأخرى عملية تركيب .

ولا بأس من أن نضيف مثال ثاني افتراضي لكنه واقعي ، لبيان أن التفكير المنطقي ليس حكر على عالم المنطق أو الرياضي فقط ، ولبيان ميزة عملية التركيب هذه . وهذا المثال من السهل تركيبه وهنا مناسبة أخرى تظهر فيها

ميزة التركيب " إنشاء مسائل لحسن إعداد أذهان المتعلمين " .

وهذا المثال مقتبس من كتاب – مبادئ علم النفس العام ليوسف مراد – بتصرف .مرّ محقق الشرطة على جسر فسمع جامعة من اللصوص يتكلمون :

إذا أعطينا لكل واحد منا 8 علب يتبقى 4 علب .وإذا أردنا أن نعطي لكل واحد منا 10 علب ينقصنا 10 . فكان على المحقق أن يستنتج من هذه المعطيات عدد اللصوص وعدد القطع المسروقة . قارن بين الأرقام وبعملية تركيبية بينها بنا المسألة بناءا رياضيا في معادلتين اثنتين هما التاليتين :

ا) 8 س = ص – 4

ب) 10 س = ص + 10

حيث "س " يشير إلى عدد اللصوص و " ص" يشير إلى عدد العلب المسروقة .

ومن السهل حل جملة المعادلتين هاتين ، ومن جديد بعملية تركيب بينهما .

الكلام عن التركيب يحيلنا حتما إلى الكلام عن ((التحليل)) الذي يوضع مقابل التركيب وهو الآخر ميزة عقلية فعالة لحل المسائل الشائكة ، وهو يقوم على تفكيك المشكلة إلى عناصرها الأولية ثم ((وهو ما هو تحليل)) النظر إلى كيف ترتبط هذه العناصر بعضها ببعض وكيف ترتبط بالكل الذي يوحدها .

وأجد من الضروري عرض مثال بسيط من كلام الناس العام يمكن أن يفهمه الكل : سئلت سيّدة عن العلاقة التي تربطها بشخص معين فأجابت :

لم تنجب أمي سوى أمه .

فكان يقتضي لتحديد علاقتها بهذا الشخص تحليل كلامها بالصورة التالية :

1 – أن المسئولة The interrogated " ا " هي ابنة " ب "

2 – أن " ا " هي الابنة الوحيدة لـ " ب "

3 – أن " ب " هي جدة هذا الشخص المسئول عنه

من مقارنة هذه المعطيات ، إذن هذا الشخص الذي جدته " ب " لن تكون أمه سوى " ا " فهو إذن ابن هذه السيدة المسئولة .

وبالعودة إلى وموضوعنا فقد كان فريجه أول من استخدم الأقواس للتمييز بين الكلام عن الكلمة نفسها والكلام عن ما تشير إليه .

ومن ثمة ما عرف من تمييز بين اللغة وما (The sign and its denotation) حول اللغة (The object language And the meta-language)

فللتمييز بين الكلام عن "نبتون" كأحد الأجرام الفلكية و الكلام عن "نبتون" كاسم علم نضع نبتون "كاسم علم " بين قوسين بهذا الشكل((نبتون)) [1] .

ومن الكثير من عيوب اللغة الطبيعية (الأمر الذي يستوجب اللجوء إل استخدام الرموز) . أن بعض الكلمات تستخدم للإشارة إلى" الفرد" وللإشارة إلى "النوع" "ككلمة " حصان " . ومن عيوب اللغة الطبيعية سهولة الخلط بين مستويات الكلام . مثلا برهان " أنسلم " المشهور عن وجود الله الذي تبناه ونقحه من بعده " ديكارت " الذي يخلص فيه إلى النتيجة أن " الله موجود "

فهو لا يحكم على شيء مادي بالوجود بل يحكم على فكرة هي " فكرة الله " .

فصفة الوجود الحسي تستخدم في المستوى الأول للغة أي اللغة التي تتكلم عن الأشياء " و الله " ليس شيئا . (ولا يجوز ذلك في حق الله حتى عند أهل السنة والمعتزلة من المسلمين،إذ يعتبرونه تجسيم وهم ينزهون الله عن كل صفة حسية).

---

1 – Frege (Gottlob) . Ibid . P. 19

وها هو ذا نص البرهان الذي صاغه ديكارت ، يقول : في ذهني فكرة عن وجود كائن كامل ، وأنا كائن ناقص ، فلا يمكن أن أكون أنا مصدر هذه

الفكرة . وهذا الكائن الكامل لا يمكنه أن يخدعني إذ لو فعل ذلك لكان كائن ناقص وبالتالي فالفكرة التي لدي إذا صحيحة والله موجود.فرغم جمال الأسلوب

وتماسكه ،إلا أن ديكارت انخدع بأسلوبه وخدع به غيره لأنه ينتقل من الفكر إلى الوجود الحسي . وهذا أمر غير مبرر . و يجب أن نوضح أن هذا الكلام ليس كلام صاحب البحث من جهة ،ومن جهة أخرى فالمعلوم أن من يقولون

بالمستويات المختلفة ، للغة يعتبرون جميع العبارات التي تتكلم عن القضايا الميتافيزيائية عبارات خالية من المعنى ويشبهون الألفاظ التي تتكلم عن (الأشياء)

غير المادية بالنقود الزائفة أي التي ليس لها مقابل ذهبي . و نقدهم السابق لبرهان أنسلم يتسق ومبادئهم . وكما لا يخفى عن أهل المنطق فإن العجز عن البرهنة على وجود شيء لا يعني عدم وجوده . و يضيف فريجه أنه يستخدم في اللغة العامة أكثر من اسم للإشارة إلى نفس الشيء . مما يجعل هذه الأسماء تعطي معان مختلفة تشوش الفكر ويضطرب معها الاستدلال .في الثقافة الشعبية مثلا كلمة

(الغول) و(الشبح) ....وغيرها هي مثال للكلمات الزائفة التي اعتدنا أن نخوف بها الأطفال وربما حتى الكبار . وهذا الوهم لم ينجو منه حتى ممن عدّوا من أعظم الفلاسفة وإن وردت عندهم هذه الألفاظ الزائفة بشكل مهذب و بتحليل مثير يستنفذ طاقة ذهنية هائلة عند أصحاب عقول متميزة . ككلام هيجل عن (المطلق) وكلام كانط عن (النومين) ، وكلام أفلاطون عن (المثال) أو (الشيء بالذات) .ومن هنا الحاجة من جديد إلى لغة مضبوطة ودقيقة بحيث يكون لكل معنى إشارة واحدة . ومن عيوب اللغة الطبيعية أحيانا استخدام

" الأ سماء و النعوت الزائفة "Pseudo name

" أي التي ليس لها ما تشير إليه في الواقع " هي مظنة الهذر كالنعت . إرادة الشعب .[1].أو تبرير قرار سلطوي جائر بأنه قرار ((الدولة)) حتى لا يعترض عليه الشعب ولا يعلمون من يحاسبون إذ الدولة هي كيان معنوي والذي يسن

المراسيم ويأمر بكتابتها في الجريدة الرسمية هو شخص طبيعي له يد وله لسان وله حساب بنكي في الخارج... .. الخ . كما يأتي اللبس أحيانا كثيرة في اللغة الطبيعية من جهة التراكيب اللغوية التي نصوغها دون تدقيق و انتباه فنقول أحيانا (س يشير إلى عدد غير محدد)وكان الأصح أن نقول (س يشير بطريقة غير محددة إلى عدد) لأنه لا يوجد عدد وغير محدد [2]. وكلام فريجه السابق صحيح لأنّ عدم التحديد هو في الطريقة التي نشير بها وليس للعدد لأن العدد حتما (كما يعرف العدد) محدد إذ المجهول في المعادلة هو الذي قيمته غير محددة . وبشكل عام ورغم أهمية سلامة اللغة التي يعرض فيها الاستدلال من العيوب التي سبق الإشارة إلى بعضها ولكن رغم ذلك فإن قواعد المحاكمة المنطقية للقضايا أو الاستدلال ، هي خارجة تماما عن قواعد بناء اللغة الطبيعية فالقضية " إما أن السماء تمطر أو أن السماء تمطر" تبدو " أو " هنا بلا معنى في اللغة الطبيعية لكن الأمر يختلف من الناحية المنطقية.والكلام " إما أن محمد ناجح أو أن محمد راسب " هو صحيح وذا معنى في اللغة الطبيعية وفي المنطق أيضا . لكن الكلام " إما أن محمد ناجح أو أن برج إيفل أعلى من برج بيزا " في اللغة الطبيعية قد يبدو بلا معنى على خلاف الحال في المنطق . ويميز فريجه بين (و) التي تنتمي إلى لغة المنطق و (و) التي تستخدم في اللغة العامة ففي هذه الأخيرة (و) تربط بين تصورات أما في لغة المنطق فهي تربط بين أحكام .

---

1 –Frege (Gottlob). Ibid . P . P . 114 ; 117

2–Frege (Gottlob) . Ibid . P . 163

و فريجه لا ينفي في كلامه هذا أن الواو في اللغة العامة لا يربط بين الأحكام إنما فقط يريد أن يؤكد أن استخدام ما يعرف في اللغة الطبيعية بأدوات الربط ، استخدامها في المنطق له دلالات خاصة . وفي القضية" إذا كان (2+5 = 1) فإن 4 عدد زوجي ". تميز اللغة الطبيعية في هذا الحكم قضيتين الأولى (2+5 = 1) والثانية . (4 عدد زوجي). بينما يجد فريجه في هذه القضية ثلاثة أحكام الحكم الثالث هو القضية المركبة كلها التي تعبر عن علاقة اللزوم . مما يعني أن قواعد اللغة الطبيعية مستقلة عن قواعد البناء المنطقي. هذا بعض ما اجتهد فريجه في بيانه من خلال مقالات له عن " التفكير " لتأكيد ضرورة فصل الجانب المنطقي في الفكر عن الجانب السيكولوجي ، وفصل قواعد المحاكمة المنطقية عن قواعد اللغة الطبيعية . ومن جهة ثانية أراد أن ينقل الاستدلال المنطقي إلى لغة رمزية تخلصه من عيوب اللغة الطبيعية وتسمح بالانتباه للأخطاء المنطقية بشكل أيسر .رغم ما سبق وأن ذكرنا عن ما في رمزيته من تعقيد . يذكر هو أن الحافز الذي دفعه لإبداع هذه الرمزية هو العيوب التي وجدها في رمزية جورج بول ، و تصريحه هذا قد يؤكد ما يقرره بعض المشتغلين بفلسفة العلوم . في أن تقدم العلم يكون دائما بتصحيحه لأخطائه . فهو يرى أن "بول" أراد أن يلبس المنطق ثوب الجبر ، وهو يستخدم مثلا " والكلام دائما لفريجه "يستخدم علامة الجمع في الصيغ المنطقية تارة بمعنى الجمع الرياضي وتارة أخرى بمعنى الجمع المنطقي فيقع بذلك في الأخطاء المنطقية . ويضيف فريجه أنه ينطلق في رمزيته من نفس منطلق بول أي من القضايا لا من التصورات وبذلك تختلف رمزيته عن رمزية أرسطو كما يقول . يضع فريجه خطا أفقيا أمام صيغة أو قضية فقط للإشارة إلى المحتوى الذي يريد أن يأخذه كوحدة ودون أن يكون لهذا الخط أية دلالة فيما يتعلق بصدق أو كذب تلك الوحدة .ويرسمه بطول أكبر من طول علامة الطرح في الحساب ليميزه عنها . بالشكل التالي مثلا

" وسأتجه بالكتابة من اليسار إلى اليمين كما هي في النص الفرنسي تفاديا للبس ما أمكن" 5= 3 + 2 .

ولا بأس من عرض شرحه بالنص الفرنسي لعل بذلك تكون الفكرة أوضح .

Ce trait indique que je conçois le contenu qui lui fait suite comme une unité, en sorte qu'on puisse l'associer à d'autre signe . En écrivant .2+3=5
On ne porte aucun jugement ; aussi peut-on, sans atteinte à la vérité, écrire .4+2=7 (1)

ولتأكيد صدق محتوى أو علاقة ما يضع فريجه في أقصى يسار الخط الأفقي خطا عموديا قصيرا بالشكل . والنفي محتوى ما يضع أسفل الخط الأفقي

خطا قصيرا يتعامد مع الخط الأفقي بالشكل . ـ | وخط النفي هذا لا يتعلق بالصدق أو الخطأ فللقول مثلا أن 2+4 لا يساوي 7

نكتب ذلك بالشكل 7 =2+4 ـ | لكن للقول أنه من الصدق أن 2+4 لا يساوي 7 نكتب ذلك بالشكل

7 =2+4 ـ| وتقرأ : من الصدق أن 4 + 2 لا تساوي 7 .

والخط الذي يتجه من الأسفل إلى الأعلى " ونقول من الأسفل إلى الأعلى وفقا للاتجاه الذي عينه فريجه في إيديوغرافيته " أي تقرأ العلاقة من الأسفل إلى الأعلى

Idéographie مكونة من Ideoنسبة إلى الفكرة

))

من الأصل اليوناني Graphie معناه التمثيل الكتابي لعناصر اللغة.

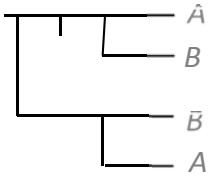
وGraphie

1 – Frege(Gottlob).Op.Cit.P.74

ومصطلح الإيديوغرافيا يعني الكتابة التي تمثل معنى الرمز أو الكلمة أو الموضوع وليس عن طريق الصوت .))[1]

ويستخدم فريجه للتعبير عن عموم الحكم بشأن متغير ما "جوف" Cavity يضع داخله المتغير الذي يتعلق به الحكم كما سيأتي بيان ذالك في الأمثلة القادمة وفي مثال آخر لعلاقة اللزوم إذا كان هناك أكثر من قضيتين .

فلكتابة : $(A \rightarrow B) \rightarrow \sim(B \rightarrow A)$

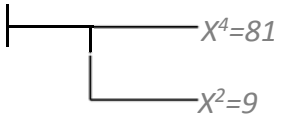


وهي صورة أخرى للقول AWB

فرمزية فرجيه إضافة لتعقيدها تأخذ الكثير من حيز الورقة باعترافه هو عندما يقارن رمزيته برمزية "أرنست شرويدر" أو "جورج بول" مثلا [2].

و هي تسير بطريقة عمودية ، و ما لا يمكن إنكاره أن أساليب التعبير الرمزية التي استحدثت بعد فريجه بواسطة "برتراند راسل" و"جيسيب بيانو" و غيرهم التي تستخدم الأقواس هي أسهل و أوضح . لكن ما يجب ذكره أيضا أن هذه المسألة لم تكن تخفي عنه وله تحليل عميق يزعم فيه أن رمزيته أدق وأوضح لكن لأن التطرق لهذا الموضوع يخرج البحث من سياقه اكتفيت بهذه الإشارة .

فعلاقة الشرط مثلا : { إذا كان $س^2 = 9$ فإن $س^4 = 81$ } تكتب عند فريجه بالشكل:



1 – أحمد موساوي:ما حول المنطق. دار هومه.الجزائر.2018 ص. 259

2 . Frege (Gottlob).Ibid. P.P. 76.77

ويكون الخط العمودي القصير لتأكيد صدق العلاقة .

في المساواة التالية (5 = 2 + 3) للقول أن هذه المساواة صحيحة يضع فريجه العلامة ⊢ . ⊢3+2=5

ويضع العلامة(¬⊢) للنفي فلنفي المساواة (2+5 =11)يكتب ذلك بالصورة ¬⊢ 2+5=11

وللقول أن من الصدق أن (2+5 لا تساوي 11) يكتب فريجه ذلك بالصورة ⊢¬⊢ 2+5=11

وللقول أنه مهما يكن ا فإن ا = ا نكتب ⊢ a¬ a = a [1] .

وللقول أنه ليس صحيح أنه مهما يكن "أ" فإن $ا^2$ = 1 نكتب

⊢a¬ a^2 =1

وللقول أنه من الصدق أنه ليس صحيح مهما يكن " ا " فإن "ا" ليس أكبر أو يساوي الصفر ، أو بعبارة أخرى لها نفس المعنى ولكنها أبسط وأوضح فللقول أنه يوجد على الأقل عدد موجب نكتب:

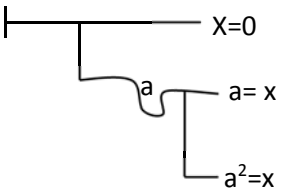
⊢a¬ a ≥ 0

وللقول أنه من الصدق إذا كان ($ا^2$ = س) ، وكان مهما يكن "ا" فإن (ا = س) إذن (ا = 0) .

1-Frege (Gotlob) . Ibid . P.P. 94 . 95

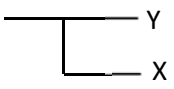
أو بعبارة أوضح للقول أنه إذا كان الجذر التربيعي لـ " س" يساوي"س"

فإن (س = 0) نكتب :



فالكتابة تسير بطريقة عمودية و تقرأ من الأسفل إلى الأعلى فلكتابة

(س ← ع) نكتب :



مع x ترجمة لـ س و yترجمة لـ ع [1].

كما وجد فريجه أن في لغة البشر أكثر من مستوى للكلام يجب التمييز

بين هذه المستويات حتى لا يحدث سؤ الفهم وأراد أن يدشن مشروعا عاما على غرار مشروع ليبنتز يقوم على اللغة الرمزية لتجنب المغالطات المنطقية .

في ذات الاتجاه وجد أن صياغة القضايا الحملية بشكلها القديم " موضوعا يحمل

عليه محمولا " يجعلنا لا نستطيع أن نحدد و نميز بدقة وبسهولة بين الموضوع

و المحمول لأن العبارة (روميو أحب جوليات) يمكنها أن تصاغ بشكل آخر حيث تصير " جوليات " هي الموضوع . (جوليات أحبت من طرف روميو)

ورأى أنه يمكن التعبير عن هذه القضية بشكل أدق يرفع هذا اللبس ، وينهي هذه الخصومة وهي أن نقول أن (بين روميو و جوليات علاقة حب)

---

1 – Frege (Gottlob). Ibid . P . 97

وتختصر بالشكل ح (ر ، ج) .لكن رغم ما في ملاحظات فريجه من صواب إلا أن الخطاطة القديمة للقضية الحملية البسيطة (موضوع يحمل عليه محمول) تبقى صحيحة إذا كان الموضوع يشير إلى فرد والمحمول يشير إلى صنف كالقول (علي طبيب) أو القول (الخمسة عدد طبيعي) . وحتى وإن صغنا القضية الأخيرة صياغة مخالفة بأن غيرنا وضع الحدود وقلنا (عدد طبيعي الخمسة) فسيظل الحد (خمسة) هو موضوع الكلام أي هو الموضوع في القضية "وإن كان القول (بالعلاقة) يحتوي الصيغة السابقة وينهي الكثير من الجدل حول هذه المسألة " فالصحيح أن ملاحظات فريجه تنبه فقط إلى ضرورة مراجعة الخطاطة القديمة للقضية الحملية ولا يمكن أن تلغيها ، ففي المثال : (روميو أحب جوليات . والصيغة الثانية لنفس المثال . جوليات أحبت من طرف روميو) . في الحقيقة نحن لم نغير فقط وضع الحدين بل غيرنا أيضا أسلوب القضية . فهي بأسلوب مباشر في الصورة الأولى وبأسلوب غير مباشر في الصورة الثانية . فكان يجب أن نراعي هذا التعديل ثم نحكم.فتحليل فريجه في هذا المقام جزئي ومن ثمة الحكم غير صحيح. وفي تحليل فريجه للقضية الحملية وجد أنها عبارة عن"فرض عام"وليست بقضية قابلة للوصف بالصدق أو الكذب وعندما كان الباب الذي ولج منه لعلم المنطق هو الحساب انتبه لهذه المقاربة وهي أن القضايا العامة هي أشبه بالدالة الرياضية التي تربط تابع بمتحول . ع=3س حيث تتحدد في هذه العبارة قيمة ع من خلال قيمة س. فالعبارة :

كل إنسان فان . تكتب " إذا كان شيء ما إنسانا فهو فان ".

أي إذا سـ (ع) فإن سـ (فـ). بشكل عام يمكن التعبير عن علاقة بين حدين (سـ ع صـ) بدالة ذات محمولين تا (سـ ، صـ) . مع ضرورة احترام ترتيب الحدود ، إذ تغيير ترتيب الحدود سيغير تماما المعنى إذا لم تكن

العلاقة تناظرية .إذا اخترنا علاقة "يسبق في (ط) " ، مثلا أو اخترنا علاقة

" أستاذ " ، أو علاقة " أب " ، والعلاقة في الأمثل الأخيرة كلها لا تناظرية سنجد التالي : إذا كان " علي أستاذ أحمد " ، " فأحمد سيكون تلميذ علي " وإذا كان 2يسبق 5 إذا فلا يمكن لـ 5 أن تسبق 2 .والجدير بالإشارة أن مفهوم الدالة يمكن تحديده أيضا بالمعنى الذي نعطيه للحرف الذي نشير به للدالة لا بترتيب الحجج إذا كان لدينا مثلا : تا (2 ، 5) و أعطينا " تا " معنى " يسبق "كانت الدالة صحيحة وإذا أعطينا لـ " تا" معنى يعقب تكون الدالة خاطئة [1].وفي معرض الحديث عن لغة الدوال ، نجد أن لغة الدوال تتجاوز لغة الحمل بما لا يقبل المقارنة . باستحداث مفهوم الدالة صار من الممكن التعامل مع القضايا التي لها أكثر من موضوع أو حجة ، أمرا لم يكن ممكنا في الخطاطة التقليدية .كالقول (علي زوّج هند لأحمد) .يكون محمول هذه القضية هو

(.... زوج ....لـ .....) وتكتب العبارة السابقة بلغة الدوال بالشكل الرمزي : ع(سَ ، صَ ، كَ) مع سَ ، صَ ، كَ . متغيرات فردية كما جاء في تحديد رمزية منطق المحمولات . ويشترط في هذه الصورة كما سبق وأن ذكر احترام ترتيب المتغيّرات الفردية حتى لا يختل المعنى . فإذا وضعنا سَ مكان الفراغ الأول ووضعنا صَ مكان الفراغ الثاني ووضعنا كَ مكان الفراغ الثالث يكون معنى الدالة كما هو وارد في المثال المعروض باللغة الطبيعية لكن إذا غيرنا الترتيب بالشكل التالي بأن وضعنا مثلا صَ مكان الفراغ الأول

1 – Lewis (C . I) . A survey of symbolic logic .. Dover publications; Inc . New.York . P . 234

و كَ مكان الفراغ الثاني و سَ مكان الفراغ الثالث .تكون ترجمة العبارة إلى اللغة الطبيعية هي ((هند زوجت أحمد لعلي)) .ومن الممكن التعامل مع عبارات من هذا النوع مهما كان عدد مواضيعها أو نقول عدد حججها عندما نعتبرها دوال قضايا .كما يمكن أيضا بهذا الاعتبار التعامل مع قضايا لها أكثر

من محمول ، وهي صورة أخرى للقضايا لا نجد في المنطق الأرسطي مكان لها فالقضية مثلا : ((الحكومة الجزائرية استدانت و أفلست)) .هي قضية مركبة من قضيتين يربطهما رابط الوصل ، ونستطيع أن نكتب هذه القضية بالصورة

[سَ (ل) . سَ (ج)] .بأخذ سَ رمزا للحد (الحكومة الجزائرية) وبأخذ ل رمز للحد (استدانت) وبأخذ ج رمزا للحد (أفلست) .فهي دالة . ك] لا نجد مركبة من دالتين . دالة الصدق[ق ≡كيف يمكن التعبير عنها في لغة

أرسطو مثلا أو علاقة التكافؤ مثلا عندما تصاغ باللغة الطبيعية ." يكون الشكل الهندسي مثلثا متساوي الأضلاع إذا وفقط إذا كانت جميع زواياه متساوية . ونقول بصورة مكافئة وإذا كان مثلثا جميع زواياه متساوية كان مثلثا متساوي الأضلاع " .ويمكن أن تكون العبارة بتركيب أعقد . من السهل التعامل معها بلغة الدوال المعاصرة لكن لا سبيل للتعامل معها بمنظومة أرسطو المحدودة.مثلا :

[∃ سـ (سـ ←{∀صـ (صـ ل)}] ∨ [{∀ جـ ((جـ ك)}∧

{∃بـ (بـ ج }] . و لا حاجة لترجمة هذه العبارة لتتضح الفكرة .

وباستعراض التحليل السابق ، الدالة هي في النهاية علاقة ، وحتى في كل الأساليب الأخرى التي تستخدم فيها كلمة دالة ، مثل " مربع كذا "[1].

1–. Quine (W . V . O) . Mathematical logic .. Harvard . University Press . Cambridge . Massachussets . London . P . 222

ومن ثمة فالدالة بحجة واحدة هي علاقة ثنائية و الدالة بحجتين هي علاقة ثلاثية .... وهكذا [1]. مثلا تا (سـ) = صـ . إذا كانت تا تعني " أب " و سـ

تعني " محمد" و صـ تعني " علي" تكون علاقة ثنائية . (محمد أب علي) .

وفي الدالة:" مربع كذا".هي تعرض علاقة ثنائية بين مربع العدد وجذره التربيعي كما لا يجب أن يفوتنا ونحن نتحدث عن الدالة أن نميز بين مفهوم الدالة بشكل عام و الدالة الوصفية و دالة القضية و دالة الصدق .لأن هذه المفاهيم تتداخل بشكل قد يثير الغموض . فالدالة بشكل عام هي علاقة يتوافق فيها مجموعة من الحدود و بشكل محدد .ننبه أن الدوال المشار لها هي دوال قبل أن تكون دالة قضية أو دالة وصفية مما يعني أن التعريف السابق للدالة ينطبق عليها لكن هي لها خصوصيتها . عندما تكون بحدين مثلا :

تا(سـ) = (صـ) فهنا من أجل كل سـ لا يوجد إلا صـ واحد يحقق مع سـ العلاقة سـ ع صـ أو بعبارة أخرى ، إذا كان { سـ ع صـ صـ = ق . ويمكن وكان سـ ع ق } فهذا. ⟵كتابة الصيغة

(سـ ع صـ) بالصورة سـ = تا (صـ) بحيث تمثل قيم سـ قيم الدالة وتمثل قيم صـ قيم الحجة [2] .

ويمكن التمثيل لهذا التحديد لعلاقة الدالة ، بعلاقة أب . سـ أب صـ . فمن أجل أي صـ " ابن" لا يوجد إلا سـ واحد هو أب لـ صـ .

هذا في الدالة الأحادية . أما الدالة القضوية فهي الصيغة التي تحتوي على متغير

1– Quine (W . V .O) . Ibid . P . 225

2– Tarski (Alfred). Introduction à la logique . trad . Jacques Tremblay S . J . Paris Gauthier . Villars . P . 92

أو أكثر بحيث لا تتحدد قيمة صدقها إلا بتحديد قيمة متغيرها أو متغيراتها

لتتحول بعدها إلى قضية صادقة أو كاذبة . وكل معادلة رياضية هي دالة قضوية فالعبارة سـ عدد طبيعي . هي دالة قضية ، وهي قضية صادقة بوضع العدد 1مثلا مكان سـ وقضية كاذبة بوضع العدد (-3) مثلا مكان

" سـ" [1]. وفي الهندسة معادلة منحنا بيانيا في مستوٍ أو معادلة مساحة في الفضاء ، هي دالة قضية . صحيحة بقيم الإحداثيات التي تنتمي لنقاط المنحني

أو المساحة، وخاطئة بغيرها [2].والدالة القضوية هي علاقة ، بحيث من أجل كل دالة قضوية بمتغيرين غير مقيدين (س ، ص) مثلا توجد علاقة مناسبة لهذه الدالة محققة بين هاذين المتغيرين (س ، ص) . إذا كان هاذين المتغيرين يحققان الدالة المعطاة ، ونقول عندها بأن الدالة القضوية بالمتغيرين الحرين (س ، ص) تعبر عن علاقة بين المتغيرين (س ، ص) .مثلا الدالة القضوية س + ص = 0 تعبر عن (علاقة التقابل في الإشارة) بين س و ص [3] . سَ يقطن في ص دالة قضية بمتغيرين.س هي بين ص و ق . دالة قضية بثلاث متغيرات . ونستطيع أن نعبر عن هاتين الدالتين بلغة العلاقات إذ في دالة القضية الثانية نعبر عن علاقة مكانية بين ثلاث نقاط أو ثلاثة أشياء أما الدالة الوصفية فهي الصيغة الرمزية التي عندما نضع فيها الثابت مكان المتغير " وهذا الثابت قد يكون اسم شيء أو قيمة عددية " تصبح عندها تلك الصيغة إما صحيحة أو خاطئة أولا معنى لها .

1– Tarski (Alfred). Ibid . P . 04

2-Russell (B) . Introduction to mathematical philosophy .Dover publications.Inc .New York.P.157

3– Tarski (A) .Ibid.P . 83

أي ليست دالة وصفية[1]،مثلا الصيغة " 2س+ 1 " . فعند وضع العدد 4 مكان المتغير س تكون قيمة الصيغة 9 وعند وضع العدد 5 مكان المتغير س تكون قيمة الصيغة 11 والعبارة السابقة على خلاف العبارة "2س+1= 9" التي لا تكون صحيحة إلا بالقيمة 4 . لكن عند وضع رسم لشكل هندسي ما أو اسم علم مكان س تكون الصيغة لا معنى لها .وكل العبارات الجبرية التي ليس فيها مقابلة طرف لطرف من خلال علامة المساواة مثلا أو علامة المتراجحة هي دوال وصفية . وهي وصفية لأنها تصف حدا ما بواسطة علاقته بحجته كالقول

جيب $\frac{\pi}{2}$ الذي هو وصف للعدد 1 . أما دالة الصدق فهي الصيغة المكونة تكوينا "جيدا " باستخدام أدوات الربط المنطقية و التي تأخذ قيمتها من قيمة المتغيرات القضوية التي تتركب منها ومن الروابط المنطقية ومداها كما هو محدد.

(مثلا في العبارة التالية : [(ق ∨ ك) ← ل] هي دالة صدق ، أما العبارة (دالة ∨ ق ك) فهي ليست دالة .صدق والمتغير القضوي . ك . ليس صدق . ومن صور دوال الصدق في المنطق التقليدي ، الصور الرمزية لكل القضايا الحملية : "كل ا هي ب " مثلا أو " لا ا هو ب " .....الخ [2].

أما المفهوم العام للدالة فقد كان لفريجه الفضل الكبير في ضبطه من خلال تحليل مسهب أتى فيه أولا على تصحيح هذا المفهوم عند الرياضيين الذين كان البعض منهم يستخدمه بطريقة خاطئة .فعندما يقول الرياضيون – دالة س – فهم يعنون صيغة رياضية يظهر فيها هذا المتغير مثلا العبارة " $2س^3$+ س "

1– Frege (Gottlob).OP; cit . P . P . 83 . 84

2– Frege (Gottlob) . Ibid . P . 84

والصيغة "(2×2^3)+2 " يسمونها دالة العدد 2 . فهم في هذا لا يميزون الشكل من المحتوى . (2×2^3)+2 ، والعدد 18 ،و الجداء 3×6 فهاتين الصيغتين تختلفان في الشكل وإن كانت تتفقان في المحتوى.والاستخدام الشائع لكلمة دالة في الرياضيات يطابق حرفيا ما تعنيه العبارة ((مجال قيم الدالة)) حسب فريجه . ومجموع الحدين (2+5) ، و(3+4) هما متساويان لكنهما ليسا متطابقان.فإذا كان الرياضيون يرون في العبارة "$2س^3$+س " دالة لـ س والعبارة (2×1^3) +1 دالة العدد 1والعبارة (2×4^3) +4 دالة العدد 4 ويرون في العبارة (2×5^3)+5 دالة العدد 5 فالصحيح أنها دالة واحدة ولكن بحجج مختلفة هي . س ، 1 ، 4 ،5 .فالدالة هي العنصر المشترك بين هذه الصيغ عند حذف تلك الحجج ." 2× ( ) + ( ) "وأكثر من هذا وهو ما يقترحه فريجه أن الدالة والحجة تؤلفان كلا موحدا [1]. ومن جهة أخرى فالعبارة العددية لا تسمى دالة إلا استعارة لأنها في الحقيقة تشير إلى قيم محددة .وبالعودة إلى المفهوم الذي يحدده فريجه للدالة ،وهو في شكل بناء العبارة الرياضية .نجد في العبارتين : { (2×1^3) +1 }{(2×2^3) +2 } نفس الدالة ، ولكن لا نجد ذلك في العبارتين{(2×1^3) +1 } و{ (4–1) }وإن كانتا تشيران إلى نفس القيمة .

يستعير " فريجه " المقاربة الهندسية التالية لبيان العلاقة الأساسية بين الدالة والحجة

فيقول : حال الدالة والحجة كحال القطعة المستقيمة التي نقسمها نصفين إذ توجد نقطة ونقطة واحدة تقسم القطعة المستقيمة إلى نصفين لكن إذا شئنا الدقة وأردنا إحصاء كل نقاط كل نصف القطعة (لأن المستقيم هو مجموعة من النقاط) و بحيث لا نترك أي نقطة ولا نحسب نقطة ما مرتين . فالنقطة التي تقسم القطعة المستقيمة يجب أن نضيفها إلى إحدى القطعتين وإحدى القطعتين

1- Frege (Gottlob) .Ibid. P.84

المستقيمتين فقط للحصول على قطعة مستقيمة بالمعنى التام للقطعة المستقيمة .

" رياضيا تتحدد القطعة المستقيمة بنقطتين ، نقطة البداية ونقطة النهاية "

بينما يبقى ينقص القطعة المستقيمة الأخرى شيء ما إذ أن نقطة المنتصف التي يفترض أن تحدد نهاية هذه القطعة المستقيمة لم تعد تنتمي إليها بل تنتمي للقطعة

الأولى إذ هي نهاية هذه الأخيرة فلم يعد إذن بالإمكان تسميتها قطعة مستقيمة كذلك حال الدالة بدون حجة . فما نحصل عليه بإشباع الدالة بالحجة هو قيمة الدالة [1] . في العبارة { ع = 3 س + 1 } لا نستطيع تعيين قيمة "ع" إلا بتعيين قيمة"س" لكن يجب أن نلاحظ أن الدالة بطرفين كالشكل ع=2س+ 5.

صحيح عندما تتعين قيمة الحجة تتعين قيمة الدالة ، لكن صحيح أيضا أنه عندما تتعين قيمة (ع) تتعين أيضا قيمة (س) . فكما تدل قيمة (س) على قيمة (ع) تدل قيمة (ع) على قيمة (س) هذه الزاوية من الرؤية لم يذكرها فريجه ولا يبدو أن لها صورة مقابلة في المنطق ففي الدالة سـ طبيب ليس فيها طرف مقابل لطرف ثاني لنقارنها بالتحليل السابق . مما يعني أن سحب المفهوم الرياضي للدالة على المجال المنطقي يقتضي بعض التحديد . في الدالة (2س^3+ س) المتغير " س " يحدد لنا

المكان الذي نضع فيه الحجة للحصول على قيمة الدالة، فقيمة الدالة السابقة هي

مثلا ((3بالنسبة للحجة1)) وهي ((18 بالنسبة للحجة 2)) .والهندسة التحليلية توفر لنا تمثيلا حسيا لهذه المعاني ، في العبارة "ع = س^2 – 4 س".على محور الفواصل تتعين قيم الحجة س وعلى محور التراتيب تتعين قيم الدالة المقابلة لقيم الحجة . والمنحنى البياني الناتج هو التمثيل الحسي للدالة السابقة المشار لها . وهو مطابق لمنحنى الدالة

1-Frege (Gottlob) .Ibid . P . 85

{ع = س (س– 4) }. ويظهر من خلال التمثيل الهندسي أن الدالة عبارة عن قانون تناسب بين مجموعة من الحجج ومجموعة من القيم التي تقابلها

والكتابة: س^2– 4 س = س (س– 4)لا تساوي بين الدالتين بل بين قيمهما.

فالدالة إذا هي دائما في شكل العبارة[1] .وللتعبير عن الدالة نستخدم الحروف تماما كما نستخدم الحروف للتعبير عن القيم الغير محددة " س " مثلا .

فنستخدم للتعبير عن الدالة الحرف " تا " مثلا الذي يقابل F في الفرنسية[2] .

ويشير فريجه إلى أن مفهوم الدالة قد تم مده إلى كثير من مجالات العلوم التجريبية . وحتى العلوم الإنسانية اليوم ، كعلم النفس أو علم الاجتماع .

يلاحظ في التعابير اللغوية حسب فريجه أنها قد تختلف في المعنى لكنها قد تشير إلى شيء واحد مثاله الشهير عن " نجمة الصباح " . و" نجمة المساء " .

والشيء نفسه يمكن ملاحظته في الكتابة الجبرية (("2^4 " و "4^2")) تعبيرين مختلفين يشيران لقيمة واحدة .في اللغة الطبيعية مثل هذه الألفاظ قد تكون سببا للبس وسؤ الفهم ويكون هذا العيب أشنع إذا كان في المنطق . ويبحث فريجه هل من سبيل إلى استخدام لغة الحساب في مجال المنطق " التي هي أدق " لتجنب تلك المغالطات ؟ . ولا بأس من إعادة بعض أفكاره . يجد فريجه أن مفهوم الدالة يمكن مده إلى مجال اللغة الطبيعية حيث يعتبر أن الحدود الكلية هي دوال تمثل ماصدقاتها حججها،في التراكيب اللغوية يوجد ما يماثل الدالة في الرياضيات فهو يميز بين الألفاظ بحيث منها ما هي مقفلة على نفسها تامة المعنى ولا تحتاج

1– Frege (Gottlob) .Ibid . P . 86

2– Frege (Gottlob) .Ibid .P . 86

لما يضاف لها لتكون مفهومة ، ومنها ما تكون مبهمة غير مشبعة تحتاج لما يضاف لها لتكون مفهومة و لها معنى واضح ويذكر فريجه المثال التالي لتوضيح هذا الأمر .(قيصر غزا بلاد الغال) فإذا أخدنا (قيصر) بمفردها نجدها كلمة تامة المعنى لأنها اسم علم (تاريخي) يشير إلى شخص معين حكم بسلطة مطلقة أما العبارة (غزا بلاد الغال) فهي عبارة مبهمة تحتاج لما يسندها ليكون لها معنى . إذ يبقى عالقا بذهن القارئ أو السامع السؤال : من غزا بلاد الغال ؟.

فتكون هذه العبارة بمثابة دالة و يكون الحد (قيصر) هو الحجة التي تحتاجها هذه الدالة ، لتكون عبارة تامة المعنى [1]. فمفهوم الدالة إذا لا يقتصر فقط على الأعداد والمتغيرات الرياضية ، بل يمكن أن يتجاوزها إلى اللغة الطبيعية. ولنلاحظ المثال التالي(عاصمة الإمبراطورية الألمانية) لو فككنا هذه العبارة إلى " عاصمة " و " الإمبراطورية الألمانية " . ويمكن إعطاء التفكيك السابق صورة رياضية ليكون الأمر أكثر وضوحا ولنقول " عاصمة س " ، و " الإمبراطورية الألمانية " "فعاصمة س " هي دالة إذا أعطيناها العبارة "الإمبراطورية الألمانية" "كحجة" ، أي نضعها مكان " س " ستكون – برلين – هي قيمة الدالة [2].وقد تكون

الدالة بحجة واحدة س^2 = 9 أو بحجتين كالدالة (س < ع)،و(3 < 2)

هي قيمة محتملة للدالة السابقة،والعلاقة الثنائية (س ع ص) هي دالة بحجتين .

ويؤكد فريجه على أن الدالة بحجة واحدة (تصور) ويسمي الدالة بأكثر من حجة مثلا (س+ ع = 9) ، بالعلاقة . وقد تكون الدالة من درجة أولى إذا

---

1 – Frege (Gottlob) .Ibid . P . P. 90 ; 91

2 – Frege (Gottlob) . Ibid . P . 92

كانت حججها أشياء [1] . وكلمة شيء تشير في لغة فريجه إلى كل الموجودات المادية وحتى الأعداد لكن كيف يمكن أن نستثني المتغيرات من هذا التعميم كما يفعل فريجه ؟ لم يوضح . رغم أن العدد كالمتغير لا يملك أي صفة مادية وتكون الدالة من درجة ثانية إذا كانت حجتها دالة من الدرجة الأولى .مثلا : الطبيب الشخصي للرئيس الحالي للدولة سـ . هذا الكلام هو دالة من الدرجة الأولى حجتها اسم أي دولة حالية .أما الكلام :[(ص) قضية تركيبية]. هو دالة من الدرجة الثانية يمكن أن تكون الدالة السابقة حجة لها . علاقة الحمل بين الحدود الكلية هي علاقة "احتواء" ، وهذا فقط ما عرفه المنطق الأرسطي من علاقة أما علاقة الحمل بين الحد الذي يشير إلى فرد والحد الكلي (علي إنسان) مثلا . فهي علاقة انتماء وهذا ما أضافه أو شوه به المشاؤون المنطق الأرسطي لأنهم لم يميزوا بين هاتين العلاقتين في قياساتهم ، وكما نعلم أن خواص علاقة الاحتواء غير خواص علاقة الانتماء ،فلاحتواء متعدي أما الانتماء فليس متعديا. يلاحظ أن نتائج أعمال راسل في تحليله لقضايا أرسطو لم تكن بعيدة عن نتائج أعمال فريجه رغم عدم وجود أي تواصل بينهما فراسل كما يذكر هو لم يعرف فريجه إلا من خلال بيانو في إحدى مؤتمرات الرياضيات الذي عقد في ايطاليا ويذكر ذلك بأسف ، لأنه كما يقول قد وجد في بعض أعمال فريجه كثير من النقاط التي يتوافق فيها معه ، وسيظهر لنا ذلك باستعراض بعض أعمال راسل . فقد لاحظ راسل أن القضية الشخصية هي القضية الحملية بالمعنى الدقيق للكلمة، أما القضايا الكلية فهي تقرر علاقة احتواء بين محمولين . أسهب راسل في تحليل دوال الصدق ، منها دالة النفي ، دالة الوصل ، دالة الفصل ، دالة اللزوم

---

1 – Frege (Gottlob) . Ibid . P . 100

ودالة الصدق هي صورة رمزية (والكلام دائما لراسل)للقضية المركبة التي تحوي ثابتا منطقيا أو أكثر بينما دالة القضية فهي صورة رمزية لأية قضية بسيطة كانت أم مركبة."سـ إنسان"دالة قضية"إما أن سـ إنسان أو أن سـ رجل آلي"دالة قضية ودالة صدق فدالة القضية أعم وأشمل من دالة الصدق ، فكل دالات الصدق دالات قضايا لكن ليست كل دالة قضية دالة صدق كمثالنا السابق "سـ إنسان " .

يضع راسل التمييز بين (Proposition and Propositionnel Fonctio)

أي القضية ودالة القضية ،في أن القضية هي العبارة اللغوية أو الرياضية القابلة للوصف بالصدق أو الكذب كالقول " سقراط إنسان " أو القول " اثنان زائد اثنان تساوي خمسة " أو الصيغة الرياضية (ا + ب)^2 = (ا^2 + 2 اب + ب^2) مهما كان ا ومهما كانت ب . أما الصيغة (ا + ب)^2 = (ا^2 + 2 اب + ب^2) ودون تحديد قيم (ا ، ب) أو تحديد مجال قيمهما . فهي ليست قضية إذ لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب . فهي دالة قضية ، فدالة القضية هي

العبارة التي أحد أو بعض مكوناتها غير محددة ، وتصير قضية عندما تتحدد مكوناتها بحيث يمكن عندها الحكم عليها بالصدق أو الكذب .وكل معادلة رياضية هي دالة قضية ، تصير قضية صادقة أو صحيحة بجذورها وقضية خاطئة بغير جذورها . الصور الرمزية لقضايا المنطق التقليدي (كل ا هو ب . لا ا هو ب .... الخ) هي دوال قضايا . تعرّف الدالة ذات الحجة الواحدة بأنّها "كل علاقة كثير بواحد أو كل علاقة المتعلق به فيها له فقط متعلق واحد[1]

1-Russell (B) .Principles of mathematiques .New york.W.W.Norton,Company.INC. Publishers. Prented In Great Britain.By Bradford And Dickens.London . W.C.I. P 80

الصيغة " سقراط إنسان إذن سقراط فان " وهي صورة القياس التقليدي الشهير في قالب قضية شرطية متصلة (بالتعبير القديم) . يمكن تحويلها إلى دالة قضية

مركبة من دالتين ، ذالك بوضع المتغيير "س " مكان الثابت "سقراط " فتنتج الصيغة (س إنسان إذن س فان) . واللزوم فيها محقق بأية قيمة .(طبعا يعني راسل قيمة من عالم المقال) بحيث إذا وضعنا الحد " أفلاطون " مكان الحد " سقراط" ستظل القضية تقرر نفس العلاقة التي تقررها القضية السابقة بشأن سقراط . وهذا التحليل يجعلنا نستنتج (والكلام دائما لراسل) ، أن دالة القضية تعرّف بواسطة علاقتها بالمتغير . وهذا يجعل الصيغة أكثر تعقيدا . بحيث إذا

عبّرنا عن دالة القضية (س إنسان يستلزم س فان) بالصيغة

تا(س)Fx هذه الصورة تقرأ : تا(س) هو الحد الذي له مع س

العلاقة ع " حيث ع علاقة ما محددة" . وهذا التعبير يمكن صياغته بشكل صوري بالصيغة : (من أجل أيّ قيمة لـ س و ص " حيث ص مطابق لـ تا(س) " ذالك مكافئ للقول ص له العلاقة ع مع س) .

من الواضح حسب راسل أن هذا الشرح أكثر تركيب وغموض من المفهوم الذي يراد شرحه ، لذلك يرى راسل أن الصيغة السهلة والبسيطة للتعبير على العلاقة في شكلها السابق هي الصورة (س ع ص) . حيث ع تعبر عن علاقة ثابتة و س و ص يعبران عن متغيرين مستقلين وهذه الصيغة " س ع ص " هي دالة قضية بمتغيرين مستقلين .[1]في التعقيب على تحليل فريجه للدالة يرى راسل أن فريجه لم يميز بشكل حاسم بين الدالة والدالة القضوية . ويعرض راسل المثال التالي :(الملك الحالي لبريطانيا) . يرى راسل أن تحليل فريجه

1- Russell(B) .Ibid.P.82

للصيغة اللغوية السابقة يمكن أن يكون بالشكل التالي : نستطيع أن نعتبر " بريطانيا " حجة . و " الملك الحالي لـ " دالة . ويمكن كتابة هذا المثال (حسب راسل دائما) بشكل أعم وأبلغ تعبيرا عن مفهوم الدالة عند فريجه بالشكل "الملك الحالي لـ سـ" . يقول راسل أن هذه العبارة لها دائما معنى لكن ليس لها دلالة أو نقول ما تشير إليه Indication إلا في قيم سـ التي هي الآن ملكية Monarchy ومن ثمة فالدالة السابقة ليست دالة قضية[1]. فراسل يستخدم في نقده هذا في هذا المقام نظريته في الأسماء فهو يعتبر أن من الأسماء ما هي أسماء زائفة (إذا لم يوجد ما تشير إليه).والقضية التي يدخل في تركيبها هذه الأسماء هي كلام فارغ ولا معنى له وليست قابلة للوصف بالصدق أو الكذب . نستذكر في هذا المقام مثاله " الملك الحالي لفرنسا أصلع " .فهو يقول أن هذا الكلام ليس دالة قضية لا من جهة التركيب وإنما لأنه لا يشير إلى شيء ففرنسا ليست ملكية ولا يوجد لها ملك (طبعا يتكلم رسل عن الفترة التي عاش فيها) . وبعد العرض السابق الذي استهلك كله في تحليل مفهوم الحمل ومفهوم الدالة والمقارنة بينهما ، فلننتقل إلى بحث موضوع – العلاقة – بشيء من التفصيل. إذ صياغة الجمل الرياضية والتراكيب المنطقية بلغة العلاقة ، يجعلها بسيطة دقيقة ومرنة يمكنها أن تساير الفكر في كل تعرجاته وتوفر له مرونة الحركة التي يحتاجها لمختلف أشكال عملياته الاستدلالية

1 – Russell (B) . Op.Cit.P.506

الفصل الرابع

تطور مفهوم العلاقة بدأ من أوغسطس دي مورغان

يجب أن نسجل أولا للتاريخ أن " دي ورغان "كان أول من فتح باب مبحث

" حساب العلاقات " عندما فحص العلاقة بين الموضوع و المحمول في أقييسة أرسطو (بعد خلط عمل هذا الأخير بعمل المشائين من بعده) فوجد دي مورغان أن للرابطة Is معاني عديدة لم يبحثها أرسطو ولا أتباعه ، فمن معانيها الانتماء . الإنسان حيوان Man is animal ولها أيضا معنى الهوية .

كل إنسان هو واحد من الحيوانات . بحيث إذا لمسته فقد لمست حيوانا وإذا أذيته. Distroy him فأنت تؤذي حيوانا .ومن معاني الربطة Is معنى المساواة والتي لا تصلح إلا للحدود التي لها معنى الكمية. ومن معانيها السابقة ما هو قابل للعكس كما في المساواة ، ومنها ما هو ليس قابلا للعكس . ومن هنا فبناء قياس على قضايا تقوم على رابطة لها عديد من المعاني قد يكون سببا مباشرا للاستدلالات الفاسدة . فدي مورغان قد اهتدى من تحليله اللغوي لمعنى الرابطة إلى تنوع العلاقات التي يمكن أن تقوم بين حدود قضية وبالتالي بين الأشياء التي تشير إليها تلك الحدود وهذه العلاقات التي تفيدها الرابطة Is ليس لها خصائص متماثلة . وقد يكون لمعنى الرابطة " موضوع التحليل" معنى الكيفية . كالقول " هذه الزهرة حمراء" . كما يمكن أن يكون لها أيضا معنى الوجود ، كالقول " الإنسان يكون " أو نقول" يوجد الإنسان " Man is[1] .أراد دي مورغان بمراجعته للرابطة Is ، أن يراجع قياسات أرسطو فإذا به يفتح بابا لصور جديدة من الاستدلال غير التي عرفها أرسطو . ويؤكد دي مورغان بحق أن معاني الألفاظ ، ومنها أدوات الربط اللغوية لا تهم فقط المشتغلين بعلم اشتقاق الألفاظ

---

1 – Augustus De margan. Formal logic . Or . the calculus of inference necessary and probable . by Of trinity college Cambridge

London Taylor and walton. P. P. 49 . 50 . 51 . 52 . 53

Etymology بل تهم أيضا المشتغلين بعلم المنطق.تشتق العلاقات من خلال المقارنة

أحيانا بين شيئين وأحيانا بين تصورين ، ومن ثمة يقسم العلاقات إلى (علاقات لفظية) حسب تعبيره ،(وعلاقات حقيقية). العلاقة بين كلمة " فائدة " وكلمة " مفيد " هي علاقة لفظية . والعلاقة بين " أعلى " و " أسفل " هي علاقة حقيقية [1] . وتبين له أيضا أن الرابطة بين الموضوع والمحمول هي في المقدمات التي كل من موضوعها و محمولها حدا كليا هي علاقة احتواء .

(الجزائريون أفارقة) .بينما هي في المقدمات التي موضوعها حدا فرديا و محمولها حدا كليا :(سقراط إنسان) هي علاقة انتماء . و عندما فحص هاتين العلاقتين وجد أن لهما خواص متباينة لا تسمح دائما باستخلاص نتيجة منطقية من قياس مركب من مقدمتين مختلفتين بالشكل المشار له سابقا . يقول في مقولته المشهورة إن كل المنطق التقليدي لا يستطيع أن يؤكد لنا الاستدلال التالي . وهو أنه إذا كان الحصان حيوان فإن رأس الحصان هو رأس حيوان ؟ ولعله سيكون من الطريف أن نسجل في هذا المقام ملاحظة Jevons التي يذكرها برتراند راسل وهي (أن العيب المشار إليه في المثال السابق كان سيكون ميزة للقياس الأرسطي لو أضيفت له القضية "يوجد رأس هذا الحصان " لأن هذا يثبت على الأقل أن رأس الحصان ليس رأس محار أو رأس هيدرا مثلا ، هذه الإضافة كانت ستعطي نمطا عاما ومتميزا من الاستنتاج المغاير للقياس الأرسطي) [2] . هذا " الضعف " في المنطق التقليدي شجع دي مورغان على بناء علاقات لزوم بين المقدمات والنتيجة ، لأنه كان يرى أن العلاقة بين المقدمات والنتيجة هي لزوم النتيجة عن المقدمات . وهو هنا يستخدم كلمة

1- Ibid.P.230

2-Russell(B) .Prinicipia mathematica .V1.OP.cit.P.306

اللزوم بالمعنى العام لا بالمعنى الخاص الذي صار يستخدم به هذا المصطلح فيما بعد :" اللزوم المادي بين قضيتين ، أو اللزوم الصوري بين دالتين " الضعف المشار إليه ، شجع دي مورغان على بناء علاقات لزوم تقوم على الروابط الدموية (علاقات نسب) أو علاقات إنسانية أو معنوية أو رياضية أو علاقات عمل . هذه العلاقات عندما تكون متجانسة تملك خاصية التعدي مما يسمح بتركيب أقييسة نتائجها لازمة عن مقدماتها . الجداء النسبي مثلا لعلاقة " ابن "وعلاقة " أخ " تعطي علاقة " عم ". و استنتج من هذا مفهوما جديدا للعكس و مفهوما جديدا للضد مخالفا لما كانا معروفين بهما في المنطق التقليدي

فعكس أب هو " ابن" و ضد" أب " هو" ليس أب " .

فضد " علي أب محمد " هو " علي ليس أب محمد " .

وعكس " علي أب محمد " هو " محمد ابن علي ".

وبمزاوجة العكس بالضد (وهو يقصد بالضد The contrary يقصد به

النفي The negative) يجد فيما يجد من نتائج ، النتائج التالية :

1 – نفي العكس نفي

2 – عكس النفي نفي

3 – نفي العكس عكس النفي [1]

وإذا أردنا تحليل هذه النتائج نجد ما يلي :

ففيما يخص النتيجة الأولى (نفي العكس نفي) لنأخذ المثال التالي :

1- Lewis (C .I) . OP.cit .P .46

ا أكبر من ب يكون عكسها : ب أصغر من ا .

ويكون نفي هذا العكس هو : ب ليس أصغر من ا

وهذا ليس نفي للقضية الأصلية : ا أكبر من ب (كما يزعم دي مورغان) بل نفي هذه الأخيرة هو : ا ليس أكبر من ب .

فنفي العكس إذن هو نفي العكس .

ولا تكون القضية "ب ليس أصغر من ا " نفي للقضية الأصلية (ا أكبر من ب) إلا بقراءة ثانية للقضية (ب ليس أصغر من ا) " ولعلها هي التي يقصدها دي مورغان " وهي أن القول :

(ب ليس أصغر من ا) يعني أن (ب أكبر من ا)

و (ب أكبر من ا) تعني (ا ليس أكبر من ب) وهذا صحيح نفي للقضية الأصلية . لكن حتى هذه النتيجة الأخيرة ليست صحيحة تماما إذا شئنا الدقة . وهو الأمر الذي يتطلبه المنطق .

لأن القول (ب ليس أصغر من ا) يعني معنيين :

إما أن ب يساوي ا أو أن ب أكبر من ا .

والمعنى الأول أن (ب يساوي ا) هو ما تجاهله " دي مورغان " ليدخلنا في نوع من اللعب بالألفاظ . وهذا غير مقبول منطقيا لأن هدف المنطق هو إظهار الحق وكشف المغالطات . هذه الحقيقة الأخيرة المشار لها لا تظهر للعيان فيما لو اخترنا علاقة والد . يعني لو اخترنا المثال (ا أب ب) . لكن النقد السابق يبقى صحيح لأن دي مورغان يزعم أنه اكتشف قانون عام يشمل كل أنواع العلاقات .وهذا (القانون) نفي العكس نفي : لا يلغي قانون نفي النفي كما يتصور البعض .فنفي

القضية الأصلية (ا أكبر من ب) في مثالنا السابق نفيها هو (ا ليس أكبر من ب) ونفي هذه الأخيرة (أي نفي النفي) هو

{ ا ليس (ليس أكبر من ب) } التي تعني (ا أكبر من ب) .

أما فيما يخص القانون الثاني :

عكس النفي نفي :

هو يقصد أن عكس النفي هو نفي للقضية الأصلية .

وهذا أيضا غير صحيح إلا بنوع من التساهل في استخدام المصطلحات وهذا يبدوا لي غير مقبول منطقيا .

ولنأخذ المثال : سـ والد صـ . نفيها هو : سـ ليس والد صـ

وعكس هذه الأخيرة هو : صـ ليس ابن سـ . وهذا ليس نفي سـ والد صـ ، بل هو نفي صـ ابن سـ أي هو نفي عكس القضية الأصلية وإن كان المعنى واحدا ، فكان على دي مورغان أن يشير لهذا ، وربما في علاقات أخرى مغايرة للمثال الذي ذكرناه قد يختلف الأمر .

وإن كانت العلاقة (صـ ليس ابن سـ) تعني (سـ ليس والد صـ) الذي هو نفي للقضية الأصلية .فإذا احترمنا كلمة العكس وكلمة النفي يجب أن نقول :

عكس النفي هو نفي العكس

وفيما يخص القانون الثالث : نفي العكس عكس النفي :

فصحيح أن نفي عكس القضية الأصلية ينتج عكس نفي القضية الأصلية .

ولنأخذ المثال السابق : سـ والد صـ عكسها هو صـ ابن سـ .

ونفي هذا العكس هو ((صـ ليس ابن سـ)).

وعكس القضية الأصلية سـ والد صـ هو صـ ابن سـ

ونفي هذا العكس هو ((صـ ليس ابن سـ)) . فالنتيجتان متطابقتان .

و من الخواص الجديدة التي اكتشفها " دي مورغان " في هذا الحساب

هو أنه إذا كانت العلاقة "ع " محتواة في العلاقة " ل " فإن عكس "ع "محتوى في عكس " ل " . وضد " ل " محتوى في ضد "ع " .

مثلا إذا كانت علاقة " أب" محتواة في علاقة " سلف" فإن علاقة " ابن" محتواة في علاقة "خلف " لكن علاقة " ليس سلف " محتواة في علاقة

" ليس أب ".ثم أن عكس علاقة مركبة من علاقتين يقوم على عكس طرفيها

وتغيير ترتيب حدودها . مثلا عكس العلاقة المركبة " س أستاذ أبناء ع "

عكسها هو " ع أب تلامذة س" [1]. وفي أعقاب " دي مورغان " فتح " بيرس " باب مبحث العلاقات من خلال مقارنته بين حدود اللغة .حيث وجد أن من الحدود ما هي مطلقة وهي التي لا تحتاج لما يكملها ويمكن تصور معناها

بالاستقلال على غيرها من الحدود وهي تشير إلى أشياء محددة فردية أو كلية .

كشجرة . إنسان . قلم ....الخ . ومن الحدود ما هي حدود " نسبية " أو" علاقية "Relative terms بسيطة وهي تحتاج لحد آخر ليكتمل المعنى الذي تشير إليه كالحدود . أب لـ ، محب لـ ، خادم لـ ....الخ .

1- Lewis (C.I) .OP.cit . P 46

ومن الحدود ما هي حدود " رابطية " Copulatives or Conjunctives مثل :

بين . إلى . من ..الخ. التي ترد في تراكيب من الشكل التالي :

معطي كذا ...ل... ، أو الحدود . الذي اشترى .... من ... ل .... الخ .

الحدود الرابطة كما يستخدمها فيها معنى الثالث أو حتى أكثر من ذلك ، أما الحدود النسبية كما يسميها أو العلاقية ففيها معنى الثاني أو معنى الآخر [1].

وراح يثري هذا المبحث من خلال دمج علاقات الحساب المعروفة ، دمجها بين حدود اللغة ليجد أن علاقة الضرب المنطقية تحتوي علاقة الضرب في الحساب .

ويؤكد من ثمة بأنه يمكن بناء استدلالات منطقية باستخدام (الحدود العلاقية)

مغايرة تماما لاستدلالات أرسطو . ويشير من خلال كتابه الذي سيأتي ذكره أن خواص (العلاقات الأولية)، أي القائمة بين "فردين" أو "صنفين" أي الثنائية .

و(العلاقات المركبة) أي العلاقات القائمة بين " العلاقات " تجد كثير مما يتوافق معها في الهندسة النقطية. أي كل قضية هندسية توجد قضية تقابلها في منطق العلاقات [2]. "فالتقاطع" مثلا هو علاقة تناظرية إذا كان بين مستقيمين وكذالك هو "التعامد" أما "التوازي" فهو علاقة انعكاسية وتناظرية ومتعدية .

كما ويستعرض بيرس من خلال هذا الكتاب :

" Description of a Notation for the logic of relatives "

يستعرض رمزية خاصة استعار بعضها من " بول " وبعضها من " دي مورغان "

---

1 – Peirce (C . S).Notation for the logic of relatives. Cambridge . 1870. P . 06

2 – Peirce (C.S). Ibid . P . P . 49 ; 50

لعرض عمله في موضوع القضايا وموضوع العلاقات ، توازي هذه الرمزية الرمزية المستخدمة في علم الجبر . حيث نجد رمز المساواة ، ورمز الجمع ، ورمز الضرب ورموز الجذور ورمز الأس ....الخ . واجتهد في أن يعرض هذه العلاقات في شكل حساب يوظف فيه قوانين جبر المنطق عند " بول " .ويطرح " بيرس " هذا الحساب كمقابل للجبر في الرياضيات وكمقابل لحساب الأعداد لأن هذا الحساب يتفق مع الحسابات المشار لها في بعض القوانين ، ويخرج عنها في بعضه الآخر . فإذا كان الضرب في الحساب أو في الجبر تبديلي فهو ليس كذلك في العلاقات الإنسانية مثلا . إذ هو يعطي معنا جديدا ، وتسمى عملية تبديل وضع الحدود بالعكس Conversion . ففي الحساب مثلا :

2×5 = 5×2 وفي الجبر مثلا : س×ص = ص×س . أما في العلاقات الإنسانية فلأمر غير ذلك مثلا : أخو أب جـ ≠ أبو أخ جـ . فالطرف الأول من اللامساواة يعني "عم جـ " أما الطرف الثاني فيعني " أب جـ "[1] . العلاقات قد تكون بين : (أفراد)، أو بين (أفراد وأصناف) أو بين (أصناف) أو بين (علاقات) ، وعلى هذا الترتيب سننظر في خواصها وما يمكن تسجيله حتى الآن أن المنطق المعاصر مع بحث الدوال وبحث العلاقات قد قفز قفزة نوعية لم يبق معها أي معنى تقريبا لمقارنته مع المنطق التقليدي لا من جهة المبادئ . فالقياس البرهاني حسب أرسطو هو يقوم على مقدمات يقينية ؟ بينما الاستدلال في المنطق المعاصر يقوم على (مسلمات يتواضع عليها) .ولا من جهة أساليب الاستنتاج (البرهنة بالاعتماد على قواعد معينة . الاستبدال ، فصل التالي ....) . ولا من جهة اللغة التي يستخدمها (الرموز والثوابت المنطقية) . العلاقة بين الأفراد قد تكون ثنائية أو ثلاثية أو رباعية ...الخ .

2- Lewis (C.I). OP.cit. P.P. 46….50

لكن يمكن إعادتها إلى علاقة أقل درجة أو علاقة ثنائية. " ا أخ ب أب ط " يمكن إعادتها إلى " ا عم ط " . فمن أمثلة العلاقة الثلاثية في الهندسة علاقة

(يوجد أو نقول يقع بين) ومنهم من يسميها " علاقة البينية Betweenness " وهي تتحقق بين ثلاث نقاط قطعة مستقيمة ويعبر عنها رمزيا /بالصيغة (ا / ب / جـ). التي تقرأ : النقطة (ب تقع بين النقطة (ا) والنقطة (جـ).

ويمكن أن يتعدى عدد حدود علاقة ما كما قلنا يتعدى إلى العدد (ن) . ومن أمثلة العلاقات الرباعية علاقة التناسب في

الجبر أو الحساب مثل : $\frac{ا}{د} = \frac{جـ}{ب}$ [1] .

للعلاقة الثنائية بين الأفراد خواص عديدة يمكن أن نصادفها في العديد من المجالات . يمكن استثمارها لتوسيع مجال البحث كالحال في الرياضيات مثلا .

فتأكيد وجود العلاقة " ع " مثلا يعبر عنه رمزيا (وباستخدام الرموز التي استخدمها راسل) بالشكل :∃ ع !والذي يعني يوجد على الأقل زوج (سـ ، صـ) يحقق سـ ع صـ . يلاحظ أن الرمز ∃ !يقرأ : يوجد [2]

نسمي الطرف الأول في العلاقة المتعلق به ونسمي الطرف الثاني المتعلق .

ومن خواص العلاقة الثنائية مثلا اللاتناظر : وهي الحالة التي لا يمكن فيها تغيير وضع طرفي العلاقة دون تغيير العلاقة ذاتها كعلاقة "أب" مثلا . فإذا كان

1– Tarski (A) .OP. cit .P . 98

2– Alfred (N. W) and. Russell (B). Pricipia Mathematica. v1 . Cambridge 1910. P . 30

(ا أب د)، فلا يمكن أن يكون (د أب ا). وكل العلاقات الفرعية لعلاقة

لا تناظرية هم علاقات لا تناظرية . وقد تكون العلاقة تناظرية :

بحيث يمكن تغيير وضع طرفي العلاقة مع بقائها صحيحة ودون تغيير العلاقة ذاتها كعلاقة " أخ " أو علاقة " يساوي " ، أو علاقة الهوية أو علاقة " التباين ".

فإذا كان (ا أخ ب) فإن (ب أخ ا)، وإذا كان (ا يساوي ب) فإن

(ب يساوي ا) و إذا كان (ا يباين (أو نقول يختلف عن)ب فإن (ب يختلف عن ا) . وقد يحدث في بعض العلاقات أن تغيير وضع طرفي العلاقة يبقيها صادقة ولكن ليس لزوما و واجبا . تسمى عندها العلاقة بأنها .

غير تناظرية : كعلاقة " يحب " مثلا ، فإذا كان (د يحب ب) فإن "ب" قد يحب وقد لا يحب "د" . وتكون العلاقة متعدية : إذا أمكن الانتقال بها من طرف أول لعلاقة إلى طرف ثاني من علاقة أخرى بواسطة طرف ثالث يكون هو " المتعلق " في العلاقة الأولى و" المتعلق به " في العلاقة الثانية .إذا كان

(د ⟨ ب و ب ⟨ ج) ⟵ د ⟨ ج) .

ولهذه العلاقة أهمية خاصة إذ تقوم عليها عملية الاستنتاج "الانتقال من المقدمات إلى النتائج " و علاقة اللزوم (⟵) لها خاصية التعدي[1] .

وتسمى العلاقة إذن انعكاسية : إذا كان المتعلق فيها هو نفسه المتعلق به س ع س. ومن أمثلتها ، يساوي ، مطابق ، أكبر أو يساوي ، ومن أمثلتها في العلاقات الإنسانية "يحترم" . وتكون العلاقة " لا انعكاسية " :

إذا كان يستحيل أن تتحقق بين الفرد ونفسه كعلاقة " أب " مثلا . فلا يمكن

---

1 – Dopp (J) . Lecons de logique formelle..Torisiéme partie .Louvain. P 162

أن يكون فرد ما أب لنفسه ونكتب بصيغة رمزية ع ← Δ .

صنف المتعلق به في العلاقة ، يسمى " ميدان العلاقة " وصنف المتعلق يسمى " ميدانها العكسي " .والعلاقة الغير انعكاسية : هي التي قد تتحقق بين الفرد ونفسه ولكن ليس ضرورة كعلاقة : قاتل لـ .... ، صوّة لـ .... Votes For... .ومجموع ميدان العلاقة وميدانها العكسي يسمى :حقل العلاقة.

في العلاقة سـ ع صـ يرمز لصنف المتعلق به بالرمز ع→ صـ ، ويرمز لصنف المتعلق بالرمزع← سـ أي ما تعلق بـ سـ .

سـ ∋ ع صـ ≡ سـ ع صـ ، صـ ∋ ع سـ ≡ سـ ع صـ [1]

ومن أشكال العلاقات بين الأفراد .

علاقة التقابل opposition : تكون بين العددين مثلا المتساويين في القيمة المطلقة و المختلفين بالإشارة ، ويرمز لها " الفرد تارسكي " بالرمز O [2] ،

بحيث يكون مجموعهما يساوي الصفر + 1 + (− 1) = 0 ،

1 O − 1 .يشار للعلاقة بأي حرف من الأحرف المنفصلة اصطلاحا ويشير " تارسكي " إلى نفي تلك العلاقة بوضع خط أفقي أعلى ذلك الحرف . ع ، ع̄ .ونحن نصطلح على رمز بيانو الذي صار اليوم الأكثر شيوعا وهو

the Tilde ~ مثلا علاقة (أخ) نفيها (ليس أخ) . و من نتائج النظر في العلاقات أن العلاقة يمكن أن يكون لها "عكس" فإذا رمزنا للعلاقة بـ ع

---

1 – Russell (B) . O.P.cit . P . P . 34 ; 35

2 – Tarski (Alfred) . O.P.cit . P . 83

فيمكن أن يرمز لعكسها بـ ع ‾ . والأمر لا يزيد على أن يكون مجرد

اصطلاح . فإذا كان لدينا سـ ع صـ فعكسها هو صـ ع سـ أو هو

سـ ع صـ ‾ . وإذا كانت العلاقة تناظرية يمكن أن يكون عكس سـ ع صـ هو صـ ع سـ مثل علاقة أخ فإذا كان محمد أخ علي فعلي سيكون أخ محمد

ومن السهل أن نجد في اللغة العامة ما يقابل هذا . فعكس كلمة أكثر هي كلمة أقل ، وعكس كلمة قبل هي كلمة بعد ، وعكس كلمة زوج هي كلمة زوجة

وعكس كلمة مربع كذا هي كلمة الجذر التربيعي لكذا .....الخ .

ويرمز " تارسكي " لعكس علاقة بخط منحني يوضع أعلى رمز تلك

العلاقة مثلا ع عكسها ع ‾ . وتتحقق بين سـ ، صـ

فقط إذا كانت ع محققة بينهما . فا سـ 〉 صـ إذا كان صـ 〈سـ [1].

وإذا كان من أجل أيّ عنصرين سـ ، صـ من صنف ما على الأقل

الصيغتين التاليتين :سـ ع صـ أو صـ ع سـ تكون محققة بينهما نقول أن ذلك الصنف يحتوي على علاقة : " ترابط " Connexity : [2]

في مجموعة الأعداد الطبيعية مثلا علاقة " أصغر تماما " هي علاقة " ترابط ".

بحيث من أجل أي عددين من صنف الأعداد الطبيعية سيكون أحدهما حتما

أصغر من الثاني .ومن أشكال العلاقة بين الأفراد علاقة الترتيب أو التسلسل ordre : عندما تتوفر في علاقة ما في مجال القول صفة اللا تناظر وصفة التعدي

1– Tarski (Alfred). OP.cit . P ; P . 85 ; 86

2– Tarski (Alfred) . OP.cit . P . 87

وصفة الترابط وصفة " غير الانعكاسية "، نقول عنها أنها علاقة " تسلسل " أو علاقة ترتيب . مثلا علاقة (أصغر تماما) في مجال الأعداد الطبيعية .

فهي لا تناظرية : إذا كان سـ ⟨ صـ ⟵ صـ ⟨ سـ |.

وهي متعدية : إذا كان سـ ⟨ صـ و صـ ⟨ جـ ⟵ سـ ⟨ جـ

وهي علاقة ترابط : بحيث من أجل أي عددين فلا بد أن أحدهما أصغر من الثاني . وهذه (أي علاقة أصغر تماما) غير انعكاسية :

لأن لا عدد أصغر من نفسه سـ ⟨سـ| .وكذلك الحال في علاقة أكبر تماما [1]

وما تجدر ملاحظته ونحن نقوم بدراسة مقارنة أن المنطق الأرسطي لم يكن يجهل عملية العكس كما هو معلوم للجميع لكنه كان فيه عيبا مزدوجا كما لاحظ " الفرد تارسكي " فهو لم يدرك عمومية هذه العلاقة من جهة .إذ هي لا تقوم فقط بين القضايا ، بل يمكن أن توجد مثلا بين الأفراد .(علي أخ محمد) أو بين الأشكال الهندسية (المستقيم ا يوازي المستقيم ب) عكسها (ب يوازي ا) أو بين الأعداد (4 أكبر من1) هذه الأخيرة مثلا عكسها (1 أصغر من4)..الخ

ومن جهة أخرى كان يمارسها على القضايا الحملية وبشكل غير موفق [2] مثلا:(الكلية الموجبة تعكس إلى جزئية موجبة) فهو ينتقل من فرض عام إلى تقرير قضية وجودية . وهذا أمر لم يعد جائز من وجهة نظر المنطق المعاصر ولا حاجة لإعادة بيان ذالك .وبحث العلاقات أغنى بشكل واسع مفهوم العكس ورفع ما يمكن أن يقع من لبس بين العكس و النفي.وعندما تتوفر في علاقة ما

1– Tarski (Alfred) . OP.cit . P . 90

2- Blanché (Robert) Introduction à la logique contemporaine. Armand Colin. P. 194

الخواص : (الانعكاس ، و التناظر ، و التعدي) مجتمعة نقول عن تلك العلاقة أنها علاقة تكافؤ : مثل . سـ = عـ أو سـ // عـ [1].

صنف " المتعلق به " في العلاقة — ع — مثلا ، يسمى ((ميدان العلاقة))

و صنف" المتعلق " يسمى ((ميدانها العكسي)) .

مثلا (علي زوج هند) يكون "علي" المتعلق به "وهند"المتعلق .

وإذا غيرنا الترتيب بحيث تصير "هند" المتعلق به و"علي" المتعلق

(هند زوجة علي) يتغير معنى العلاقة ، مما يعني أن للعلاقة اتجاه .

والفكرة أوضح في علاقة أب مثلا : فإذا كان (علي أب محمد) .

فمحمد لا يمكن أن يكون أب علي ،بل ستصير العلاقة إلى (محمد ابن على) .

ومن العلاقات بين الأفراد . علاقة الهوية : Relation of identity

وتكون بين الشيء ونفسه أو بين شيئين يملكان نفس الخصائص ، بحيث كل خاصية يملكها " أ " يملكها " ب " والعكسي صحيح .

وهذا التعريف يعود في أصله — لليبنتز — [2]. وهو يثير كثيرا من الجدل إذ من جهة نقول شيئين، ومن جهة ثانية نقول بينهما علاقة هوية ،أي الشيء نفسه ؟

أما علاقة المساواة : Relation of Equality

فتكون بين شيئين ، تكون في الكمية مثلا ، في المسافة ،في الوقت ،في الحجم في

1- CHauvineau (Jean) .La Logique Moderne . Que Sais - J P. U. F P. 63

2- Tarski (A).OP.cit . P. P. 50;56

القيمة المالية.....الخ.كأن نقول . مدة امتحان الرياضيات تساوي مدة امتحان التاريخ أو نقول عدد عمال الإدارة في مؤسسة ما يساوي عدد عمال الصيانة أو نقول الدولار يساوي الين ..... الخ . مثلا في الحساب : 5 = 4 + 1 . لكن لكل طرف من طرفي المساواة خصائص مباينة :فالخمسة مثلا هي عدد فردي أما الأربعة في الطرف المقابل فهي عدد زوجي .وهذه العلاقة المنطقية أي علاقة " الهوية " تبنى عليها علاقة المساواة . مثلا سـ = عـ .بحيث نستطيع استخدام أحدهما مكان الثاني في المعدلات مثلا لتسهيل عملية الحل . في الجبر مثلا إذا كان لدينا المعادلتين : المعادلة الأولى : س = ع^2 .

المعادلة الثانية : س^2 + ع^2 = 2س – 3ع + 18

نستطيع أن نضع في المعادلة الثانية ع^2 مكان س أو العكس وبالتصرف في الإشارة ، نستطيع حل المعادلتين : ونستطيع بالعودة إلى قانون ليبنتز تبرير هذا الإجراء .أي تعويض كمية بما يساويها . أما في الهندسة فمفهوم " المساواة " نجده يختلف عن مفهوم " الهوية " في بعض المواضيع ويتفق معه في مواضيع أخرى .فالقول مثلا أن " متعددي أضلاع " متساويين لا يعني أكثر من أننا إذا وضعناهما فوق بعضهما تطابقا ، لكنهما مختلفين تماما . على خلاف مثلا " الارتفاع " و" المتوسط " في المثلث المتساوي الساقين فهما شيء واحد أو نقول بينهما علاقة هوية، إذ لهما نفس الخصائص الهندسية فمفهوم الهوية إذن يختلف عن مفهوم المساواة . ولعلاقة الهوية رموز مختلفة نختار منها ما استخدمه الأستاذ أ . موساوي" || ".ومن أمثلة هذه العلاقة في ميدان الهندسة "الارتفاع والمتوسط في المثلث المتساوي الساقين" . يمكن التعبير عن علاقة الهوية بلغة الدوال كما أن ذلك ممكن مع كل العلاقات الأخرى مما يثبت أن هذين اللسانين قابلين للترجمة

إلى بعضهما البعض . فدالة القضية سـ مطابق لـ صـ Identic تكتب (سـ = صـ) = تا (سـ) = تا(صـ) .

وهذه المساواة تثبت أن القول بأن سـ و صـ متطابقان . إذا كانت كل دالة حملية يحققها سـ يحققها صـ [1] .ما يجب ملاحظته في هذا المقام أن برتراند راسل يعبر عن علاقة الهوية برمز المساواة . رغم أننا نعرف أن التقارب في المعنى بين علاقة الهوية التي هي علاقة منطقية وعلاقة المساواة التي هي علاقة رياضية ، رغم ذلك هما علاقتان مختلفتان فالأولى تتكلم عن تماثل الخواص بين شيئين أما الثانية فتؤكد على الكمية . رغم التبرير الذي يقدمه رسل لاستخدام رمز

المساواة للتعبير عن علاقة الهوية والذي يقول فيه أن العلاقتين تملكان نفس

الخواص . الانعكاس ، التناظر، التعدي . أما علاقة الهوية بين علاقتين : (لا بين شيئين) فلا مشكلة عندما يرمز لها راسل برمز المساواة . ع = ل مثلا . وهي علاقة مثلما يذكر هو ، هي انعكاسية ، تناظرية ، ومتعدية .

علاقة التباين : Relation of diversity

وتتحقق بين أي شيئين مختلفين يكونان من جنس واحد ويرمز لها اقتداء بالأستاذ "ا موساوي " وتوحيدا للرمزية بالرمز △ .لكن من الضروري التمييز بين علاقة الهوية بين فردين التي يرمز لها بالرمز (||) وبين علاقة المساواة التي يرمز لها بالرمز (=) ، والتي تستخدم في حساب العلاقات للإشارة إلى المساواة بين علاقتين.ويجب التمييز بين رمز التباين بين فردين الذي يرمز له بالرمز (Δ) ورمز اللا مساواة الذي يرمز له بالرمز (≠) الذي يستخدم للإشارة إلى

1- Russell (B).Principia Mathimatica .V1.Op .Cit .P.176

عدم المساواة بين علاقتين [1]. في علاقة الهوية كما في علاقة التباين أي عنصر من طرفي العلاقة يصلح أن يكون متعلق أو متعلق به . وفي مستوى آخر للعلاقة نجد العلاقة التي تربط فرد بصنف وتسمى بعلاقة الانتماء Relation of belonging

عندما يكون ذلك الفرد عضو في ذلك الصنف ويرمز لها بالرمز ∈ [2] . مثلا 2 ∈ ط . وعندما لا يكون فرد ما عضو في ذلك الصنف فهو إذا لا ينتمي إليه ونرمز لذلك بالرمز ∈ مثلا ⫞ – 3 ∈ ط

وعلى مستوى الأصناف نجد فيما نجد من علاقات .

علاقة الاحتواء Relation of inclusion :

فعندما يحتوي الصنف " **ل** " مثلا كل أفراد الصنف " **ج** " و أفراد غيرهم قلنا

أن الصنف " **ج** " محتوى في الصنف " **ل** " ويرمز لذلك اصطلاحا بالرمز ⊂ .

ج ⊂ **ل** [3] .وإذا كان الصنف " **ل** " يحتوي أفراد الصنف " **ج** " دون غيرهم قلنا أن بين الصنفين احتواء متبادل أو أن الصنفين متطابقين.ونكتب **ق** = **ل**

reciproc Inclusion وهذه الحالة في الحقيقة لا تمنع التسمية لكنها تشير إلى وضع جديد وهذا لا يذكره ألفرد تارسكي، علاقة الاحتواء المتبادل بين الأصناف هي علاقة انعكاسية،تناظرية ،ومتعدية.فهي إذن علاقة تكافؤ . ونفيها يكتب **ق** ≠ **ل**.أو يكتب **ق** ⊄ **ل**.ويلاحظ أن علاقة الانتماء تتآلف مع علاقة الاحتواء بين الأصناف التي أتينا على ذكرها بحيث يمكننا أن نجد علاقات اللزوم التالية:

1- Tarski (A) . Introduction a la logique . OP.cit .P.98

2– Whithead (A.N) ; And . Russell (B) . Principia Mathematica Cambridge . Tome 2. P. 414

3– Tarski (A) . OP.cit. P. 68

(∀ سـ) ،(∀صـ) {[(سـ ، صـ) ∋ ل . و . ل ⊃ ق] ←

(سـ ، صـ) ∋ ق }.

(∀سـ)،(∀صـ) {[(سـ ، صـ) ∋ ل] و (ل = ق)} ←

[(سـ ، صـ) ∋ ق].

(∀سـ) ، (∀صـ) {[(سـ ، صـ) ∋ل] و (ل∩ق) = 0 }←

(سـ ، صـ) ∋ق } .

ومن خواص علاقة الاحتواء المتبادل بين الأصناف أنه إذا كان

(ق=ل) ↔ [(ق ⊃ ل) و (ل ⊃ ق) [1]. و يرمز لعدم الاحتواء بالرمز ⊅ وذلك في حالة ما لم يوجد أي فرد من أفراد الصنف " ج " ضمن أفراد الصنف " ل".ويمكن في حالة أخرى أن يتقاطع الصنفان ونقول في هذه الحلة أن بين الصنفين علاقة تقاطع Intersection:

ويكونان متقاطعين عندما يوجد بينهما على الأقل عنصرا واحدا مشتركا ، مع وجود عناصر مستقلة لكل منهما .وبالنظر إلى طرفي العلاقة يمكن أن نجد أوضاعا مختلفة يشار لها بكلمة أنماط العلاقات Types of relations :

إذا كان أي عنصر ما من الميدان العكسي لعلاقة وبحيث لم يكن له إلا عنصرا واحدا وواحدا فقط من ميدان العلاقة يرتبط به بتلك العلاقة سميت العلاقة " علاقة واحد بكثير" .One many :مثلا علاقة الأب بابنه لأن أي ابن له أب

1- Chauvineau (Jean) . La Logique moderne . P . U . F. Saint Germain .Paris , 1957 . P.108

واحد وواحد فقط من الناحية البيولوجية ، أو علاقة الزوج بزوجته في نظام الزواج الأحادي .أو نظام تعدد الزوجات للزوج الواحد ، فلكل زوجة زوج واحد وواحد فقط . أو علاقة " س^2 بـ س "في الجبر ، فمربع العدد هو دائما عددا موجبا[2] . وفي الحالة المخالفة للحالة السابقة أي إذا كان لكثير من العناصر من الميدان العكسي للعلاقة ارتباط بعنصر واحد وواحد فقط من ميدان العلاقة تسمى العلاقة عندها بعلاقة .كثير بواحد Many one:

فإذا كان سـ أي عنصر من ميدان علاقة ولم يوجد إلا عنصرا وعنصرا واحدا فقط صـ من ميدان العلاقة العكسي بحيث يرتبط به سـ بتلك العلاقة [1] . فعلاقة كثير بواحد هي عكس علاقة واحد بكثير . ومثال العلاقة الأخيرة علاقة الجذر بمربعه " س " بمربعه " س^2 " . س قد يأخذ قيمة سالبة أو موجبة . وتسمى العلاقة "علاقة واحد بواحد "One one :

عندما تجمع العلاقة النمطين السابقين معا . أي عندما تكون هي في آن واحد علاقة واحد بكثير وعلاقة كثير بواحد . أو بتعبير آخر (وهو بنفس المعنى السابق) عندما تكون العلاقة وعكسها علاقة واحد بكثير [2]. كعلاقة أحد الزوجين بالثاني في نظام الزواج الأحادي ،أو علاقة العدد بمضاعفه.ومن نماذج هذه العلاقة أيضا في الحساب في مجموعة الأعداد الطبيعية ." علاقة سابق " و " علاقة لاحق " فلعدد ما سابق واحد فقط الذي يكون هو لاحق وحيد له . علاقة ((مربع)) Square في مجال الأعداد الطبيعية هي أيضا نموذج لعلاقة واحد بكثير و كثير بواحد . وبالنتيجة نموذج لعلاقة واحد بواحد على خلاف حال هذه العلاقة في مجموعة الأعداد الصحيحة .وإذا كان لعديد من عناصر ميدان علاقة ما علاقة بعديد من عناصر الميدان العكسي لذات العلاقة

1.2 – Whitehead (A.N) and Russell (B) .OP.cit . P . 438

سميت العلاقة بعلاقة .كثير بكثير Many many :

كنظام " الزواج الجماعي " إذا جاز أن يسمى زواجا أو ما يسميه بعضهم

بالمباضعة . (عديد من الرجال لعديد من النساء) . علاقة واحد بكثير هي التي نعرّف بها الدالة الوصفية Discriptive function[1] . لأن هذه الأخيرة قد تعطي أوصاف متعددة لكن لشيء واحد.مثلما نقول"لوغاريتم 10"(نقصد اللوغاريتم العشري لا اللوغريتم النبيري) أو نقول نصف 2 ، أو نقول مربع 1 فهي كلها أوصافا لنفس العدد 1وفي مثال آخر نقول" أبو علي"وبشكل عام أب سـ فأب سـ لا يكون إلا واحدا والأبناء قد يكونون كثيرون.كذالك علاقة(عكس) هي دالة وصفية لأن ليس لعلاقة ما (ع) إلا عكس واحد . فعكس " ا أب د " هو " د ابن ا " . وعكس " ا زوج ب " هو " ب زوجة ا " . ومن أشكال العلاقات العلاقة التي لا تتحقق بين أي حد ونفسه .ويسميها "راسل" بعلاقة .

لزوم التباين Imply diversity أو Aliorelative : كعلاقة أكبر أو علاقة "يختلف" Diverge في المساحة مثلا أو علاقة " أخ " مثلا ، بخلاف علاقة يساوي (بين الأشياء التي تقبل القياس) أو علاقة يحترم[2]. فلا شيء يمكنه أن يكون أكبر من نفسه أو أخا لنفسه .و من أشكال العلاقات

علاقة تبادل الموضع Permutations : وتكون بين عناصر صنفين يملك هذين الصنفين " نفس العناصر " حيث يمثل صنفا منهما ميدان العلاقة ويمثل الصنف الثاني ميدانها العكسي ولنأخذ كمثال الستة طرق الممكنة لترتيب ثلاثة أحرف بالشكل التالي :

1– Russell (B) . Introduction to Mathematical philosophy, Dover Publications , Inc. New. York .P. 45

2 – Russell (B) , Ibid .P.32

ا ، ب ، ج

ا ، ج ، ب

ب ، ج ،ا

ب ، ا ، ج

ج ، ا ، ب

ج ، ب ، ا

فكل وضع من الأوضاع السابقة يمكن الحصول عليه من أي وضع من الأوضاع المقابلة بطريقة تبادل المواضع فالوضع الأول (ا، ب ، ج) و الوضع الأخير (ج ، ب ، ا) هنا يتوافق (ا مع ج) و يتوافق (ب مع نفسه) و يتوافق (ج مع ا) ، [1] والوضع الثالث والوضع الرابع تتوافق الحروف المتناظرة والوضع الثاني والوضع ما قبل الأخير تتوافق فيه كذلك الحروف المتناظرة ,

بعض العمليات على العلاقات :

الجداء النسبي لعلاقتين : تتحقق هذه العلاقة الناتجة عن ضرب علاقتين .

" ع ، ل " ولنسمي هذه العلاقة الناتجة " ك "، تتحقق بين سـ ، صـ إذا وفقط إذا وجد طرف ثالث ولنسيه ط . له العلاقة " ع " مع الطرف سـ وله العلاقة " ل " مع الطرف صـ بحيث :

1– Russell (B). Ibid . P.P . 50 . 51

{ (سـ ع ط)|(ط ل صـ) = (سـ ك صـ)} [1] .الرمز (|) هو رمز الجداء بين العلاقات لا بين الحدود ، ومن أمثلة جداء علاقتين في العلاقات الإنسانية . علاقة "عم" فضرب العلاقة (علي ابن محمد) في العلاقة (محمد أخ زيد) تعطي علاقة جديدة هي (زيد عم علي) . أو في الحساب مثلا

(12 أكبر من نصف 20) ، فهي جداء علاقتين هما .العلاقة الأولى (12 أكبر من 10) والثانية (10 نصف 20) .جداء العلاقة قي نفسها يشار له بتربيع تلك العلاقة (ع | ع) = ع^{2} . ويشير "كارناب " بالرمز" ع^{0} " لعلاقة الهوية ويشير بالرمز " ع$^{-1}$ " لعكس علاقة . ومن نماذج علاقة التربيع في العلاقات الإنسانية علاقة الحفيد بجده ، فالجد هو أب الأب بالنسبة للحفيد . ويمكن أن تأخذ عملية الضرب بين العلاقات صور أكثر تركيب (جداء ثلاثة أو أربعة علاقات أو أكثر) . ويمكن إعادتها إلى صورة بسيطة هي جداء علاقتين . ومن نماذج جداء ثلاثة علاقات علاقة أبناء الأعمام[2] . فهي تنحل إلى العلاقة الأولى " أ ابن د " ، والعلاقة الثانية " د أخ ب "والعلاقة الثالثة " ب أب ل " لينتج في الأخير أن (ا ابن د ، د الذي هو أخ ب ،ب الذي هو أب ل)،وبعبارة مختصرة " ا ابن عم ل ".فهي جداء ثلاثة علاقات :" ابن | أخ|أب ". ويمكن إعادتها إلى علاقتين بالشكل : (ابن أخ) | أب . مثلما أن جداء علاقتين يعطي علاقة جديدة فكذلك مجموع علاقتين يعطي علاقة جديدة

((فإذا كانت العلاقة " ع" قائمة بين "س" و"ص" كحدين أو كعنصرين والعلاقة "ر" قائمة بين "ط" و"ل" كحدين أو كعنصرين فالجمع بين العلاقتين أو اتحادهما

1– Carnap (R) . La Construction Logique du monde , Trad De . Thierry Rivain . Librairie, J. Vrin .P , 114

2– أحمد موساوي مدخل جديد إلى المنطق المعاصر ج2 معهد المناهج ص 96

يكتب كما يلي : " ع ∪ ر" = (س ، ص ، ط ، ل) " وهذا بلغة حساب المحمولات وأما بلغة حساب العلاقات فنقول بما أن حاصل جمع العلاقتين

" ع ∪ ر" يتحقق بين أي موضوعين أو حدين أو عنصرين إذا وفقط إذا كانت إحدى العلاقتين على الأقل "ع" و " ر " تتحقق فيما بينهما أو بعبارة أخرى إذا كانت الصيغة التالية :" س (ع ∪ ر) ص " مكافئة للشرط التالي :

" س ع ص" أو " س ر ص " فإذا كانت "ع "هي علاقة الأبوة مثلا ، فهي تتحقق بين أي فردين "س" ، "ص" وفقا للشرط الضروري والكافي التالي : إذا وفقط إذا كان "س" والد "ص" وكانت العلاقة "ر" هي علاقة الأمومة مثلا فستكون "ع ∪ ر" هي علاقة " الوالدية " أي "س والد ص" أو "س أم ص" ولا يمكن أن يكون "س" والد وأم "ص" في آن واحد)) [1]

فمجموع علاقة " أب " وعلاقة " أم " يعطي علاقة "الوالدية "Parenthood.

الجداء النسبي لعلاقتين ليس تبديلي ولكنه تجميعي .

(ع | ل) | ج = ع | (ل | ج) . وهو توزيعي على الجمع

ع | (ل ∪ ج) = (ع | ل) ∪ (ع | ج) .

في التحليل و المقارنة ، عندما نقول "كل إنسان فان " فهذه القضية يمكن قراءتها على أنها (دالة) لأن " إنسان " حد كلي ، لذلك يمكن إعادة صياغتها بصورة أوضح فنقول " س فان " وبصورة أوضح وأكثر عمومية

" مهما يكن س إذا كان س إنسان فإن س فان ".

1- أحمد موساوي : المعجم المنطقي الموسوعي ، الجزء الثالث .ص 67 دار هومه . بوزريعة الجزائر 2019

كما يمكن قراءتها على أنها تمثل علاقة احتواء بين صنفين ، صنف الإنسان وصنف الفانون. فالحمل ، والدالة ، والعلاقة . هي كلها قراءات قابلة للتطبيق على قضايا المنطق التقليدي ، بل القراءة الدالية و " العلاقية" تحتوي وتفيض على القراءة الحملية التي تختزل الفكر وتحدده إلى حد بعيد،ناهيك عن الانحرافات الموجودة في الاستدلال في المنطق التقليدي . فكيف يكون إذن المنطق التقليدي أداة الفلسفة وخصوصا وأن الفلسفة تتميز بالعموم . فلعل المنطق المعاصر بتنوع صور الاستدلال فيه وتعدد أشكال العلاقات التي ضبط خواصها يكون هو الأداة الأمثل للبحث الفلسفي . فكما أن الدالة مثلا تا (سـ ، صـ) هي تحدد علاقة بين (سـ ، صـ)[1] .فإن العلاقة في شكلها العام (سـ ع صـ) . هي دالة بحدين تتحدد قيمتها من جهة الصدق أو الكذب عندما يتعين نوع العلاقة ، وعندما يتعين الحدين (علي أبو محمد) مثلا أو (2 تسبق 3) .....الخ . ثم أن القضية الحملية التي تعامل معها أرسطو لا تقبل إلا محمولا واحدا بينما في القراءة الدالية الأمر يختلف . لنأخذ العبارة " الإنسان فان ومتهور وخجول " ففي منطق أرسطو لا تصنيف منطقي لهذه العبارة ، بينما بلغة الدوال تكتب العبارة السابقة بالشكل . سَ (ك ، ل ، ص) .

فبالخروج من القراءة المحمولية الضيقة إلى الدالة أو العلاقة تتداعى خواص وأساليب تقنية لا نهاية لها في التعامل مع مواضيع الفكر في أي مجال ومن أي مستوى . و بالنظر في " العلاقة " نجد من صور العلاقة بين الأصناف ما لا يمكن لنا أن نجد له مكان في منظومة أرسطو .مثلا علاقة التظايف " Correlation " :

وتكون بين صنفين متماثلين " Similars " أي لهما نفس عدد العناصر

(أي نفس العدد الأصلي) وقد تكون هذه العلاقة متجانسة أو غير متجانسة

1- Whitehead (A.N) and Russell (B) .OP .cit . P 27

أي " أن أفراد الصنفين من نفس النمط أو ليسوا من نفس النمط "، وهي علاقة انعكاسية ،وهي تناظرية . وعندما توجد علاقة توافق أو تظايف بين الصنف صـ1 ، والصنف صـ2 مثلا . وتوجد علاقة توافق بين صـ2 ، صـ3 . ينتج عن ذلك علاقة توافق بين الجداء (صـ1 | صـ2) و صـ3 .

فعلاقة التوافق هي علاقة متعدية بهذه الصفة [1]. ويمكن في هذه العلاقة إقامة علاقة واحد بواحد بين عناصر الصنف الأول من جهة وعناصر الصنف الثاني

من جهة أخرى ، بحيث لا يرتبط عنصر من عناصر الصنف الأول إلا بعنصر واحد و واحد فقط من عناصر الصنف الثاني والعكس صحيح .كمجموعة الأعداد الطبيعية ومضاعفاتها مثلا ، أو مجموعة بطاقات التعريف المرقمة من جهة وأصحابها من جهة أخرى ، أو مجموعة البطاقات الرمادية المرقمة من جهة

والسيارات التي تحمل أرقام تلك البطاقات من جهة أخرى . بحيث يمثل أحد الصنفين ميدان العلاقة ويمثل الصنف الثاني ميدانها العكسي . والأمر ذاته يمكن أن نجده بين مجموعتين ونقول نتيجة لذلك أن لهما (نفس القوة) أو نقول

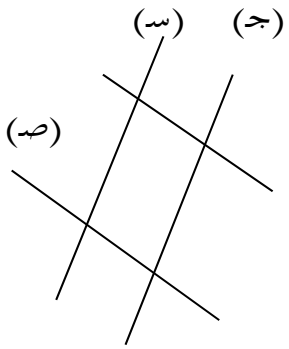
(متساويتين عددين) . ومن السهل إدراك أن هذه العلاقة محققة بين الصنفين الفارغين إذ لهما نفس العدد الأصلي وهو (الصفر) [2].في مجموعة من الأزواج

(Married Couples) في نظام الزواج " الأحادي " . صنف الرجال المقابل لصنف النساء بصفة واحد بواحد يشكلان نموذج لمجموعتين ترتبطان بهذه العلاقة : علاقة التكافؤ في العدد Equinumurous أو تسمى أيضا في بعض

1-Carnap (R) .OP.cit. P.138

2 – Dopp (J) . OP. cit . P. 180

الأعمال بعلاقة تساوي التشاكل Isomorphism [1]. ومن أشكال العلاقات بين الأفراد (وهو ما لا تسعه منظومة أرسطو دائم).علاقة التماثل Analogy : تسمى العلاقة ع (سـ ، صـ) بعلاقة تماثل عندما تكون هذه العلاقة : انعكاسية ، تناظرية ، وغير متعدية . مثلا في الهندسة العلاقة التي نصها : (للمستقيم سـ على الأقل نقطة مشتركة مع المستقيم صـ ، المرسومين في نفس المستوي ذي البعدين) .فكل مستقيم له نقطة مشتركة مع نفسه لأن كل مستقيم مطابق لنفسه ،فهذه العلاقة إذن انعكاسية .وهي تناظرية لأنه إذا كان للمستقيم سـ نقطة مشتركة مع المستقيم صـ فللمستقيم صـ أيضا وبالنتيجة نقطة مشتركة مع المستقيم سـ ، وهي ذات النقطة على الأقل . لكن هذه العلاقة أي علاقة التماثل بين الأفراد ، هي علاقة غير متعدية لأنه في مثالنا قد لا يكون للمستقيم صـ أي نقطة مشتركة مع مستقيم آخر غير المستقيم سـ ، وقد يكون له نقطة مشتركة مع مستقيم آخر جـ قد لا يتقاطع معه المستقيم سـ . كأن يوازيه كما هو ممثل بالرسم التالي :



1- Carnap (R) . Ibid . P . 77

وفي مجموعة الأعداد الحقيقة العلاقة المعرفة بالشكل | س – ع | < 1 هي علاقة تماثل[1].لأنها انعكاسية أولا : إذ | س – س | = | 0 | = 0 .و0 < 1.

وهي تناظرية ثانيا : لأن | س – ع | = | ع – س | .

لأن |س| = س لما س >0

و |س| = – (– س) = س لما س < 0 .

وهي غير متعدية إذ :| س – ع | < 1

| ع – ص | < 1

وبجمع المتراجحتين طرفا لطرف وباستخدام متباينة المثلث :

|س+ع| < |س| + |ع|

ينتج : |س–ع| + |ع– ص | < 1+1 إذن

| س–ع+ع–ص| = | س– ص| < 2.

فهنا حالتين ، إما أن |س– ص| < 1 وهذا أمر ممكن لأن أية قيمة أصغر من 1 فهي أصغر من 2 .

أو أن : 1 < | س – ص | < 2 . فوجود هاتين الإمكانيتين يعني أن العلاقة غير متعدية . وعلى شاكلة التظايف بين الأصناف يمكن أن نجد :

علاقة التماثل "Likeness" أو التشابه " Similarity " بين العلاقات :

فهي علاقة من الدرجة الثانية وتتحقق هذه العلاقة عندما يتوافق ميدان العلاقة

1-Chauvineau .(Jean) , Op . Cit . P . 60

الأولى مع ميدان العلاقة الثانية ، ويتوافق الميدان العكسي للعلاقة الأولى مع الميدان العكسي للعلاقة الثانية،بحيث تنشأ العلاقة التي نصها التالي."كلما نشأت العلاقة الأولى بين عنصرين نشأت العلاقة الثانية بين العنصرين اللذين يتوافقان مع عنصري العلاقة الأولى".وهذه العلاقة هي نموذج لعلاقة واحد بواحد وأبسط مثال على هذا النوع من"العلاقة بين العلاقات"هو نقاط الخريطة الجغرافية ونقاط المكان الذي تمثله . بحيث إذا كان مكان ما شمال مكان آخر على الأرض يكون موقعه على الخريطة على يمين موقع ذلك المكان على الخريطة.وإذا كان مكان ما على الأرض شرق مكان آخر على الأرض يكون موقعه على يسار موقع ذلك المكان على الخريطة . وهكذا حال كل الأماكن على الأرض ومواقعها على الخريطة. فبينة الخريطة "Structure"تتوافق مع المنطقة التي تمثلها .كما أن علاقة المسافات بين الأماكن على الأرض تتوافق مع علاقة المسافات التي تقابلها على خريطتها [1] .ويمكن الاسترسال في عرض بعض مواضيع هذا المبحث لنرى كيف أنه يطرح أساليب وآليات للتحليل بشكل فني يوسع وينوع من مجال المناورة للفكر تتفوق عن الرتابة التي وسم بها المنطق التقليدي . وقد كانت الفلسفة المدرسية والتي جعلت من منطق أرسطو نموذجا للتفكير عقيمة وانعكس أثرها على كل مناحي الثقافة الوسيطية في أوربا،على خلاف حال المنطق

المعاصر الذي صارت كل العلوم اليوم تستلهم قواعده وأساليبه.

من خواص العلاقات : لكل علاقة علاقة عكسية واحدة وواحدة فقط ، وتكون علاقتان متطابقتين عندما وفقط عندما تكون علاقتاهما العكسيتان متطابقتان[2].

---

1 – Russell (Bertrand) .Introductin to mathematical philosophy, Dover publications.inc. New york .P.P.52 ; 53

2 – Whitehead (A.N) and Russell (B).OP.cit. v1. P . 251

وتكتب العلاقتان المتعاكستان سـ ع صـ ≡ صـ ع سـ .

إذا كانت العلاقة "ل"عكس العلاقة "ج". نكتب سـ ج صـ ≡ صـ ل سـ

إذا كانت العلاقة " ج " عكس العلاقة " ر" ، وكانت العلاقة " ل " عكس العلاقة " ر " فهذا يعني أن " ج = ل " .

$\breve{\Lambda} = \Lambda$ ، $\breve{V} = V$ ، إذا $\breve{ل} = V$ ≡ ل = V

إذا $\breve{ل} = \Lambda$ ≡ ل = Λ ، إذا ل = ج ≡ $\breve{ل} = \breve{ج}$

$\exists !$ل ≡ $\exists !\breve{ل}$ [1] .

$\Lambda = \sim V$. $\Lambda \# V$. فالعلاقة الفارغة لا تساوي العلاقة الكلية .

لا شيء ، ليس هو كل شيء No thing is not every thing [2].

في بعض العلاقات يكون للعلاقة وعكسها معنا واحدا كعلاقة أخ أو علاقة يساوي . وفي بعضها الآخر يكون للعلاقة وعكسها معنا ومعنا مقابل كعلاقة أب مثلا فإذا كان (ب أب ا) فإن (ا ابن ب) أو علاقة ضعف في الأعداد فإذا كان 8 ضعف 4 فإن 4 نصف 8 .

ميدان علاقة هو الميدان العكسي لعكس تلك العلاقة ، والميدان العكسي لعلاقة هو ميدان عكس تلك العلاقة. عكس (ع | ل)=(ل | ع)، وحقل علاقة هو حقل عكس تلك العلاقة [3] .

1– Whitehead(A.N)and Russell (B).OP.cit.v1.P.P 253,254

2 - Whitehead (A.N) and Russell(B).OP.cit . V1 P . 22

3– Whitehead (A.N) and Russell(B).OP.cit . v1 . P . 262

ع | (ع U ر) = (ع | ل) U (ع | ر) : الجداء النسبي لعلاقتين توزيعي .

إذا كانت {(ع ⊃ ل) و (ر ⊃ ح) } ← { (ع | ر) ⊃ (ل | ح) } .

إذا (ل = Λ ، أو ع = Λ) ← ((ل | ع) = Λ) .

علاقة الهوية :

(II = (∀ سـ ، ∀ صـ)) فإن (سـ = صـ) .

$\overline{II} = II$ عكس علاقة الهوية هو علاقة الهوية نفسها .

وعلاقة الهوية هي انعكاسية تناظرية ومتعدية .

ونفي علاقة الهوية يعطي علاقة التباين $\sim II = \Delta$.

سـ II صـ ≡ سـ = صـ ≡ صـ = سـ ≡ صـ II سـ ≡ سـ II صـ

إذا (سـ Δ صـ) ≡ (سـ # صـ)

تعريف علاقة التباين :

(Δ = ∀ سـ ، ∀ صـ) فإن (سـ # صـ) .

$\Delta = \Delta$.

∀ سـ فإن سـ II سـ .

ميدان II = V ، والميدان العكسي لعلاقة الهوية II = V

وحقل II = V .

إذا كان ∃ Δ ← ميدان Δ = V ، والميدان العكسي Δ = V .

وحقل Δ = V [1] . علاقة اللاتناظر بين شيئين تستلزم علاقة التباين والعكس

غير صحيح فإذا: ا > ب ← ا Δ ب . لكن إذا كان ا ≠ ب ← ا Δ ب

لكن إذا كان ا ≠ ب ← ب ≠ ا . فهي تناظرية [2] .

العلاقات الجزئية أو الفرعية لعلاقة ما " Sub.Relations ": العلاقات الفرعية لعلاقة ما هم كل العلاقات المحتواة في العلاقة المعطاة . بتعبير آخر هم كل العلاقات التي تستلزم تلك العلاقة المعطاة من أجل أي الحدود . (متعلق ، ومتعلق به) الممكنة . إذا كانت "ل" هي العلاقة المعطاة وكانت "ع" علاقة جزئية من "ل" ، فإننا نكتب : (Vع ، ع ⊃ ل) [3].

علاقة واحد بكثير : هي العلاقة " ع " بحيث إذا كان " صـ " هو أي عنصر من ميدانها العكسي يكون هناك عنصرا وعنصرا واحدا فقط له العلاقة "ع" مع " صـ " Ryə1 ع صـ ə 1 . فهي علاقة يكون " المتعلق به " فيها حدا واحدا وواحدا فقط ، بصرف النظر عن عدد الحدود التي هي متعلقات في هذه العلاقة[4] . كعلاقة " أب " مثلا .

وتسمى العلاقة " علاقة كثير بواحد " : إذا كان " سـ " هو أي عنصر من ميدان العلاقة يكون هناك حدا واحدا وواحدا فقط " صـ " بحيث تكون لـ سـ العلاقة معه . Rx ə 1 ، ع سـ ə1 [5]

1– Whitehead(A.N) and Russell(B),OP.cit . V.2.P.P.350 ; 351

2-Russell(B) . Introduction To Mathematical Philosophy.OP.Cit .P.44

3 – Whitehead (A.N) and Russell(B).OP.cit . V2. P . 404

4 – Whitehead (A.N) and Russell(B).OP.cit. V2.P.437.

5 – Whitehead (A.N) and Russell(B).OP.cit. V2 . P . 438

ومن خواص العلاقات :

∀ سـ ، ∀ صـ . (سـ ، صـ) Vɘ .

أي أن أي ثنائي من علاقة ما هو عضو في العلاقة الشاملة أو الكلية .

∀ سـ ، ∀ صـ . (سـ ، صـ) ɘ Λ . |

أي أن أي ثنائي من علاقة ما هو ليس عضو في العلاقة الفارغة .

كل علاقة تستلزمها العلاقة الفارغة ، وهي تستلزم العلاقة الكلية .

ع ⊃ ل = ~ل ⊃ ~ع [1].

(سـ Λ صـ) = (صـ Λ سـ) .العلاقة الفارغة هي علاقة تناظرية .

(سـ V صـ) = (صـ V سـ) . العلاقة الكلية هي علاقة تناظرية .

ع ⊃ ل ≡ $\overline{ل}$ ⊂ $\overline{ع}$. علاقة أب محتواة في علاقة جد ، وهذا مكافئ لعلاقة حفيد محتواة في علاقة ابن $ع^{ن}$ ⊂ ع . لأن جد جد جد .....جد علي هو جد علي .وفي مجموعة الأعداد الطبيعية : السابق للسابق ..... للسابق لـ س هو سابق لـ س [2]. جداء علاقتين ليس تبديلي : ل|ع غير ع|ل .

" ا " صديق أستاذ " ب " ، غير " ا " أستاذ صديق " ب "[3] . ومن المهم في موضوع العلاقات التمييز بين الجداء النسبي والجداء غير النسبي وبين الجمع النسبي والجمع غير النسبي إذ خواصهم ونتائجهم تختلف عن بعضها البعض .

---

1 – Lewis (C.I).OP.cit . P . 272

2 – Lewis (C.I).OP.cit . P .P . 274 , 275 , 276 , 277

3- Lewis (C . I) .OP.cit . P . 276

فالجمع غير النسبي يرمز له "بيرس" بإشارة الجمع في الحساب (+) .

و الجداء غير النسبي يرمز له " بيرس " بإشارة الضرب في الحساب (×) .

ويمكن تبني وجهة النظر هذه لأن الأمر مجرد اصطلاح .والعلامة (×) التي قد تخلط بين المفهوم الرياضي والمفهوم المنطقي للضرب قد تستبدل في المنطق بالرمز (∪) المألوف في حساب الأصناف أو فقط بالنقطة (.) المألوفة في حساب القضايا .ونكتب رمزيا:(سـ ع صـ) × (سـ ل صـ) = سـ (ع ل) صـ وهذه المساواة تبين أن العلاقتين محققتين بين العاملين (سـ ، صـ) بشكل متزامن.فالجداء غير النسبي لعلاقتي (صديق لـ ...)و(زميل لـ ...) يعطي :

(صديق وزميل لـ ....) . فإذا كان مثلا :

صـ صديق جـ (العلاقة الأولى) وكان صـ زميل جـ (العلاقة الثانية)

فضرب هاتين العلاقتين ببعضهما البعض يعطي (صـ صديق وزميل جـ) .

بينما الجداء النسبي للعلاقتين السابقتين (صديق لـ ....) و (زميل لـ....) يعطي : (صديق زميل ....) .فإذا كان مثلا : كـ صديق ط (العلاقة الأولى) ، وكان كـ زميل شـ (العلاقة الثانية) فضرب هاتين العلاقتين ببعضهما البعض يعطي : (كـ صديق ط زميل شـ) .

ونكتب رمزيا : (سـ ع صـ) | (صـ ل قـ)= (سـ م قـ)

ويرمز للجداء النسبي بالرمز (|) الذي سبق وأن أشير له في هذا البحث .

أما الجمع غير النسبي للعلاقتين السابقتين : العلاقة الأولى (صديق لـ ....) .

والعلاقة الثانية (زميل لـ....) . فلجمع غير النسبي لهما هو :

(إما صديق لـ ... أو زميل لـ ...) .

بينما الجمع النسبي للعلاقتين السابقتين :(صديق لـ... و(زميل لـ ....) فهو (صديق لكل من هو ليس زميلا لـ ...).ويشار للجمع النسبي بالإشارة (∪)

والصيغة (ع ∪ ل) . هي علاقة سـ بـ صـ ، عندما من أجل أي ط

إما سـ له العلاقة (ع) مع ط أو ط له العلاقة (ل) مع صـ .

الجداء و الجمع النسبيان ليسا تبديليين لكنهما تجميعيان .

ق | (ل | ص) = (ق | ل) | ص .

صديق (زميل جار) = (صديق زميل) جار .

وبنفس الشكل : ق ∪ (ل ∪ ص) = (ق ∪ ل) ∪ ص .

{ صديق لكل (من ليس زميلا لكل من ليس جارا لـ ....) =

(صديق لكل من ليس زميلا) لكل من ليس جارا لـ... } .

وقانونا دي مورغان ينطبقان على نفي الجمع و الجداء النسبيان .

~ (ع | ل) = (~ ع ∪ ~ ل) .

مثلا : أحمد صديق زميل علي . نفيها : (أحمد ليس صديق كل من هو ليس ليس زميل علي) . أي أحمد ليس صديق كل من هو زميل علي .

~ (ع ∪ل) = (~ ع | ~ ل) .

فنفي (أحمد صديق كل من ليس زميل علي) . نفيها : (أحمد ليس صديق من ليس زميل علي) .

وعكس الجداء النسبي : (ع | ل) = (ل | ع) .

إذا كان (سـ هو مُستخدم المحسن لـ صـ) فإن علاقة صـ بـ سـ هي :

(صـ هو المحسَن له من طرف المستخدَم من طرف سـ) .

وعكس الجمع النسبي (ع ∪ ل) = (ل ∪ ع) .

إذا كان سـ يبغض كل من لا يساعد صـ . فعلاقة صـ بـ سـ تكون

(صـ مساعَد من طرف كل من ليس مبغوض من طرف سـ) .

الجداء النسبي هو توزيعي على الجمع غير النسبي :

ع | (ل + م) = (ع | ل) + (ع | م) .

(ع + ل) | م = (ع | م) + (ل | م) .

(أحمد إما صديق أو زميل أستاذ علي) هي نفسها

(أحمد إما صديق أستاذ علي أو زميل أستاذ علي) .

ع | (ل × م) ← { (ع | ل) × (ع | م) .

إذا كان (سـ تلميذ صديق وزميل صـ) فإن

(سـ تلميذ صديق وتلميذ زميل صـ) . وبنفس الطريقة يمكن أن نجد :

{ (ع × ل) | م }= { (ع | م) × (ل | م) } [1] .

العلاقة قد تملك الخاصية الوراثية Hereditary:

نقول عن خاصية ما Property أنها وراثية بواسطة العلاقة (ع) ، عندما يكون لطرف يرتبط بالعلاقة (ع) خاصية ما يكون ، لكل الأطراف التي ترتبط

بذلك الطرف بواسطة العلاقة (ع) تلك الخاصية .

---

1 – Lewis (C.I) . OP .cit . P.P. 276.277

مثلا : خاصية (أكبر من 5) . هي وراثية بالنسبة لعلاقة (لاحق) في سلسلة العداد الطبيعية . فإذا كان سـ مثلا لاحق لـ 5 فإن (سـ > 5) ومن ثمة إذا كان صـ لاحق لـ سـ فإن صـ > 5 .....وهكذا الخ .

وكذلك الحال مثلا في العلاقة (5 يسبق ..... في ط) [1] .

5 يسبق 10 إذن 10 أكبر من 5 .

5 يسبق 21 إذن 21 أكبر من 5 .

5 يسبق 147 إذن 147 أكبر من 5 .

.....

.....

..... الخ .

في التعقيب عن المثال الأخير الذي يورده كارنب كان الأولى أن نقول أن خاصية "يسبق"هي وراثية بالنسبة لعلاقة "أكبر" في ط ليستقيم المعنى . 21 مثلا أكبر من 5 إذن 5 تسبق 21. ومن الخواص الصورية للعلاقات :

إذا كانت العلاقة تناظرية فلا يمكنها أن تكون غير تناظرية ، والعكس صحيح .

$$(\forall سـ، \forall صـ \{ (\text{ سـ ع صـ }) \longleftarrow (\text{ صـ ع سـ}) \} \equiv$$

$$\{ \sim (\exists \text{ سـ}، \exists \text{ صـ}) \ (\text{سـ ع صـ}) \Lambda \sim (\text{صـ ع سـ}) \}.$$

---

1 – Carnap (Rudolf) . Introduction to symbolic logic . Trad . William.H. Meyer ; and John Wilkinson , Dover publication . Inc New York P.146

والعلاقة اللا تناظرية Dissymmetrical لا يمكنها أبدا أن تكون غير لا تناظرية Non.dissymmetrical . والعكس صحيح .

(∀ سـ ،∀ صـ) {(سـ ع صـ) ⟵ ~ (صـ ع سـ) ≡

~(∃سـ ،∃ صـ){ (سـ ع صـ) Λ (صـ ع سـ)}.

لكن كل علاقة غير تناظرية Non.symmetric ليست بالضرورة لا تناظرية Dissymmetrical .فلا يمكن إثبات :

(∃ سـ ،∃ صـ){(سـ ع صـ)Λ ~(صـ ع سـ)}⟵

(∀ سـ ،∀ صـ){ (سـ ع صـ)⟵ ~(صـ ع سـ)}.وكل علاقة غير لا تناظرية ليست بالضرورة تناظرية ، فلا يمكن إثبات:

(∃ سـ ،∃ صـ){(سـ ع صـ)Λ(صـ ع سـ)}⟵

(∀ سـ،∀ صـ){ (سـ ع صـ)⟵(صـ ع سـ)} [1].

من أهم مبادئ مبحث العلاقات ، أن بين أي حدين توجد علاقة لا توجد بين أي حدين آخرين . ويكتب هذا المبدأ بصورة رمزية بالشكل التالي :

إذا كانت (سـ ع صـ) ⟵(ط ع جـ) مهما كانت ع كعلاقة

إذن سـ ، ط متطابقان و صـ ، جـ متطابقان Identical [2] .

و من أشكال العلاقات أيضا . العلاقة الغير لا متعدية Non intransitive :

---

1 –Dopp(J),Leçons de logique formelle.troisièmepartie.Louvain P.155

2– Russell (B) ,The principles of mathématics .OP.cit .P.25

~ (∀ سـ ،∀ صـ ،∃ ق){(سـ ع ق) Λ (ق ع صـ) ⟵

~ (سـ ع صـ)}. مثلا علاقة يختلف عن[1] .فإذا كان "ا"يختلف عن "ب" و"ب" يختلف عن "ج" فإن "ا" قد لا يختلف عن"ج".علاقة التعدي علاقة مهمة تقوم عليها علاقة اللزوم التي تحرك الاستدلال لاستخلاص النتائج ،بخلاف علاقة الحمل التي تجمع بين أشياء غير متجانسة . فقط العلاقات التي تربط بين أشياء متجانسة يمكنها أن تكون متعدية .

العلاقة الانعكاسية : صيغتها الصورية

(∀ سـ ،∃ صـ) [{(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ) } ⟵ (سـ ع سـ)].ويرمز في بعض الأعمال للعلاقة الانعكاسية بالرمز"ع^0 "

وتقرأ القوة "صفر" للعلاقة "ع" [2].ومثلها علاقة(يساوي)،علاقة(يطابق)،علاقة (يشبه) .والصيغة الصورية : (∀سـ ، ∃ صـ){(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ)} ⟵ ~(سـ ع سـ) .

هي صيغة صورية للعلاقة اللا انعكاسية irreflexive ، كعلاقة (يختلف عن) أو علاقة (لا يشبه) أو علاقة (أكبر من) .وإذا كان مربع علاقة أو أية قوة موجبة ع^n مرفوعة لها تلك العلاقة إذا كانت لا انعكاسية فتلك العلاقة إذن هي لا انعكاسية .وإذا كانت علاقة ما متعدية ولا انعكاسية كانت كل قوة

موجبة مرفوعة لها تلك العلاقة كانت أيضا علاقة لا انعكاسية [3].

---

1 – Dopp(J), OP.cit . P . . P . 161

2 – Dopp(J) , Ibid P . 162

3 - Carnap (R) ,OP.cit .P. 121

والصيغة (∃ سـ ،∃ صـ){(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ)} ⟵

~ (سـ ع سـ) . والتي تكافيء

~ (∀ سـ ، ∃ صـ) {(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ)} ⟵

~ (سـ ع سـ) . هي تعبر عن العلاقة الغير انعكاسية Non.reflexive كعلاقة " أكبر أو يساوي" بين الأعداد مثلا .

والصيغة (∃ سـ ،∃ صـ){(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ)} Λ

(سـ ع سـ) . التي تكافيء~ (∀ سـ ، ∃ صـ){(سـ ع صـ) V (صـ ع سـ)} ⟵~ (سـ ع سـ). هي صيغة صورية للعلاقة

الغير لا انعكاسية Non irreflexive : كعلاقة " يساوي أو أكبر من " بين الأعداد مثلا .والعلاقة (الغير لا انعكاسية) ليست بالضرورة انعكاسية .

والعبارة ∀ سـ (سـ ع سـ) تسمى بالعلاقة الانعكاسية كليتا

"total reflexivity". ةوتكون تشمل كل عالم المقال ، كعلاقة مطابق لـ Identic With[1]. ونكتب ∀ ع ≡ || ⟵ ع

أي إذا ∀ سـ . سـ ع سـ أو نقول بصيغة أخرى || ⟵ ع

ينتج عن ضرب العلاقة بالصنف صنف جديد ، إذا رمزنا للصنف بالرمز صـ

وللعلاقة بـ ع نكتب ضرب العلاقة بالصنف بالصورة ع"صـ

وهذا ترجمة للصورة التي كتبها بها كوين . Quine . R"α

---

1 – Dopp (J), OP.cit.163

فإذا كانت " ع " مثلا ترمز إلى علاقة " أب " وكان " صـ " يرمز لصنف " الطلبة المتفوقون " ينتج عن ضرب هذه العلاقة بهذا الصنف ع" صـ . صنف جديد هو صنف" أباء الطلبة المتفوقون "[1] .ويعبر كوين عن هذه العلاقة بصيغة أخرى هي : ((صورة الصنف صـ بواسطة العلاقة ع)).

ويعبر عنها بشكل مختصر بالصيغة " الصورة ع لـ صـ " . ورمزيا تكتب ع "صـ . وهي تعبر عن الصنف الذي يحتوي كل العناصر الذين يرتبطون بواسطة العلاقة "ع" مع فرد أو أكثر من عناصر الصنف صـ .

إذا كانت العلاقة "ع " هي علاقة " أب " ، والصنف " صـ " هو صنف " عازفي الكمان " . فإن (ع"صـ) هي صنف " أباء عازفي الكمان " . وعناصر هذا الصنف هم كل الأزواج الذين تنتمي عناصرهم الأولى للعلاقة "ع " ، وعناصرهم الثانية للصنف " صـ " .

ومما يترتب عن تحليل العلاقة السابقة : إذا كان الصنف " صـ " محتوى في الصنف " ق " فإن صورة الصنف " صـ " بواسطة العلاقة "ع " تكون محتواة في صورة الصنف " ق "بواسطة العلاقة "ع " . ونكتب صـ ⊂ ق ← ع"صـ ⊂ ع"ق .وهذه العلاقة (علاقة اللزوم) ، يمكن أن يكون مثال دي مورغان : (إذا كان الحصان حيوان فإن رأس الحصان هو رأس حيوان) ولكن بصيغة الجمع . (إذا كانت الأحصنة حيوانات فإن رؤوس الأحصنة هي رؤوس حيوانات) . والتي يعجز المنطق التقليدي عن إثباتها يمكن أن يكون هذا

---

1 – Quine (W . V . O) , Méthodes de logique . trad .Maurice Clavelin Armand Colin . P . 263

المثال أحد صور هذه العلاقة [1] . في موضوع العلاقة والصنف هذا ، يملك الجمع المنطقي الخاصية التوزيعية بحيث نستطيع أن نكتب : (ع∪ ل) "**ك** = (ع"**ك**) ∪ (ل "**ك**) . بحيث إذا أخذنا "ع " مثلا تعني علاقة " أب " و " ل " تعني علاقة " أم " ، و" **ك** " تعني صنف عازفي الكمان .

فيكون (ع ∪ ل) تعني " علاقة الوالدية " Parent Of .

التي تعني في اللغة الإنجليزية . Father Of . Mother Of .

فصورة صنف عازفي الكمان بواسطة علاقة الوالدية .هي صورة صنف أباء عازفي الكمان ، وصورة صنف أمهات عازفي الكمان .وإذا أخذنا كمثال ثاني "ع " تعني زوجات الأدباء اللاتنيون وأخذنا " ل " تعني زوجات الأدباء الهيلينيون ، وأخذنا " **ك** " تعني صنف الزوجات .يكون اتحاد العلاقة "ع" مع العلاقة " ل " يعني زوجات الأدباء الكلاسكيون.ونستطيع أن نكتب بالنتيجة: (ع ∪ ل) "**ك** = (ع"**ك**) ∪ (ل"**ك**) .

فصورة صنف "الأدباء الكلاسكيون" بواسطة علاقة "زوجة" هي صورة صنف زوجات الأدباء اللاتنيون وصورة صنف زوجات الأدباء الهيلنيون [2] .

(الكلاسكيون في الأدب الأوربي تعني الأدباء اللاتنيون والأدباء الهيلنيون معا)

بينما لا يملك الجداء المنطقي الخاصية التوزيعية . إذا أخذنا العلاقة "ع " بمعنى

(أكبر من) ، وأخذا العلاقة " ل " بمعنى (أخ) وأخذنا الصنف " **ق** " بمعنى صنف (البحارة) . فتكون :

1-Quine (W.V.O),Mathematical Logic .Harvard University Press Cambridge Massachuetts.London England . P.P. 209.210

2-Quine (W.V.O), Ibid. Mathematical Logic .P. 210

(ع ∩ ل)"**ق** . صورة صنف (الإخوة الكبار للبحارة) .

بينما تكون [(ع" **ق**) ∩ (ل "**ق**)] .

صورة صنف كل الأفراد الذين هم أكبر من بعض البحارة و الأفراد الذين هم إخوة لبعض البحارة [1] . فالفئة الأولى قد تحوي أفراد هم أكبر من بعض البحارة لكنهم ليسوا إخوة لأولئك البحارة. وقد تحوي الفئة الثانية أفراد هم إخوة لبعض البحارة لكنهم قد يكونون أصغر منهم سننا .ومن ثمة لا نستطيع أن نكتب : (ع ∩ ل)"**ق** = [(ع"**ق**) ∩ (ل"**ق**)] .

علاقة التكافؤ Equivalency : عندما تتحقق في علاقة ثنائية : الخاصية الانعكاسية والخاصية التناظرية وخاصية التعدي . نقول عن العلاقة أنها علاقة تكافؤ.مثل علاقة (المساواة) في"ط" أو علاقة التوازي في الهندسة [2].وبصيغة أخرى نقول عن العلاقتين(ع،ل)أنهما متكافئتان أو نقول أن لهما نفس الماصدق إذا كانت :(سـ ع صـ) ⟵ (سـ ل صـ) من أجل أي القيم لـ سـ ولـ صـ[3] والصنف الفارغ هو صنف تكافؤ بالنسبة لأية علاقة .

علاقة النظام الموسعة : Relation Of large order

وهي العلاقة الثنائية (سـ ع صـ) عندما تكون انعكاسية ، متعدية ، وغير تناظرية .كعلاقة " أصغر أو يساوي "في ط.أو علاقة "الاحتواء بين الأصناف "

1-Russell (B) , Introduction To Mathematical Philosophy

(O . P) . Cit . P. 46

2 – Chauvineau (Jean) , OP.cit. Page . 63

3– Russell (B) , The Principles of mathematics New york .W.W.Norton Campany .Inc.P. 24

علاقة النظام المحددة : Relation Of strict order

وهي العلاقة الثنائية (سـ ع صـ) عندما تكون متعدية ، لا تناظرية Asymmetric ، وبالنتيجة لا انعكاسية Irreflexive .

مثلا في المجموعة ط العلاقة " أصغر تماما " س < ص [1] .

يميز كارنب بين علاقة التسلسل وعلاقة النظام المحددة أو " علاقة النظام البسيط" كما يسميها هو Simple Order .إذا أخذنا علاقة أصغر تماما في مجموعة الأعداد الطبيعية ، نجد أنها علاقة تسلسل إذ هي محققة بين أي عددين مهما كان اختارنا لهما ، وهي علاقة لا انعكاسية.لكن إذا أخذنا علاقة (أصغر أو يساوي ≥) .فهي الأخرى محققة بين أي عددين في مجموعة الأعداد الطبيعية مهما كان اختيارنا لهما ، لكنها علاقة انعكاسية إذ هي تتحقق بين العدد ونفسه .على خلاف علاقة (أصغر تماما) . فعلاقة أصغر أو يساوي هي علاقة النظام البسيط وهي أعم من علاقة التسلسل ، التي تحتاج فيما تحتاج إليه إلى وجود أكثر من عنصر في صنف أو مجموعة لتتحقق . بينما علاقة (النظام البسيط) يمكنها أن تتحقق في مجموعة ذات عنصر واحد فقط [2] .علاقة التسلسل هي علاقة لا انعكاسية ، متعدية ، وعلاقة ترابط . أما علاقة النظام البسيط . فهي علاقة انعكاسية ، متعدية ، لا تناظرية ، وعلاقة ترابط . علاقة الاحتواء المتبادل بين صنفين: يكون ذلك عندما يكون كل زوج مرتب ينتمي إلى صنف ، ينتمي إلى الصنف الثاني أي إذا تحقق التكافؤ التالي :{(∀سـ ،∀صـ) ∋ق } ≡ {(سـ ،صـ) ∋ ل } ونقول عن الصنفين أنهما متطابقان ونكتب ق = ل .

---

1 – Chauvineau (Jean) , OP.cit . P . P . 64 ; 65

2 – Carnap (Rudolf) ,OP .Cit . P . 122

وهي علاقة انعكاسية تناظرية ، ومتعدية .

علاقة التخارج بين صنفين : Relation Of separation Between classes

ويسميها البعض : علاقة عدم التداخل Non interference[1] .

عندما لا ينتمي أي زوج مرتب من الصنف " **ق** " إلى الصنف " **ك** "، أي عندما يتحقق الاستلزام الصوري التالي :

∀سـ ،∀صـ {(سـ ، صـ) ∋ **ق**} ⟵ {(سـ ، صـ)∋ **ك** } . |

وهذا الاستلزام يعني أن علاقة التقاطع بين الصنفين هي الصنف الفارغ .

ونرمز لذلك بالرمز . **ق** ∩ **ك** = ϕ .

وعلاقة التخارج هذه تناظرية انعكاسية وغير متعدية ونفي هذه العلاقة يكتب :

~(**ق** ∩ **ك**) = ϕ ، أو يكتب (**ق** ∩ **ك**) ≠ ϕ . ويسمى نفي علاقة التخارج بعلاقة "التعدي أو التجاوز" Relation of encroachment[2].

في موضوع العلاقة والصنف مثلا يسمى الصنف " **ل** " مقفل على العلاقة " ع " Closed with respsct to a relation y :إذا كان أي عنصر من الصنف " **ل** " يرتبط بعنصر ما بالعلاقة " ع" يكون ناتج العلاقة ينتمي إلى الصنف"**ل**". فصنف الأعداد الزوجية هو مقفل على العلاقة " مربع " لأن مربع كل عدد زوجي هو عدد زوجي مثلا العدد 4 عدد زوجي ومربعه 16 و العدد 16 عدد زوجي

---

1 – Reichenbach (Hans) , Nomological Statements And Admissible Operations . North – Holland Publishing Company Amsterdam.1954. P. 90

2– CHauvineau(Jean) , OP.cit . P . P . 82 ; 83

6 عدد زوجي ومربعه 36 عدد زوجي .

12 عدد زوجي ومربعه 144 عدد زوجي ، وهكذا

لكن صنف الأعداد الزوجية ليس مقفل على العلاقة نصف[1] .

8 مثلا عدد زوجي ونصف 8 أيضا عدد زوجي ، لكن

14 عدد زوجي ونصف 14 هو 7 و العدد 7 ليس عدد زوجي

كذلك العدد 10 عدد زوجي لكن نصفه العدد 5 ليس عدد زوجي

سبق وأن استعرضنا بعض أشكال العلاقة بين الأفراد أو بين الفرد والصنف أو بين الأصناف . ويمكن أن نضيف صورة أو بعض الصور للعلاقة بين العلاقات .

ومن أمثلتها علاقة الاحتواء : فإذا س< ص ← س≠ ص . فلعلاقة الأولى محتواة في العلاقة الثانية ، وإذا سمينا الأولى (ع). وسمينا العلاقة الثانية (ل) . يمكننا أن نكتب : (ع ⊂ ل) . وإذا كانت العلاقة ع (<) محتواة في العلاقة ل (≠) ، والعكس صحيح ، أي أن ع ، ل . محققتين بين نفس الشيئين . كانت (ع = ل) [2]. بالعودة إلى موضوع الدالة . الدالة تشير أو تحدد صنف من الأشياء ، وتكون الدالتان متكافئتين عندما تشيران إلى نفس الصنف.كما أن المحمول يشير إلى صنف من الأشياء عندما تقرأ القضية الحملية قراءة ماصدقية[3]

وهنا نقطة التقاطع بين المحمول والدالة. الجزائريون أفارقة نكتب ع (س) .

1– Quine (W. V. O) , Mathematical logic . Harvard University Press .Cambridge , Massachusetts.london .England .P. 215

2 – Tarski (A) , OP. cit . P . 84

3 – Whitehead(A.N) and Russell (B) , OP.cit .V1 . P. 229

وهي دالة بمتغير واحد . والعلاقة الثنائية هي صنف من الأزواج المرتبة

(سـ ، صـ) التي تحقق الدالة ع (سـ ، صـ) . مثلا " زوجات جنرالات الجيش " . وهنا تختلف القراءة العلاقية Relational عن القراءة الحملية .تحليل " فريجه " للقضية الحملية بالصورة . دالة وحجة . جعله يكتشف أنه من الممكن التصرف في القضية بمبادلة الحجة بالدالة دون أن يخل ذلك بمضمون الحكم على خلاف الحال في الصورة التقليدية للقضية الحملية ويصوغ فريجه المثال التالي : (بروتس قتل قيصر) ويكون تحليله بالشكل التالي : يمكن اعتبار (..... قتل قيصر) دالة ، و بروتس حجة .كما يمكن اعتبار (يروتس قتل .....) دالة،و قيصر حجة .وإذا سألنا فريجه إذا جعلنا أي عنصري القضية دالة أو حجة بلا تمييز ، فقد لا نعرف أيهما أسند إلى ماذا ؟ .يجيب فريجه أن لا معنى لهذا السؤال مثلما لا معنى لسؤالنا في العبارة الحسابية " 2+3 " هل العدد 3 هو الذي أضيف للعدد 2 أم العكس [1]. دالة القضية هي دالة قيمتها قضية ، ودالة الصدق هي صورة رمزية للقضية التي تحوي ثابة أو ثوابت منطقية و مكونة تكوين جيدا . W.F.F .وتحدد دالة القضية صنفا في القيم التي تصدق فيها وتحدد صنفا فارغا في القيم التي تكذب فيها .مثلا:(ك إنسان) إذا أخذنا" سقراط ، علي ، جاك ..... الخ من أفراد البشر كحجج للدالة السابقة أولئك هم أعضاء الصنف . أما إذا أخذنا " (جبل الأولمب ، البحر المتوسط ، جهاز الهاتف) كحجج للدالة السابقة فهم يحددون الصنف الفارغ لأن الدالة تكون كاذبة بهذه القيم الأخيرة (البحر المتوسط إنسان) [2] .

1– المنطق الرمزي . محمود فهمي زيدان . نشأته و تطوره . دار النهضة العربية .

ط . 1979.ص . 137

2– محمود فهمي زيدان . نفس المرجع السابق . ص . 250

في موضوع الدوال دائما قد تأخذ الدالة تركيب معقد يجعل حجتها هي الأخرى دالة .يعني يأخذ هذا التركيب صورة "دالة الدالة "ولنأخذ المثال التالي :

(من الصعب أن نفعل من أن نتكلم).It is very hard to do then to spoken

ويعطى هذا الكلام الصورة الرمزية " سـ أصعب من صـ " والذي يمثل

بالدالة ها(سـ ،صـ) . إذا جعلنا تا(سَ) يمثل الصفة (سَ يفعل)

وإذا جعلنا حا(سَ) يمثل الصفة (سَ يتكلم) . يصاغ إذا المثال المعطى بالصورة : ها(سـ ،صـ) أو ها{ تا(سَ) ، حا(سَ) } . هذه الصورة المركبة أو صورة " دالة الدالة " هي التي دعت "برتراند راسل" إلى إبداع نظرية الأنماط وقوله بالمستويات المختلفة للغة[1]. وقد كان ذلك سبيل لفك الكثير من النقائض . Antinomies .بالعودة إلى صلب الموضوع ،إذا قابلنا بين الصيغ التي يكتب بها المنطق التقليدي من جهة والصيغ التي يكتب بها منطق المحمولات أو الصيغ التي يكتب بها منطق العلاقات في المستوى الأول من الكلام نجد ما يلي :أن منطق أرسطو لم يتعامل إلا مع الحدود الكلية والقضايا البسيطة " حسب تصوره" . وهذه الصورة من القضية يمكن أن يكون لها قراءتين .قراءة ماصدقية ، و قراءة مفهومية .إذا أخذنا المثال : (كل الفرنسيون أوروبيون) والصيغة الأرسطية لهذا المثال هي (أوروبي محمول على كل فرنسي) وواضح من هذه الصيغة أن كل فرنسي على حدا يمحل صفة أوروبي (أي الخاصية التوزيعية للسور) . فأرسطو يتعامل مع المحمول كصفة لا كصنف وإلا لا معنى لكلمة "كل"لأننا لا نستطيع أن نقول "كل" على الصنف إذ هو مفرد تماما

كما لا نستطيع أن نقول على محمد مثلا "كل محمد " .فلا معنى لهذا الكلام

---

1 – Chauvineau (Jean) , OP.cit . P . 48

ومن جهة أخرى هو يقدم المحمول على الموضوع ، مما يؤكد أن أرسطو لم يكن ينظر إلى الحدود في القضية على أنها أصناف .هذه الصيغة هي تتوافق تماما مع الدالة الأحادية Monadic . بحيث يمكن أن نكتب المثال السابق بالصورة :

∀سـ : فا(سـ) ← و(سـ) . مع (فا) تعني فرنسي و (و) تعني أوروبي .

لكن يمكن اعتبار الحدود التي يستخدمها أرسطو في القضية حدود (صنفية) Classes Terms ويكون تأويل المثال السابق (أوروبي محمول على كل فرنسي) فرنسي (كصنف) محتوي في أوروبي (كصنف) . وهذا التركيب يمكن ترجمته بمفردات منطق العلاقات إلى الصورة :

(**ف** ⊂ **و**) . مع **ف** رمز للصنف فرنسي و (**و**) رمز للصنف أوروبي .

أي أن بين صنف الفرنسيين وصنف الأوروبيين علاقة احتواء . بحيث الأول محتوى في الثاني . وما يلزم عن هذه العلاقة العلاقة التالية :

أن كل فرد ينتمي إلى الصنف الأول ينتمي حتما إلى الصنف الثاني . يكتب هذا الكلام بصورة رمزية بالشكل : (إذا كان ا ∈ **ف** ← ا ∈ **و**) .

يجب أن نلاحظ في هذا المقام "كما ينبه إلى ذلك المناطقة المعاصرين " أن علاقة الاحتواء هي علاقة متعدية (وهي ما بنا عليه أرسطو قياساته) ، ومن ثمة يمكن

أن نستنتج تعدي علاقة الانتماء التي ترتبط بها . بحيث إذا (**ل** ⊂ **ق** مثلا و سـ1 ∈ **ل** ← سـ1 ∈ **ق**) . وهذه صورة قياس فناء سقراط الشهير .

لكن أتباع أرسطو الذين كانوا يستخدمون أحيانا الحدود الفردية هم بذلك جعلوا القياس عرضة لكثير من الانزلاقات إلا بكثير من الاحتياطات لم تكن

لتتوفر لهم في تلك الفترة إذ كان يقتضي الحال نضج بحث الأصناف ونضج بحث العلاقات وربما أيضا نضج بحث المجموعات ، لتتجلى هذه الخصائص .

وهنا مثال لقيمة عملية التركيبCombination التي تقابل عملية التحليل والتي أشرنا لأهميتها سابقا كميزة من مزايا التفكير والتي تساعد على الاكتشاف

و المضي بالبحث قدما . لأن علاقة الانتماء ليست دائما متعدية .

إذا أخذنا فردين مثلا ينتميان إلى نفس الصنف : علي جزائري ، أحمد جزائري

رمزيا نكتب ما سبق بالصورة { (ء ∋ ج ، حـ ∋ ج) ⟵ ؟ } . فلا نستطيع أن نستنتج أن (علي أحمد) . وإذا كان فرد ينتمي إلى صنفين مثلا : (علي رئيس ، و علي طبيب) نكتب رمزيا {(ء ∋ ، ء ∋ ط) ⟵ ؟ } فلا نستطيع أن نستنتج دائما أن صنف الرؤساء محتوى أو يتقاطع أو .... مع صنف الأطباء . في الموضوع كثير من التعقيدات ، وليس موضوع بحثنا الاستدلال . ولنعود إلى موضوع الحمل والدالة والعلاقة .لا يختلف الحال مع القضايا الجزئية التي تعامل مع أرسطو منه مع القضايا الكلية من جهة مقارنتها بالدالة أو العلاقة إلا من جهة السور . فالقول : بعض الفرنسيون أوروبيون . تكتب بلغة الدوال : ∃س1 . فا(س1) ∧ و(س1).

وتقرأ : يوجد فرد واحد على الأقل هو فرنسي وأوروبي معا . مع (فا) فرنسي و (و) أوروبي . أما بلغة منطق العلاقات فالقضية الجزئية تكتب : ∃س1 ∋

{ ف ∧ ب}. مع (ف) رمز للصنف فرنسي و (ب) رمز للصنف أوروبي . وتقرأ : يوجد فرد واحد على الأقل ينتمي للصنف ف وإلى الصنف ب معا أي ينمي إلى تقاطعهما إذا شئنا .عند الحدود Boundaries السابقة تتوقف القراءة المحمولية ، بحيث التراكيب التالية لا يوجد لها مكان في منطق أرسطو .

مثلا العبارة : (كل الفرنسيون أوروبيون نصارى) أما بلغة الدوال فالعبارة السابقة تأخذ الصورة : ∀س . فا(س) ⟵ { با(س) ∧ صا(س) } . مع فا (فرنسي) و با (أوروبي) و صا (نصراني). فهي تركيب ثلاثة دوال أحادية بالعلاقة

المشار لها .وبلغة منطق العلاقات (كل الفرنسيون أوروبيون ونصارا) تعبر عن علاقة احتواء بين أصناف . بحيث نجد صف الفرنسيون محتوى في كل من صنف الأوروبيون وصنف النصارى ، ويكتب هذا رمزيا بالشكل :

∀س .(س ∈ف) ⟵{ س ∈ب ∧ س ∈ صـ } . مع (ف) صنف الفرنسيون و (ب) صنف الأوروبيون و(صـ) صنف النصارى .لأن علاقة الاحتواء علاقة متعدية . وقد تكون العبارة بتركيب أعقد ، كالعبارة :

(علي أستاذ أحمد أخو محمد) هذه لا صورة لها في منطق أرسطو ، وهي في المنطق المعاصر دالة بثلاثة حجج ، وتكتب رمزيا : تا(ع . ا. م) . مع (تا) (أستاذ .... أخو ...) و (ع) علي . و (ا) أحمد و (م) محمد . نذّكر أن أي تغيير في ترتيب الحجج يخل بالمعنى . وهذه الصيغة تترجم في منطق العلاقات إلى الصورة : { ع س (ا خ م) } . فهي تركيب علاقتين بثلاثة أطراف . العلاقة الأولى هي (س) وتعني أستاذ . والعلاقة الثانية هي

(خ) وتعني أخ . والأطراف الثلاثة هم (ع) علي و (ا) أحمد و(م) محمد .

نذّكر دائما بأن أي تغيير في ترتيب العلاقات أو في ترتيب أطراف العلاقات يغيّر المعنى .ومن السهولة بمكان ترجمة عبارة ما ومهما كانت درجة تركيبها من صورة الدالة إلى صورة العلاقة أو العكس .إذ الدالة في الأصل هي علاقة .

علاقة الهوية مثلا تكتب في لغة الدوال بالصورة :تا(س1 . س1) ، مع (تا) تعني (هو ذاته).وتكتب في لغة منطق العلاقات بالشكل:(س1 I س1).

ولنضيف مثال آخر يعرض موضوع ترجمة عبارة من لغة منطق المحمولات إلى لغة منطق العلاقات ، ولنأخذ العبارة الهندسية التالية :

تقع النقطة ف بين النقطة ا والنقطة جـ . بإسقاط مواضيع العبارة السابقة تبقى صورة الدالة (تقع ... بين ...و ....) ولنرمز لهذا بالرمز تا نكتب

الصيغة السابقة بالصورة : تا (ف . ا . جـ) . ونترجم هذه إلى لغة منطق العلاقات فنكتب(ا /ف/جـ)وهذا في الرمزية المصطلح عليها.وكما يمكن أن تقوم العلاقات بين الأشياء أو الأشكال الهندسية أو الأعداد يمكن للعلاقات أن تقوم بين الدوال . يصطلح في حساب القضايا على تعويض القضية البسيطة بمتغير قضوي . القضية مثلا " الجزائر دولة متخلفة " نعوضها بالمتغير " ق " ويكون "ق" دالة قضية لكننا عند التركيب بين دوال القضايا باستخدام الروابط المنطقية نسمي التركيب الناتج بدوال الصدق.فدوال الصدق هي تركيب منطقي قيمة صدقه . الصدق أو الخطأ ، في المنطق الثنائي القيمة . مثلا التركيب اللغوي:الجزائر دولة متخلفة وغنية ، فيه قضيتين . الأولى (الجزائر دولة متخلفة) والثانية (الجزائر دولة غنية) .والرابط هو رابط الوصل ويمكن أن نحول هذا التركيب إلى صورة رمزية بالشكل:(ق ∧ ك) مع "ق" رمز للقصية الأولى و"ك" رمز للقضية الثانية . وكل دوال الصدق هي علاقات بين دوال قضايا وهذا يؤكد حقيقة أخرى وهو عموم مفهوم العلاقة،ولا يخفى على المطلع كيف أن ظهور منطق العلاقات جعل بعض الرياضيين ينجذبون إلى لغته ويرغبون في تعميم استخدامها في التعبير عن قضاياهم.في التركيب اللغوي: (العدد أربعة يسبق العدد خمسة وهو ضعف العدد اثنين ورقم السعد لأحمد) تركيب ثلاث دوال، نستطيع أن نعبر عن الدالة الأولى بالشكل " يا (4 ، 5) ". مع "يا" تعني "يسبق"ونعبر عن الدالة الثانية بالشكل " ضا (4 ، 2).مع "ضا" تعني " ضعف " وبلغة منطق أو حساب العلاقات نكتب الدالة الأولى بالشكل (4 ي 5) . مع "ي" تعني " يسبق " ونكتب الدالة الثانية بالشكل (4 ض 2) مع "ض" تعني " ضعف " . هذه علاقات رياضية بين أرقام ، ونقبل من جهة أخرى أن تقوم علاقات حميمة بين البشر ، ومن

السهل أن نعبر عنها بالغة الدوال أو بلغة العلاقات . لكن كيف يمكن أن نعبر عن علاقة حميمة بين إنسان ورقم ؟ . لهذا الموضوع قواعد Syntax تركيب خاصة وأكثر تعقيد من قواعد المواضيع التي هي موضوع بحثنا ، وأوردت هذه الملاحظة فقط للإشارة إلى مدى تشعب وتعقد وغنى لغة المنطق المعاصر ، ولهذه المباحث قواعد بناء Grammar خاصة توضع مقابل قواعد النحو وقواعد التركيب في اللغة الطبيعية . يمكن للعلاقة أن تكون من درجة أولى أو درجات أعلى ، أي علاقة بين علاقات . كعلاقة الجد بالحفيد مثلا ، فهي علاقة من الدرجة الثانية .
ونكتبها رمزيا في منطق العلاقات بالشكل(س1 ع^{2}ص1) . مع (س1 ، ص1) أسماء أشخاص . و " ع" تعني "أب" فتكون "ع^2" تعني أب الأب . وتقرأ الصورة السابقة : " س1أب أب ص1 " أي " س1جد ص1 " .وإذا أردنا أن نحول هذه الصورة إلى دالة يكون ذلك بالشكل :

{ تا (تا(س 1 . ص1) } . مع "تا" تعني أب ، و(س1 . ص1) اسمي شخصين . فالصورة السابقة هي دالة من الدرجة الثانية أو نقول دالة دالة أو نقول دالة حجتها دالة . فترجمة عبارة ما تتوافق مع قواعد التركيب المنطقية من

صورة العلاقة إلى صورة الدالة ، أو العكس أمر ممكن ويسير مما يعني أن حساب المحمولات الذي يعتمد لغة الدوال في التعبير عن قضاياه ، وحساب العلاقات الذي يعتمد لغة العلاقات في التعبير عن قضاياه مفتوح بعضهما على بعض

ومن الممكن كما قلنا ترجمة أية عبارة من هذا اللسان إلى ذاك .لكن ما يمكن ملاحظته أن أسلوب الكتابة في حساب العلاقات أقل كثافة (إذا صح الوصف) من جهة ((عدد المتغيّرات ، عدد الأقواس ، النقط ، الفواصل، عدد الأرقام التي توضع للمتغيّرات ، وضع علامات النصب ، وعلامات النصب المضاعف فوق المتغيّرات ...الخ)) مقارنة مع أسلوب الكتابة في حساب المحمولات ثم أن فنيات الكتابة فيه أكثر مرونة . مما يجعل الصيغ فيه أسهل على الإدراك البصري ومن ثمة

على الإدراك العقلي .لأننا نتابع الصيغ المنطقية في العرض المنطقي بعيوننا .

القضية الشخصية " وهي الصورة النموذجية للقضية البسيطة كما يفهم أرسطو البساطة " . القضية : علي كاتب . يمكن التعبير عنها في لغة حساب العلاقات بعلاقة الانتماء بعد تغييرها إلى الصيغة : علي عضو في صنف الكتاب . ونعبر عنها رمزيا بالشكل : ع$_1$ ∋ ك . مع ع$_1$ رمز علي و ك رمز لصنف الكتاب .وفي حساب المحمولات يمكن التعبير على القضايا الشخصية أي التي تحتوي على اسم علم بالشكل تا (ا) . مع (ا) اسم علم أيّ كان والتي يمكن تحويلها أيضا إلى الصورة:(∃ س){ا = س ∧ تا(س)} [1] . التطورات السريعة التي عرفها المنطق المعاصر من جهة غنى مواضيعه وتعددها وتنوعها . نتج فيما نتج عنها استقلال مباحثه بعضها عن بعض،ووفقا للتصنيف التقليدي . صار للدوال مبحث خاص هو منطق الدوال وللعلاقات مبحث خاص هو منطق العلاقات الذي أخذ في مراحله المتقدمة صورة العرض المبدهن Axiomatically على غرار منطق القضايا ،بحيث أخذ معه نفس الهيكل. بديهيات (بالمفهوم الحديث للبداهة) ، وقواعد تسمح بتحريك عملية الاستنتاج ، ومبرهنات تلزم عن تلك القضايا الأولية في النسق .ويمكن عرض صورة موجزة لمثل هذا العمل فمن بديهيات هذا الحساب :

1 – ∀(س) ،∀(ص) . { (س) V (ص)

2 – ∀(س) ، ∀(ص) . ~ {(س) Λ(ص) }

3 – ∀(س) . {(س) || (س)}

---

1 – W.V. (Quine) , La philosophie de la Logique Trad . Jean Largeault . Aubier 13 , quai de conti , Paris -6^{e} 1975 . P. 43

4 – ∀(سـ)،∀(صـ) ،∀(جـ){(سـ ع صـ) Λ(صـ || جـ) ←(سـ ع جـ)

5 – ∀(سـ)،∀(صـ){(سـ Δصـ) ↔ ~ (سـ||صـ)}

6 – ∀(سـ) ،∀(صـ) {(سـ ع صـ)¯↔ ~ (سـ ع صـ)

7 – ∀(سـ) ،∀(صـ) {(سـ) ع (صـ) ↔ (صـ ع سـ)}

8 – ∀(سـ) ،∀(صـ) {((سـ (ع ∪ ل) صـ)) ↔

(سـ ع صـ)V(سـ ل صـ)

9 – ∀(سـ)،∀(صـ) {(سـ (ع|ل)صـ)} ↔

{(سـ ع صـ) Λ(سـ ل صـ)}

10 – ∀(سـ) ،∀(صـ) {(سـ (ع∪ل)صـ)} ↔

∀(جـ) {(سـ ع جـ)V(جـ ل صـ)}

11 – ∀(سـ) ،∀(صـ) {(سـ (ع|ل)صـ)} ↔

∃(جـ) {(سـ ع جـ)Λ(جـ ل صـ)}

12 – (ع = ل) ↔ ∀(سـ)،∀(صـ){(سـ ع صـ)↔

(سـ ل صـ)} [1].

---

1 – Tarski (Alfred) .Logique sémantique métamathématique .tome 2 . Armand Colin . 1974 . P.P . 248 . 249

ويستخدم في هذا الحساب نفس القواعد التي تستخدم في حساب القضايا .

أي قاعدة التعريف ، وقاعدة الاستبدال ، وقاعدة فصل التالي .....الخ .

ويمكن أن تستمر عملية البرهنة دون توقف إلى ما شئنا .

أستخدم هنا رمزية " ألفرد تارسكي " للتعريف بها فقط

فللبرهنة على أن $\overbrace{0} = 0$. و البرهنة على أن $\overline{1} = 1$

((الصفر يرمز للعلاقة الفارغة و الواحد يرمز للعلاقة الكلية .

والرمز(ـــ) لعكس العلاقة والمد (.) يرمز لنفي العلاقة))

ونعتمد في البرهنة على المبرهنة التالية

$ع \mid \overline{ل} = 0 \leftarrow \overline{ع} \mid ل = 0$.

نستخدم هذه المبرهنة مرتين في الأولى ، نضع مكان العلاقة ع

(العلاقة الفارغة) الصفر.

ونضع مكان العلاقة ل عكس العلاقة الفارغة وهو: $\overline{0}$

وفي المرة الثانية نضع مكان ع نضع العلاقة (عكس العلاقة الكلية وهو :$\overline{1}$).

ونضع مكان العلاقة ل نضع العلاقة الكلية (1) .وباستخدام كل ما سبق في تالي مركب اللزوم السابق ينتج :

$$\overline{\overline{0} \mid \overline{0}} = 0 \quad . \text{ و } \quad \overline{\overline{1} \mid \overline{1}} = 0$$

وباستخدام مبرهنة أخرى من نفس النسق صيغتها $\overline{\overline{ع}} = ع$.

ينتج بتطبيق هذه المبرهنة على الخطوات السابقة ينتج :

$\overline{0 \mid \overline{0}} = 0$. و $1 \mid \overline{\overline{1}} = 0$. ومنه نستنتج

$\overline{0 \mid 1} = 0$. لأن نفي العلاقة الفارغة هو العلاقة الكلية . ولأن عكس العلاقة الكلية هو العلاقة الكلية

$\overline{\overline{1} = 0}$.

ومن $\overline{0 \mid 1} = 0$. إذن $\overline{0} = 0$.

ومن $\overline{\overline{1}} = 0$. إذن وبإدخال النفي على الطرفين ينتج :$\overline{\overline{1}} = \overline{0} \leftarrow \overline{1} = 1$

لأن نفي النفي إثبات . وهو المطلوب [1].

وما يمكن تأكيده أن هذه الصورة من الحساب التي بلغها المنطق مع بحث العلاقات لم تترك أي مجال لمقارنة إرث أرسطو المتواضع مع التطورات النوعية التي بلغها المنطق اليوم .

1 – Tarski (Alfred) . Ibid . P .255.256

الخاتمة

عرض النتيجة التي تم التوصل إليها

كخلاصة موجزة ومراجعة لما جاء في العرض التحليلي السابق،فإن مفهوم الحمل التقليدي قد اختلط اليوم مع كل من الدالة والعلاقة ولم يعد يمثل في عرض أي محتوى فكري إلا مساحة ضيقة جدا،أي "الدالة ذات الحجة الواحدة بالنسبة للقضية الشخصية" و " الدالة بحجتين بالنسبة للقضية الكلية ".أما بالنسبة للعلاقة فالحمل هو " علاقة انتماء في القضية الشخصية " وهو "علاقة احتواء في القضية الكلية" .أما بالنظر إلى مبحث الدوال بصفة عامة ومبحث العلاقات بصفة عامة فهما لسانان لكل منهما قواعد بنائه ودلالة رموزه،ومن السهل ترجمة أية عبارة من هذا اللسان إلى ذاك . وقد كشف البحث في الدالة وفي العلاقة كما رأينا من خلال الصفحات السابقة عن تقنيات عديدة ومتنوعة للتعبير عن صور الفكر المتنوعة ،بعد أن كان يحتجزه المنطق التقليدي في تلك الصورة الضيقة من الحكم (Judgement)أو القياس (Syllogism) . وقد استثمرت الرياضيات بشكل واسع نتائج منطق العلاقات .يقول برتراند راسل " التحليل المعمق للاستدلال الرياضي يظهر أنه يقوم على كثير من أنماط العلاقات وكل عبارة رياضية صحيحة ،دقيقة وسهلة الفهم.هي ممكنة فقط باستخدام أنماط وخواص العلاقات"[1].ومما يلاحظ من مراجعة الخلفية الفكرية لبعض رواد هذا المبحث تنوع مشاربهم " فبيرس " استوحى كثيرا من أنماط وخواص العلاقات من العلاقات الإنسانية والاجتماعية. بينما " برتراند راسل" استوحى أفكاره في هذا الموضوع من الحساب ومن الجبر أساسا . وكان هذا الحال الأخير هو حال رودولف كارناب ويستنتج من هذه الملاحظة اتساع المجال الذي يمكن أن تطبق فيه نتائج مبحث العلاقات . فعموم مفهوم " العلاقة " أفراد البشر ، الأشكال الهندسية ، الأعداد ..... الخ .

و إمكانية عرض كل صور العلاقات وخصائصها في شكل رمزي دقيق ومختصر

---

1 – Russell (B) , The Priciples of mathématics .P. 24

جعل كل العلوم والدقيقة منها خاصة تعود للمنطق لضبط مفاهيمها وصياغة قوانينها . فصار المنطق مرآة ينظر فيها كل علم لنفسه لترتيب هيئته ترتيبا صحيحا .كما يتبين من خلال بعض الملاحظات التي مرت خلال العرض أن السلامة النحوية للعبارة اللغوية لا ينتج عنها بالضرورة سلامتها المنطقية .وإذا كانت الرياضيات تحرص على تكييف عباراتها وفقا لنتائج مبحث العلاقات

فكيف هو الحال إذن بالنسبة للفلسفة ؟ . فحاجة الخطاب الفلسفي اليوم " في عصر اكتسحت فيه اللغة الرياضية كل العلوم وصارت الرياضيات أنموذجا للدقة وهيمن في هذا العصر العلم وانبهر الناس بتطبيقاته التكنولوجية ، وقام الحاسوب مقام القلم " فحاجة الخطاب الفلسفي إذن (للغة منطقية) ، حاجة ضرورية إذا أراد المتفلسف أن لا يخدع نفسه و يتجاوب معه غيره . فقد جعل أرسطو معرفة قواعد التفكير أداة ضرورية لتحصيل جميع المعارف الفلسفية حيث يقول ((يجب على المرء أن يعرف التحليلات قبل أن يتصدى لأي علم من العلوم))

ويذهب راسل إلى نفس الرأي حيث يقول ((إذا ما بقي الاستقراء موجودا على نحو من الأنحاء (....) فلن يبقى موجودا إلا بصفته أحد المبادئ التي يحصل بها الاستنتاج .ومن هنا يبدوا أن إدخال المنهج الاستقرائي لم يترتب عليه إبداع نوع جديد من الاستدلال ليس استدلالا استنتاجيا ، بل توسيع لمجال الاستنتاج بوسيلة استنتاجية غير قياسية من دون شك)) [1] ونظرة الفلاسفة التحليليين قد تكون موحية في هذا المقام ، فليس للفيلسوف أن يتكلم فلكلام عن الطاقة مثلا له أهله ولهم أساليبهم المناسبة لذالك ، والكلام عن تفاعلات العناصر الكيميائية

---

1 – محمود يعقوبي: أصول الخطاب الفلسفي . ديوان المطبوعات الجامعية . الجزائر. 1995 ص .146

له أهله ولهم أساليبهم المناسب لذالك وكذالك حال الكلام في الحوادث التاريخية أو الاجتماعية من هجرة وبطالة وغيرها .بل عليه حسبهم فقط أن يراقب كلام الغير ويحلله، ليعزل ما هو منطقي وصواب فيه مما هو ليس منطقيا. ورغم أن هذا التصور لا يروق للكثيرين من المشتغلين ((بالفلسفة)) التي تحولت في ثقافتنا العربية إلى نزعة لفظية Verbiage(الجري إن صح التعبير وراء الكلمات) .وهذا المصطلح هو غير معنى المصطلح Verbalism (الذي يشير به علماء اللغة إلى نوع معين من أمراض الحبسة Aphasia وهو شائع عند المتقدمين في السن بحيث لا يمكن لأحدهم الإمساك بالفكرة دون التلفظ بالكلمة التي تعبر عنها فلمتقدم في السن عندما يخلو لنفسه يكلم نفسه بصوت عالي فكأنه لا يستطيع أن يفكر دون أن يتكلم فكأنه يفكر بلسانه). أقول تحولت الفلسفة إلى نزعة لفظية يحتقرها حتى رجل الشارع وربما بحق . لأن أرسطو مثلا عندما كان يتكلم عن الضوء أو الحركة أو انفعالات النفس البشرية . لم يكن يتكلم عن هذه المواضيع كما نتكلم عنها نحن اليوم في الفلسفة بل كان يتكلم عنها كعالم طبيعة.وهذا ما لم يفهمه منه الكثير حتى اليوم .ورغم ما يبدو من تطرف في موقف الفلاسفة التحليليين إلا أنه من الواجب على المتفلسف معرفة الضوابط المنطقية وتوظيفها بشكل صريح في كل موقف يتخذه من قضايا الحياة. فلم يعد مقبول اليوم بتوفر هذه الماكنة المنطقية الهائلة تجاهلها والاسترسال في الكلام دونما قيود أو ضوابط،والسعي وراء هندسة لفظية تجعل العمل الفلسفي شكلي وعقيم . لكن السؤال الوجيه والذي يجب أن يكون موضوع بحث هو كيف للذي يريد أن يفلسف موضوع " نشأة الدولة " أو موضوع " إبداع اللغة عند الإنسان" مثلا أن يوظف تقنيات المنطق المعاصر في بحثه ؟ هل له أن يتعلم هذا العلم الذي أخذت أقسامه تتفرع بشكل لا يسمح للإنسان أن ينظر في غيره ؟وإذا أمكنه ذلك (وهو يبدو فيما يبدو أنه مستحيل) هل له أن يصوغ كل أفكاره وأحكامه بهذه اللغة الصماء ؟ وكم سيكلف هذا العمل التقني الباحث من الوقت؟ثم من

سيخاطب؟لأن عموم الناس لا يمكنهم فهمه . ولن تتمكن الفلسفة عندها من أداء رسالتها كما رسمها لها سقراط "وهي تغيير واقع الناس لما هو أفضل" وسيقتصر النقاش الفلسفي بهذا الوضع على مجموعة قليلة من المتخصصين ستكون معزولة كليتا عن مجتمعاتها . أم عليه أن ينجز عمله في مرحلتين بحيث يضبطه في شكله التقني أولا ثم يعيد ترجمته إلى اللغة الطبيعية ؟ . هذه ربما مجموعة من التحديات التي يطرحها موضوع المنطق المعاصر إذا أراد المتفلسف أن يستفيد منه . لكن رغم ما يبدو من أن المهمة مستحيلة إلا أن المقنع واليقين أنه من السخيف أن يضل وضع الفلسفة على ما هو عليه اليوم ، فكيف للمتفلسف أن يناقش الطبيب والرياضي وحتى المؤرخ أو عالم النفس لأن هؤلاء قد حسموا أمرهم وأخذوا بالطرق العلمية الموضوعية.

وهو لا يملك إلا خطابا عاما فضفاضا لا يقنع حتى رجل الشارع ؟ . ثم ومن جهة أخرى فإن بحثنا عن العلاقة الموجودة بين المفاهيم الثلاثة التالية أي: المحمول والدالة والعلاقة قد كشف لنا عن قصور اللغة الطبيعية في التعبير الدقيق عن المفاهيم المنطقية ولذلك لجأ المناطقة المعاصرين إلى استخدام اللغة الرمزية لمعالجة هذا النقص على الرغم من صعوبة تطبيقها في مجال المفاهيم الفلسفية وهذا يفتح بابا غنيا للبحث في المستقبل لمن أراد ذلك من النشء الجديد .

دليل الحدود التقنية

أبجدية	Alphabet
إثبات	Assertion
احتمال	Probabilité
احتواء	Inclusion
احتواء متبادل بين الأصناف	Inclusion Réciproc
أحفاد	Desendant
استدلال	Reasoning
استنتاج	Inference
اسم علم	Proper name
أسلاف	Assendant
أشجار الصدق	Truth Trees
التحليلات الأولى	Premier Analytic
التصور	Conception
المستوى الأول للغة	Premiere level of language
المستوى الثاني للغة	Second level

Perpateticiens	المشاؤون
Ten categores	المقولات العشر
Converse domain of relation	الميدان العكسي للعلاقة
Belong	انتماء
Inherence	اندراج
Types of relations	أنماط العلاقات
Inquire	بحث
Axiom	بديهية
Demonstration	برهان
Structure	بنية
Empirical	تجربة حسية
Analys	تحليل
Interference	تداخل
Concept	تصور
Congruence	تطابق
Defintion	تعريف
Thinking	تفكير
Tautology	تكراري

Bivalent	ثنائي القيمة
Relative product	جداء نسبي
Dialect	جدل
Roots	جذور المعادلة
Genus	جنس
Next genus	جنس قريب
Essence	جوهر
Minor terme	حد أصغر
Major terme	حد أكبر
Middele terme	حد أوسط
Personnel terme	حد شخصي
Cojucative terme	حدود رابطة
Relationel terme	حد علاقي
Univesal terme	حد كلي
Absolute terme	حد مطلق
Intuition	حدس
Calculus of relations	حساب العلاقات
Field of relation	حقل العلاقة

Jeneral judgement	حكم عام
Commutative property	خاصية تبديلية
Associative	خاصية تجميعية
Hereditary	خاصية وراثية
Function of function	دالة دالة
Mathematical	دالة رياضية
Truth	دالة صدق
Propositional	دالة قضوية
Speech	دالة كلامية
Compoined function	دالة مركبة
Discreptive	دالة وصفية
Venn's Diagrams	دوائر فن
Socondary connective	رابط ثانوي
Principal connective	رابط رئيسي
Copule	رابطة
Symbol	رمز
Ordred couple Pair	زوج مرتب
Person	شخص

Form	شكل
Truth	صدق
Class	صنف
Formal	صوري
Form	صورة
Mood	ضرب
Necessity	ضرورة
Universe of discourse	عالم المقال
Tautolgic fomula	عبارة تكرارية
Contingent	عبارة عرضية
Contradictor	عبارة متناقضة
Cardinal number	عدد أصلي
Primary	عدد أولي
Odd number	عدد فردي
Even number	عدد زوجي
Accidant	عرض
Membreship	عضو
Conversion per accidens	عكس بالعرض

Double inclusion	علاقة الاحتواء المتبادل
Reflexive relation	علاقة انعكاسية
Parenthood	علاقة الوالدية
Encroachment	علاقة تجاوز أو تعدي
Exit Relationship	علاقة تخارج بين الأصناف
Diversity	علاقة التباين
Relation of connexity	علاقة الترابط
Relation of ordre	علاقة الترتيب
Serial	علاقة التسلسل
Congruence	علاقة التطابق
Correlation	علاقة التظايف
Intersection	علاقة التقاطع بين الأصناف
Transitive	علاقة التعدي
Equivalence	علاقة التكافؤ
Likeness	علاقة التماثل بين العلاقات
symmetrical	علاقة التناظر
Ternary	علاقة ثلاثية
Binary	علاقة ثنائية

Ancestral relation	علاقة جد
Quaternary	علاقة رباعية
Non reflexive	علاقة غير انعكاسية
Non symmetrical	علاقة غير تناظرية
Non irreflexive	علاقة غير لا انعكاسية
Non assymetric	علاقة غير لا تناظرية
Non intransitive	علاقة غير لا متعدية
transitive Non	علاقة غير متعدية
Nul relation	علاقة فارغة
Subrelation	علاقة فرعية
Many many relation	علاقة كثير بكثير
Many one	علاقة كثير بواحد
Universal	علاقة كلية
Irreflexive	علاقة لا انعكاسية
Assymetric	علاقة لا تناظرية
Intransitive	علاقة لا متعدية
Relatin of implication	علاقة لزوم

Polyadic	علاقة متعددة الأطراف
Relation of identity	علاقة هوية
One one relation	علاقة واحد بواحد
One many	علاقة واحد بكثير
Cause	علة
Classification	علم التصنيف
	غير متجانس Heterogeneous
	غير مشبعة Unsaturated
Non sensical	فارغة من المعنى
Disjunction	فصل
Specific difference	فصل نوعي
Schoolastic philosophy	فلسفة مدرسية
Rule of substitution	قاعدة الاستبدال
Detachment	قاعدة الفصل
Law	قانون
Simple proposition	قضية بسيطة
Molecular	قضية جزئية

Predicative	قضية حملية
Atomic	قضية ذرية
Abolute	قصية مطلقة
Negative	قضية سالبة
Hypothetical	قضية شرطية
Universal	قضية كلية
Neglected	قضية مهملة
Positive	قضية موجبة
Valid syllogism	قياس صحيح
Invalid	قياس فاسد
False hood	كذب
Language of calculus	لغة الحساب
Extention	ماصدق
Meta language	ما حول اللغة
Substance	ماهية
Principle	مبدأ
Homogeneous	متجانس

Relatum	متعلق
Referent	متعلق به
Variable	متغير
Predicate	محمول
The scope of connective	مدى الرابط
Square	مربع
Compound	مركب
Equality	مساواة
Postulate	مسلمة
Saturate	مشبع
Contemporary	معاصر
Sophism	مغالطة
Closed in it self	مغلقة على ذاتها
Concept	مفهوم
Intention	
Premise	مقدمة

Graph	منحنى بياني
Logic of relations	منطق العلاقات
Traditional logic	منطق تقليدي
Contemporary	منطق معاصر
Subject	موضوع
Domain	ميدان العلاقة
Result	نتيجة
Negation	نفي

فهرس المراجع

المراجع العربية

1 – ابن سينا (أبو علي) .منطق المشرقيين ، تحقيق د ، شكري النجار ، دار الحداثة ، بيروت . لبنان 1980 .

2- أبو نصر الفارابي : كتاب الألفاظ المستعملة في المنطق . حققه وقدم له وعلق عليه . محسن مهدي ط2 . دار الشروق ، بيروت . لبنان .1968

3- أحمد موساوي : المعجم المنطقي الموسوعي ، الجزء الثالث . دار هومه بوزريعة . الجزائر 2019

4- أحمد موساوي : تاريخ المنطق . دار هومه بوزريعة , الجزائر . 2018

5– أحمد موساوي : ما حول المنطق . دار هومه . الجزائر . 2018. ص.

6- أحمد موساوي . مدخل جديد إلى المنطق المعاصر ج1،ج2. معهد المناهج الجزائر 2007

7 – أرسطو . منطق أرسطو ، ثلاثة أجزاء ، تحقيق و تقديم . عبد الرحمان بدوي . دار القلم بيروت . لبنان . ط1 1980

8 – بلانشي روبير . المنطق وتاريخه . ترجمة أحمد خليل . المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع . لبنان

9- جول تريكو . المنطق الصوري . ترجمة د. محمود يعقوبي ديوان المطبوعات الجامعية . بن عكنون . الجزائر . 1992

10– محمود فهمي زيدان . المنطق الرمزي . نشأته وتطوره ، دار النهضة العربية للطباعة والنشر. بيروت . لبنان . 1979.

11 – محمود يعقوبي: أصول الخطاب الفلسفي . ديوان المطبوعات الجامعية . الجزائر. 1995

12- روبير بلانشي . نظرية العلم (الإبستمولوجيا). ترجمة . الدكتور . محمود اليعقوبي . ديوان المطبوعات الجامعية . بن عكنون .2004

13 – زكي نجيب محمود . المنطق الوضعي . ج2 مكتبة الأنجلو المصرية ، القاهرة . مصر . 1970

14– عمار طالبي : اصطلاحات الفلاسفة :المؤسسة الوطنية للكتاب . الجزائر . ط1 1983

15- هانز ريشنباخ : نشأت الفلسفة العلمية . ترجمة فؤاد زكريا .المؤسسة العربية للدراسات والنشر .بيروت . ط2 .1979

المراجع الأجنبية

1 – Aristote : L'organon . Traduction nouvelle et notes par . J.Tricot. Libraire philosophique . J. Vrin . Paris .1962

2—Augustus de Morgan: Formal logic ; or the calculus of inference necessary and probable . of trinity college. cambridge .london .Taylor and Walton

3– Blanché .(R): Introduction à la logique contemporaine . 5 éd . Armand Colin

4– Carnap . Rudolf : Introduction to symbolic logic . and its applications . Translated by . William .H.Meyer . And. John.Wilkinson

5- Carnap (R): La construction Logique du monde.

Trad .de .Thierry Rivain . Librairie . J.Vrin.2002

6– Charles. Peirce : Description of A Notation for the logic of relatives . Cambridge : Welch. Bigelow ; And Company . 1870

7 – Chauvineau . J : La Logique moderne . Presses Universitaires de France . Paris .1957

8– Dopp (J): Leçons de logique formelle . Troisiéme Partie . Louvain. 1950

9 – Frege (G) : Ecrits Logiques et Philosophiques . Trad et intoduction de.Claude Imbert . éd Du Seuil ; 1971

10 –Klemeke (E.D) Prof of Philo . Lowa State .University : Freg's Logic . Translated from the philosophical writings of Gottlob Frege . Edited By Peter Geach and Black Max. 3ed . 1980 Oxford.

11 – Lachelier (J) : Etudes sur le syllogisme . Paris Alcan . 1907

12 – Lewis (C . I): A survey of symbolic logic . Dover Publication . Inc . New York

13 – Macbeth Danielle : Freg Logic . Cambridge Massachusetts and London England . 2005

14 – Quine (W.V.O): La Philosophie de la Logique . Trad . Jean Largeault .Aubier Monttaigne .Paris.1975

15- Quine (W. V . O) : Mathematical Logic . Harvard University Press . Cambridge . Massachusettes . London . England

16 – Quine (W.V.O) :Méthodes de logique . Trad . Maurice Clavlin . Armand Colin . Paris

17 – Reichenbach Hans : NomologicalStatements And Admissible Operations . North- Holland Publishing Company Amsterdam . 1954

18 – Russell Bertrand : Introduction to mathematical philosophy

Dover publication ; Inc . New . York

19 – Russell (B) :Principles of Mathematics. New York .W.W. Norton Company .I.N.C.Publishers . Printed in Great Britain .By Bradford & Dickens . London .W.C.I

20 – Russell (B) . and Whitehead : Principia Mathematica . Cambridge 1910.

21 – Tarski Alfred : Introduction a la logique . Trad. Jacques Tremblay . Paris Gauthier Villars . 1969

22- Tarski Alfred : logique sémantique métqmathématique.

Tome 2 .Armand Colin .1974 .